В.В.Листопад, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Академія праці та соціальних відносин, м. Київ

Розв'язування задач лінійного програмування засобами Microsoft Excel.

Задачі оптимізації у економічних процесах займають одне з основних місць і є важливими завданнями практичного характеру. Процес розв'язання вказаних задач з допомогою сиплекс-методу можна реалізувати за лічені хвилини використовуючи ЕОМ.

Серед вагомих характеристик реалізації симплекс-методу з допомогою MS Excel слід виділити:

- економію аудиторного часу на практичному занятті, дефіцит якого відчувається з переходом на Болонську систему;
- можливість отримати повну таблицю-результат та альтернативні розв'язки, що дає змогу провести повний аналіз задачі;
- реалізована можливість паралельного засвоєння теоретичного матеріалу цієї теми;
- зв'язок із темою «Метод Жордана-Гаусса» для розв'язування систем лінійних рівнянь та вдосконалення навичок роботи з MS Excel;
- значно спрощується механізм здійснення контролю виконання задачі викладачем;
- простота і доступність у роботі;
- можливість використовувати даний метод для підготовки системи вправ.

Симплекс-метод для розв'язання задач оптимізації був розроблений американським математиком Дж. Данцігом в 1949 році. Суть сиплекс-методу полягає в переході від одного опорного розв'язку до іншого з допомогою методу Жордана-Гаусса [3], при якому значення цільової функції збільшується (якщо кожний опорний розв'язок не є виродженим). За скінчену кількість кроків, які називаються ітераціями, знаходиться оптимальний розв'язок задачі та максимальне (мінімальне) значення цільової функції [1], або встановлюється, що задача лінійного програмування не має розв'язку. Отже, симплекс-метод – це ітераційно-алгоритмічна обчислювальна процедура, яка дає змогу, починаючи з певного опорного плану, за скінченну кількість кроків отримати оптимальний план задачі лінійного програмування.

Розв'язувати оптимізаційні задачі лінійного програмування можна з допомогою пакетів програм MATHCAD, ПОИСК РЕШЕНИЯ (MS Excel), SPSS, SAS та ін. Але ці програми дають нам лише результат (без альтернативних розв'язків та результату останньої ітерації), а хід розв'язку пропонуємо реалізувати з допомогою MS Excel.

Оскільки перехід від однієї симплекс-таблиці до іншої є алгоритмічним процесом, то його можна запрограмувати в MS Excel (створюючи формули для першого стовпця та розповсюдивши їх на всі комірки нової таблиці). Таким чином реалізація кроку симплекс-методу займає лічені хвилини, а не щонайменше годину (рахуючи вручну) та виключає здійснення помилки при обчисленнях.

Розглянемо реалізацію методу на прикладі.

Приклад . Знайти максимальне значення цільової функції

$$F = 26x_1 + 39x_2 \to \max$$

при обмеженнях

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \le 9, \\ 3x_1 + 4x_2 \le 25, \\ 2x_1 - x_2 \le 8, \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$$

Математична модель нашої задачі в канонічній формі має вигляд:

$$F = 26x_1 + 39x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + x_3 = 9, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_4 = 25, \\ 2x_1 - x_2 + x_5 = 8, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0 \ (j = 1,5)1,5$$

Розв'яжемо нашу задачу симплекс-методом користуючись засобами MS Excel. Запишемо всі дані в симплекс-таблицю та виконаємо перехід до наступної таблиці з допомогою кроку симплекс-методом. (таблиця 1).

Максимальне по модулю |Δj|=|Zj-Cj|=39, тому до базису включимо змінну X_1. Отже другий стовбець є напрямним. В комірці І3 задамо формулу для обчислення $\theta_1 = \frac{C3}{E3}$. Отримаємо $\theta_1 = 3$. Розповсюдимо дану формулу на комірку К4. Отримаємо min{3;6,25}=3, тому напрямним є перший рядок, а розв'язний елемент таблиці a_{12}=3. Переходимо до наступної таблиці. Для цього задаємо формули для визначення елементів стовпця $X_{iбаз}$ таким чином, щоб розповсюдити їх на всі комірки нової таблиці. В комірці С7 створюємо формулу $\alpha_{01}^{(1)} = C3/\$E\$3$. Елемент комірки Е3 зафіксували клавішею F4. Отримали значення 3. Формули переходу для комп'ютерної реалізації С7=($E$3*C4-$E$4*C3)/$E$3 та С8=($E$3*C5-$E$5*C3)/$E$3.

Таблиця 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1				26	39	0	0	0	
2	БАЗИС	Сібаз	Хібаз	X1	X2	X3	X4	X5	θі
3	←X4	0	9	-1	3	1	0	0	3
4	X5	0	25	3	4	0	1	0	6,25
5	X6	0	8	2	-1	0	0	1	
6	Δj=Zj-Cj		0	-15	-39	0	0	0	

Виділяємо утворений стовпець та розповсюджуємо формулу (вправо) на всю таблицю. Таким чином перехід до нової таблиці з допомогою симплекс-методу виконано. Якщо перехід виконано правильно то в напрямному стовпці нової таблиці отримаємо базисний вектор $\alpha_2^{(1)} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$.

Знайдемо елементи останнього рядка. Створимо формулу у комірці C9. C9=СУММПРОИЗВ($B$6:$B$8;C6:C8). Розповсюдимо її на комірку D9 та доповнимо -D1. Отримали формулу, яку розповсюдимо на всі комірки і цим завершено перший крок та отримаємо нову таблицю (таблиця 2):

Таблиця 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
				26	39	0	0	0	
	БАЗИС	Сіêtre баз	Хібаз	X1	X2	X3	X4	X5	θi
6	X2	39	3	- 1/3	1	1/3	0	0	
7	← X4	0	13	4 1/3	0	-1 1/3	1	0	3
8	X5	0	11	1 2/3	0	1/3	0	1	6 3/5
9	Δj=Zj-Cj		117	-39	0	13	0	0	

Виконуючи вищеописані дії, отримаємо (таблиця 3):

Таблиця 3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
				26	39	0	0	0	0
	БАЗИС	Сібаз	Хібаз	X1	X2	X3	X4	X5	θi
10	X2	39	4	0	1	2/9	0	0	
11	X1	26	3	1	0	- 1/3	1/4	1	
12	X5	0	6	0	0	5/6	- 2/5	0	
13	Δj=Zj-Cj		234	0	0	1	9	0	
						Y1	Y2	Y3	

Оскільки всі оцінки в останньому рядку третьої таблиці невід'ємні, то це означає, що отриманий розв'язок оптимальний $F_{max}=Y_{min}=234$ і =(3;4;0;0;6) а також , (оптимальний розв'язок двоїстої задачі).

Отже з допомогою засобів Microsoft Excel можна отримати повний покроковий розв'язок оптимізаційної задачі лінійного програмування, а також двоїстої задачі, що дає змогу проводити економічний аналіз та шукати додаткові характеристики. При цьому для переходу до наступної симплекс-таблиці потрібно створювати формули переходу фіксуючи в них елементи напрямного стовпця. Запропонована методика може бути розповсюджена на метод штучного базису, двоїстий симплекс-метод та метод Гоморі (із застосуванням додаткових функцій).

Запропонований метод можна використовувати для підготовки варіантів завдань, а також для отримання розв'язків.

Література

1. Гетманцев В.Д. Лінійна алгебра і лінійне програмування.:Навчальний посібник.-К.:Либідь,2001.-256с.
2. Івченко І.Ю. Математичне програмування.:Навчальний посібник.-К.:Центр учбової літератури,2007-232с.
3. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування.:Навчальний посібник.-К.:КНЕУ,2005-452с.