

Мінімаксне оцінювання стану систем з розподіленими параметрами еліптичного типу

О.П. Лобок, Н.М. Савіцька

Національний університет харчових технологій

Нехай функція $\varphi(x)$, що описує стан деякого об'єкта управління, задовольняє рівнянню в частинних похідних еліптичного типу

$$A_x \varphi(x) = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_j} \right) - a_0(x) \varphi(x) = f(x), \quad x \in \Omega, \quad (1)$$

з крайовими умовами

$$\frac{\partial \varphi(x)}{\partial \nu_A} = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_j} \cos(\vec{n}, x_i), \quad x \in \Gamma, \quad (2)$$

де $\cos(\vec{n}, x_i)$ – це i -й направляючий косинус зовнішньої нормалі $\vec{n}$ до границі Γ області Ω .

Припустимо, що в точках $x_k \in \Omega$ проводяться виміри

$$z_k = \varphi(x_k) + f_k, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

причому невідомі збурення $f(x)$ в правій частині рівняння (1) та похибки вимірювань f_k в співвідношенні (3) належать обмеженій замкнутій області

$$S^m = f(x), f_1, f_2, \dots, f_m : F \langle f, f \rangle + \sum_{i=1}^m g_i f_i^2 \leq 1, \quad (4)$$

де F та g_i задані додатні постійні величини.

Розглянемо також функціонал виду $l(f, \varphi) = \langle l_1, \varphi \rangle + \langle l_2, \varphi \rangle$, де l_1, l_2 – задані функції з відповідних функціональних просторів, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ – добуток в $L_2(\cdot)$.

Задача полягає в тому, щоб в класі лінійних оцінок виду $\tilde{l}_m(f, \varphi) = (\tilde{l}, z^m)$, де $\tilde{l} = [\tilde{l}_1, \tilde{l}_2, \dots, \tilde{l}_m]^T$, $z^m = [z_1, z_2, \dots, z_m]^T$, $(\cdot, \cdot)$ – скалярний добуток в евклідовому просторі R^m , знайти мінімаксну оцінку $\hat{l}_m(f, \varphi) = (\hat{l}, z^m)$ з умови

$$\inf_{\tilde{l}_m} \sup_{S^m} |l(f, \varphi) - \tilde{l}_m(f, \varphi)| = \sup_{S^m} |l(f, \varphi) - \hat{l}_m(f, \varphi)| = \sigma_m$$

та визначити похибку оцінювання σ_m .

В роботі пропонується конструктивний розв'язок сформульованої задачі. Знайдені апіорні та апостеріорні мінімаксні оцінки функціоналу $l(f, \varphi)$ та відповідні похибки його оцінювання. Наведені деякі результати обчислювальних експериментів.

Література

1. *Наконечный А.Г.* К задачам рекуррентного минимаксного оценивания функционалов в гильбертовых пространствах / А.Г. Наконечный, А.П. Лобок // Моделирование, идентификация, синтез систем управления технологическими процессами и производствами. Донецк: Изд-во ДонГУ, 1983. – с. 10 – 21.