

ОЦІНКА РІВНЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ЕЛЕМЕНТИ
ТРАНСПОРТНОЇ ВІБРОЗАХИСНОЇ СИСТЕМИ З МАЯТНИКОВИМИ
АМОРТИЗАТОРАМИ

Вступ. В останній час з'явилась значна кількість віброзахисних пристроїв, ефект віброзахисту яких базується на використанні спеціальних вантажоопорних вузлів [1–6]. Такі вузли реалізують голономні або неголономні в'язі шляхом забезпечення значних переміщень вантажів відносно транспортних екіпажів, які досягаються різними конструктивними рішеннями. Серед вантажоопорних вузлів такого класу слід виділити вузли маятникового типу, які і розглядаються в цій статті (рис. 1). Важливим фактором є те, що вантажоопорні вузли маятникового типу є конструктивно простішими, ніж вузли коткового типу із кульовими робочими тілами [5, 6].

Як встановлено експериментально [7, 8], віброзахисні вузли маятникового типу також суттєво знижують повздовжні динамічні навантаження на вантаж та рухомий склад, які негативно впливають на збереження якості та цілісності вантажів при транспортуванні. При цьому ефект віброзахисту таких вузлів полягає у забезпеченні значних (до 1 м) переміщень вантажів відносно опорних екіпажів за рахунок відхилення маятникових підвісок, верхні кінці яких шарнірно з'єднані з опорними екіпажами, а нижні - з вантажем. Але подальше широке впровадження в практику транспортування таких перспективних віброзахисних вузлів стримується відсутністю обґрунтованої математичної моделі динамічної поведінки віброзахисних систем наведеного класу. Тому побудова кінематики і динаміки таких систем (рис. 1) та числовий аналіз динамічної поведінки таких систем є актуальною теоретичною задачею, яка має безпосереднє практичне значення.

Мета роботи – розробити математичну модель динамічної поведінки досліджуваної віброзахисної системи та на її основі оцінити рівень динамічних навантажень на елементи системи.

Постановка задачі. В запропонованій статті моделюється та досліджується плоскопаралельний рух трьохмасової віброзахисної системи твердих тіл “довгомірний вантаж масою m_3 - віброзахисні маятникові вузли - зчеп з двох опорних екіпажів масами m_1 та m_2 ” після удару в загальмований екіпаж-бойок масою m_4 (рис.1). У процесі післяударного руху екіпаж-бойок має можливість поступально зміщуватись, причому на цій стадії пружно-фрикційне з'єднання P_{14} стає незвільняючим. Така схема відбиває реальну картину, яка виникає при сортувальних та маневрових роботах залізничних екіпажів в процесі формування поїздів. Повздовжні динамічні навантаження, що діють при цьому на перевозимі вантажі, є найбільш небезпечними з точки зору збереження їх якості.

Отже, побудова математичної моделі динамічної поведінки вказаної механічної системи виконувалась при наступних застереженнях.

1. Транспортна система, що досліджується, є механічною системою зв'язаних твердих тіл.

2. Тертя ковзання описується згідно закону Кулона-Амонтона.

3. Силкові характеристики пружно-фрікційних з'єднань між екіпажами моделюються кусково-лінійними залежностями згідно з [9] так:

$$P_{ij} = 0,5C_Y(x_i - x_j)(1 + \beta \cdot \text{sign}(x_i - x_j)(\dot{x}_i - \dot{x}_j)) \quad (1)$$

В подальшому для розрахунків прийнято $\beta = 0,21$ та $C_Y = 17 \text{ Мн/м}$.

4. Маса маятникових підвісок вантажоопорних вузлів віднесено до маси вантажу m_3 , а маси жорстко з'єднаних з екіпажами опорних стійок вантажоопорних вузлів - до мас відповідних екіпажів m_1 та m_2 .

5. Залізнична колія є абсолютно жорсткою, прямою, розташованою на горизонтальній поверхні.

6. Вертикальна динаміка опорних екіпажів (коливання на ресорах) не розглядається (що йде в запас розрахунків).

7. З урахуванням результатів попередніх досліджень [7–11] в якості розрахункової прийнято модель загальмованого екіпажа-бойка m_4 у вигляді окремого екіпажа зі збільшеною масою $m_4 = 145,69 \text{ т}$ при коефіцієнті тертя ковзання $\mu = 0,2$. Попередніми дослідженнями доведено, що така схема моделювання екіпажа-бойка дає результати, достатньо близькі до експериментальних.

8. Тертя кочення для екіпажів m_1 та m_2 враховувалось з коефіцієнтом тертя кочення $\nu = 0,002$.

9. Вантаж масою m_3 має набагато більшу довжину $2L$, ніж товщину $2H$, тобто $L \gg H$.

10. Тертя в шарнірах маятникових підвісок не враховується.

11. Розглядаються малі кути повороту φ_3 вантажу m_3 відносно свого центра мас (ЦМ).

Вивід диференціальних рівнянь руху віброзахисної системи. Геометричні рівняння (голономні в'язі), що описують відхилення маятникових підвісок на кожній з опор ($L \gg H$), мають такий вигляд:

$$\sin(\varphi_i) = \frac{(x_3 - x_i)}{l} \quad (2)$$

де l - довжина підвісок; φ_i - кути відхилення маятникових підвісок на першому та другому екіпажах відповідно.

Для побудови динамічних рівнянь виберемо в якості системи координат нерухомі прямокутні декартові координати $O_i X_i Y_i Z_i$ так, що початок O_i кожної трійки співпадає з доударним розташуванням ЦМ i -го тіла, а осі $O_i X_i$ та $O_i Z_i$ направлені відповідно по вектору початкової швидкості $\vec{V}_0$ та вертикально вгору.

Скористаємось результатами теореми про рух ЦМ твердих тіл з урахуванням реакцій голономних в'язей $\vec{R}_1$ та $\vec{R}_2$.

Для екіпажів зчепу m_1 та m_2 :

$$m_1\ddot{x}_1 + P_{14} - P_{21} - |\vec{R}_1|\sin(\varphi_1) + F_1\text{sign}(\dot{x}_1) = 0 \quad (3)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + P_{21} - |\vec{R}_2|\sin(\varphi_2) + F_2\text{sign}(\dot{x}_2) = 0 \quad (4)$$

Для вантажу m_3 :

$$m_3\ddot{z}_3 + |\vec{R}_1|\sin(\varphi_1) + |\vec{R}_2|\sin(\varphi_2) = 0 \quad (5)$$

$$m_3\ddot{z}_3 - |\vec{R}_1|\cos(\varphi_1) - |\vec{R}_2|\cos(\varphi_2) + m_3g = 0 \quad (6)$$

де z_3 - вертикальне зміщення ЦМ вантажу на маятникових опорах;

z_i - вертикальне зміщення кінців вантажу на кожній з опор, $i = \overline{1,2}$;

$$z_3 = (z_1 + z_2)/2; z_i = l(1 - \cos(\varphi_i)), i = \overline{1,2} \quad (7)$$

Для екіпажу-бойка m_4 :

$$m_4\ddot{x}_4 - P_{14} + F_4\text{sign}(\dot{x}_4) = 0 \quad (8)$$

Використовуючи теорему про збереження кінетичного моменту, отримаємо рівняння для кута повороту φ_3 довгомірного вантажу m_3 навколо осі, яка проходить через його ЦМ ортогонально площині $X_3O_3Z_3$.

$$J_3\ddot{\varphi}_3\vec{j} = \vec{r}_1 \times \vec{R}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{R}_2 \quad (9)$$

де J_3 - відповідний момент інерції вантажу навколо вже вказаної осі повороту на маятникових підвісках; $J_3 = m_3(L^2 + H^2)/3 \cong m_3L^2/3$;

$\vec{r}_i$ - радіуси-вектори, проведені з ЦМ вантажу у точки прикладання реакцій голономних в'язей.

Зробивши деякі перетворення з урахуванням очевидних співвідношень $z_3 \cong (z_1 + z_2)/2$ та $\sin(\varphi_3) \cong \varphi_3 = (z_2 - z_1)/(2L)$, отримаємо наступні вирази, які пов'язують $\ddot{z}_i$ та $\ddot{x}_i$, необхідні для подальших обчислень:

$$\ddot{z}_i = p_i(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_i) + q_i \quad (10)$$

де $q_i = l^2(\dot{x}_3 - \dot{x}_i)/Q_i^3$; $p_i = (x_3 - x_i)/Q_i$; $Q_i = \sqrt{l^2 - (x_3 - x_i)^2}$; $i = \overline{1,2}$

Після виключення реакцій голономних в'язей $\vec{R}_1, \vec{R}_2$ з рівнянь (3) - (6), (9) з урахуванням співвідношень (7), (10), отримаємо систему чотирьох диференціальних рівнянь 2-го порядку з істотно нелінійними правими частинами.

Перше рівняння має вигляд:

$$m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 + m_3\ddot{x}_3 = v_1 \quad (11)$$

де $v_1 = -(P_{14} + F_1\text{sign}(\dot{x}_1) + F_2\text{sign}(\dot{x}_2))$.

Друге рівняння запишеться так:

$$n_1\ddot{x}_1 + n_2\ddot{x}_2 + n_3\ddot{x}_3 = v_2 \quad (12)$$

де $n_1 = p_1(a_1\sin(\varphi_1) + a_2\sin(\varphi_2))$; $n_2 = p_2(b_1\sin(\varphi_1) + b_2\sin(\varphi_2))$;

$n_3 = -(m_3 + (a_1p_1 + b_1p_2)\sin(\varphi_1) + (a_2p_1 + b_2p_2)\sin(\varphi_2))$;

$$\begin{aligned}
v_2 &= (a_1 q_1 + b_1 q_2 + c_1) \sin(\varphi_1) + (a_2 q_1 + b_2 q_2 + c_2) \sin(\varphi_2); \\
a_1 &= (m_3 \Omega_2 + J_3 / L) / (2d_1); a_2 = (m_3 \Omega_1 - J_3 / L) / (2d_2); \\
b_1 &= (m_3 \Omega_2 - J_3 / L) / (2d_1); b_2 = (m_3 \Omega_1 + J_3 / L) / (2d_2); \\
c_1 &= m_3 g \Omega_2 / d_1; c_2 = m_3 g \Omega_1 / d_2; \Omega_1 = L + H \operatorname{tg}(\varphi_1); \Omega_2 = L - H \operatorname{tg}(\varphi_2); \\
d_1 &= 2L \cos(\varphi_1) + H(\sin(\varphi_1) - \operatorname{tg}(\varphi_2) \cos(\varphi_1)); \\
d_2 &= 2L \cos(\varphi_2) - H(\sin(\varphi_2) - \operatorname{tg}(\varphi_1) \cos(\varphi_2));
\end{aligned}$$

Третє рівняння має наступний вигляд:

$$k_1 \ddot{x}_1 + k_2 \ddot{x}_2 + k_3 \ddot{x}_3 = v_3 \quad (13)$$

де $k_1 = -a_2 p_1 \sin(\varphi_2); k_2 = -(m_2 + b_2 p_2 \sin(\varphi_2)); k_3 = (a_2 p_1 + b_2 p_2) \sin(\varphi_2);$
 $v_3 = P_{21} + F_2 \operatorname{sign}(\dot{x}_2) - (a_2 q_1 + b_2 q_2 + c_2) \sin(\varphi_2).$

Розв'яжемо рівняння (11) - (13) відносно старших похідних $\ddot{x}_1, \ddot{x}_2, \ddot{x}_3$:

$$\ddot{x}_1 = -((m_2 \lambda_2 + m_3 \lambda_3) / \lambda_1 + v_1) / m_1 \quad (14)$$

$$\ddot{x}_2 = \lambda_2 / \lambda_1 \quad (15)$$

$$\ddot{x}_3 = \lambda_3 / \lambda_1 \quad (16)$$

де $\lambda_1 = s_2 s_3 - s_4 s_1; \lambda_2 = s_2 w_2 - s_4 w_1; \lambda_3 = s_3 w_1 - s_1 w_2; s_1 = n_2 - n_1 m_2 / m_1;$
 $s_2 = n_3 - n_1 m_3 / m_1; s_3 = k_2 - k_1 m_2 / m_1; w_1 = v_1 n_1 / m_1 - v_2; w_2 = v_1 k_1 / m_1 - v_3;$
 $s_4 = k_3 - k_1 m_3 / m_1.$

Четверте рівняння отримаємо з рівняння (8) та приєднаємо його до системи попередніх рівнянь (14) - (16).

$$\ddot{x}_4 = (P_{14} - F_4 \operatorname{sign}(\dot{x}_4)) / m_4 \quad (17)$$

Систему диференціальних рівнянь (14) – (17) зведено до алгоритмічного вигляду для подальшого її числового інтегрування. Для реалізації цієї мети скористаємось можливостями математичного пакету прикладних програм “MATHCAD” [12].

Числовий аналіз. Для ілюстрації проведемо інтегрування системи рівнянь (14) – (17) з параметрами, взятими з практики залізничних перевезень: $m_1 = m_2 = 22,0 \text{ т}; m_3 = 50 \text{ т}; L = 7 \text{ м}; H = l = 1 \text{ м}$ та при таких початкових умовах руху системи: $x_i = 0; i = \overline{1,4}; \dot{x}_j = 2 \text{ м/с}; j = \overline{1,3}; \dot{x}_4 = 0.$

На рис. 2 – 6 показані деякі динамічні характеристики віброзахисної системи під час її зіткнення із загальмованим екіпажем-бойком.

На рис. 2 приведено зміну горизонтального переміщення переднього опорного екіпажу зчепу в часі t . На рис. 3 приведено зміну реакції в'язі на задньому опорному екіпажі зчепу в часі t . На рис. 4 показано фазовий портрет для вантажу масою m_3 . На рис. 5 показано прискорення ЦМ заднього опорного екіпажу зчепу в часі t . На рис. 6 показано прискорення ЦМ вантажу в часі t .

Як можна побачити з приведених графіків на рис. 5 та рис. 6, така віброзахисна система дає можливість суттєво знизити інерційні навантаження на конструкції, що транспортуються залізницею. Недоліком віброзахисних вузлів такої конструкції є недостатня дисипація повздовжніх коливань вантажу на маятникових підвісках (рис. 4), але цей недолік дуже просто виправляється конструктивним введенням дисипативних елементів, які реалізують сили тертя

між елементами підвісок та платформами опорних екіпажів. Врахування таких сил тертя в математичній моделі динаміки віброзахисної системи є окремою теоретичною задачею, тому в цій роботі не розглядається.

Висновки. Головний висновок приведеного дослідження полягає у підтвердженні існуючих експериментальних даних про значне зниження рівня динамічних навантажень на елементи транспортних систем, обладнаних маятниковими вантажоопорними вузлами. А саме, застосування маятникових вантажоопорних вузлів дає можливість до 6 - 10 разів зменшити рівень динамічних навантажень на елементи транспортних систем порівняно із існуючим нерухомим (“жорстким”) способом закріплення вантажів. При цьому маятникові вантажоопорні вузли є конструктивно простішими, ніж деякі альтернативні, наприклад, вантажоопорні вузли із кульовими амортизаторами. До недоліків віброзахисних вузлів такої конструкції слід віднести недостатню дисипацію повздовжніх коливань вантажу на маятникових підвісках. Проте цей недолік дуже просто виправляється конструктивним введенням додаткових дисипативних елементів, які реалізують сили тертя між елементами підвісок та опорними екіпажами.

Результати дослідження можуть бути використані розробниками віброзахисних вузлів при прийнятті конструктивних рішень в частині довжини маятникових підвісок, їх перерізів і т.п. Крім того, отримані силові характеристики (інерційні сили, реакції в’язей) можуть бути використані при проектуванні нових економічних довгомірних будівельних конструкцій з урахуванням специфічних повздовжніх динамічних навантажень при їх транспортуванні залізницею.

Література

1. *Легеза В.П., Пастушенко В.И.* Турникет // А.св. СССР № 1620345; опубл. в БИ №2, 1991. – 3 с.
2. *Легеза В.П.* Грузоопорное устройство // А. св. СССР № 1654060; опубл. в БИ №21, 1991. – 3 с.
3. *Легеза В.П., Пастушенко В.И.* Турникетная опора // А.св. СССР № 1701584; опубл. в БИ №48, 1991. – 3 с.
4. *Легеза В.П., Лобас Л.Г., Мартиненко М.А.* Пристрій для закріплення залізобетонних конструкцій на залізничній платформі або зчепі платформ // Патент України № 44065 А, опубл. в Бюл. № 1 від 15.01.2002 р. – 3 с.
5. *Легеза В.П.* Котковий віброгаситель вимушених коливань висотних об’єктів // Патент України № 54033 А, опубл. в Бюл. №2 від 17.02.2003 р. – 3 с.
6. *Бобир М.І., Легеза В.П., Мартиненко М.А.* Кульовий гаситель вимушених коливань із в’язким опором // Патент України № 58826 А, опубл. в Бюл. №8 від 15.08.2003 р. – 3 с.
7. *Легеза В.П., Пастушенко В.И., Железняков А.Д., Спиридонов Б.К.* Методические рекомендации по расчету параметров подвижных турникетно-крепежных устройств для перевозки длинномерных строительных конструкций железнодорожным транспортом / НИИ строительных конструкций Госстроя СССР. - Киев, 1981. – 60 с.

8. *Легеза В.П., Пастушенко В.И.* Амортизирующие турникеты для железнодорожных перевозок длинномерных железобетонных конструкций / “Промышленное строительство”. – Киев. – 1990, № 12, С. 33.
9. *Вершинский С.В., Данилов В.Н., Челноков И.И.* Динамика вагона. - М.: Транспорт, 1978. – 352 с.
10. *Горошко О.А., Легеза В.П.* Исследование динамических нагрузок на длинномерный объект при транспортировании на двух колесных экипажах с применением виброзащитных узлов // В сб. “Динамика и прочность машин”, ХПИ. – Харьков. – вып. 50. – 1989, С. 79 - 86.
11. *Легеза В.П.* Численный анализ движения одной механической системы с виброзащитными узлами, реализующими неголономные связи // В сб. “Динамика и прочность машин”, ХПИ. - Харьков. – вып. 51. – 1990. – С. 61-69.
12. *Дьяконов В.В.* МATHCAD-2001. Специальный справочник. - Санкт-Петербург: ПИТЕР, 2002. – 832 с.

Надійшла до редакції 28 січня 2005 року

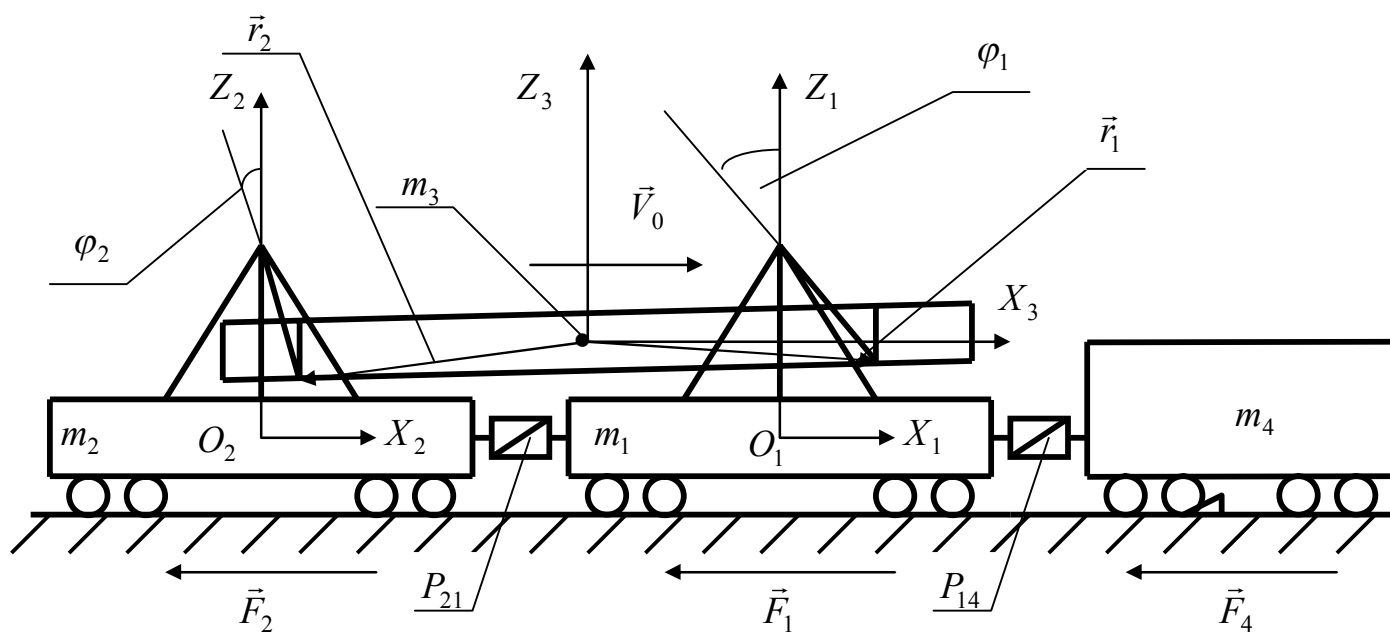


Рис. 1. Загальний вид віброзахисної транспортної системи “довгомірний вантаж масою m_3 - віброзахисні маятникові вузли - зчеп з двох опорних екіпажів масами m_1 та m_2 ” після удару в загальмований екіпаж-бойок масою m_4

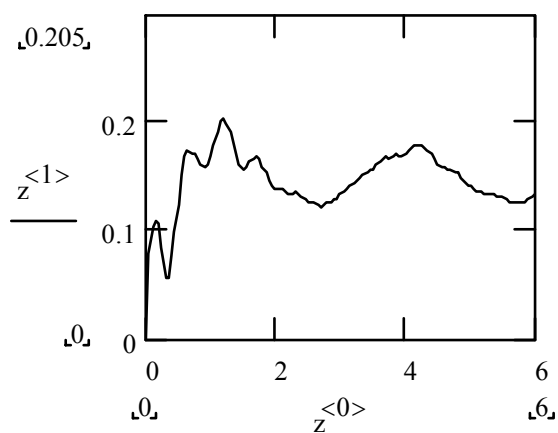


Рис. 2. Зміна горизонтального переміщення $z^{<1>}$ переднього опорного екіпажу масою m_1 зчепу в часі $t = z^{<0>}$

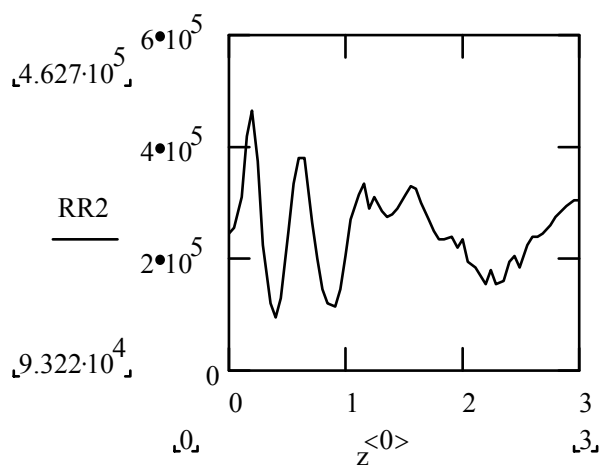


Рис. 3. Зміна реакції в'язі RR2 у маятниковому підвісі на задньому опорному екіпажі в часі $t = z^{<0>}$

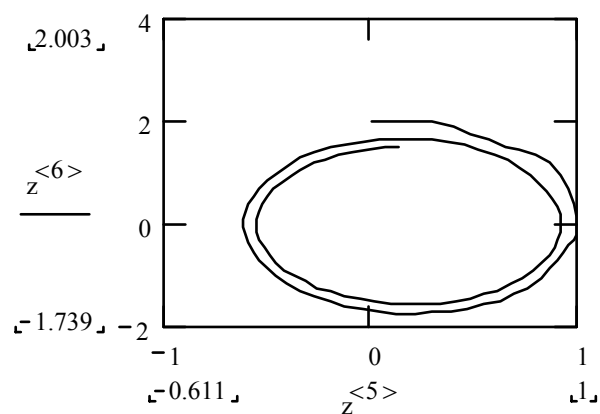


Рис. 4. Фазовий портрет для вантажу масою m_3

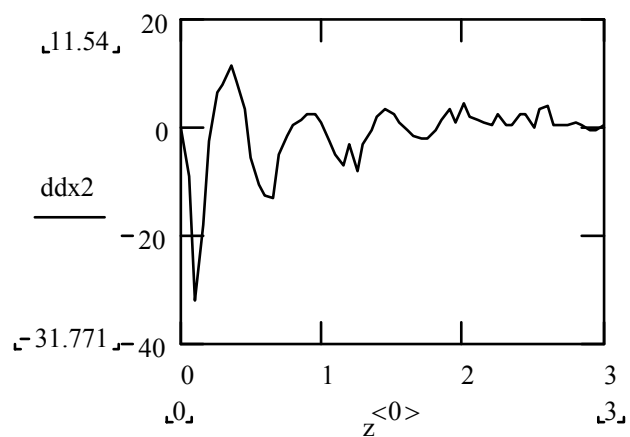


Рис. 5. Зміна прискорення $ddx2$ ЦМ заднього екіпажу масою m_2 в часі $t = z^{<0>}$

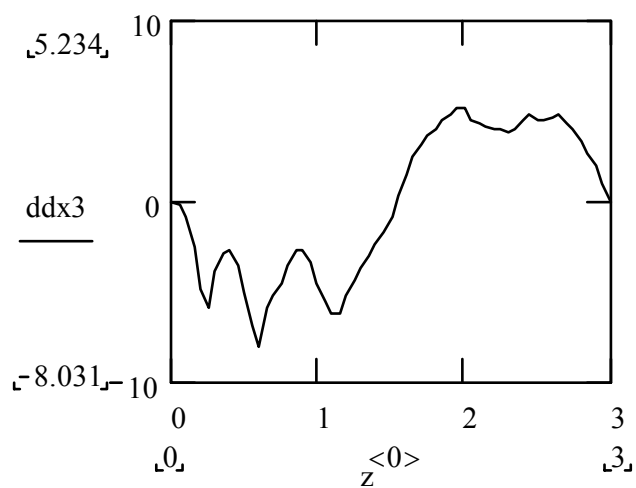


Рис. 6. Зміна прискорення $ddx3$ ЦМ вантажу масою m_3 в часі $t = z^{<0>}$