

ПЕРЕТВОРЕННЯ АБЕЛЯ.

П. Тимофєєв

В.О. Бородін

Національний університет харчових технологій

Дослідження сум парних добутків виду $\sum_{k=1}^n \alpha_k \beta_k$ базується на перетворенні, введеним Н.Абелем. Позначимо $B_n = \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n$. Перетворення Абеля визначається формулою

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k \beta_k = (\alpha_{n+1} B_n - \alpha_1 B_1) - \sum_{k=1}^n (\alpha_{k+1} - \alpha_k) B_{k+1}.$$

Ця формула для скінчених сум є аналогом формули інтегрування частинами для визначених інтегралів: диференціал тут замінено різницею, а інтеграл сумою. Тому формулу Абеля часто називають формулою підсумовування частинами. Формули підсумовування частинами

використовується для знаходження сум виду: $\sum_{k=1}^n P(k) q^{k-1}$; $\sum_{k=1}^n P(k) \cos k\alpha$;

$$\sum_{k=1}^n P(k) \sin k\alpha; \quad \sum_{k=1}^n q^{k-1} \sin k\alpha; \quad \sum_{k=1}^n q^{k-1} \cos k\alpha, \text{ де } P(x) \text{ многочлен.}$$