



Моделювання руху вантажів у транспортних операціях

В.С. Гуць, д.т.н., О.О. Губеня, к.т.н., О.А. Коваль, к.т.н., Національний університет харчових технологій, м. Київ

Під час транспортування харчових продуктів, упаковки, тари до робочих органів технологічного обладнання необхідно забезпечувати всі умови, за яких вантаж залишиться неушкодженим, недеформованим, швидко і точно з мінімальними втратами енергії потрапить у пристрій для захоплення або фіксації. У процесах різання або подрібнення за умови вільного руху продукту до робочих органів, необхідно забезпечити режими різання, а також запас кінетичної енергії для проходження продуктом зони різання.

У сучасних технологічних потокових лініях вантаж переміщується, здебільшого, по горизонтальній та похилій поверхнях. Рух може надаватись привідним пристроєм через кривошипно-шатунний механізм, пружинний та інші механізми. Рушійна сила в кожному випадку змінюється за різними законами: може залишатись постійною, змінюватись за лінійними (зменшуватись або збільшуватись з часом) або більш складними нелінійними законами. Рушійна сила має забезпечити цілісність вантажу та переміщення його на потрібну відстань з певною швидкістю.

Дані про режими руху вантажу дають можливість визначити роботу, яка витрачається на виконання операції переміщення, і необхідну потужність обладнання. Це дає змогу обрати оптимальні енергетичні характеристики приводного механізму, забезпечити на етапі проектування міцність деталей і вузлів обладнання, його мінімальну металоємність при дотриманні умов міцності і зносостійкості.

Для проектування сучасного енергоощадного технологічного обладнання необхідно мати коректні математичні моделі руху вантажів, які визначають його переміщення, швидкість та прискорення в різні моменти часу, враховують траєкторію руху вантажу, властивості поверхні тертя та інші чинники.

Актуальність визначеного напряму досліджень підтверджується значною кількістю наукових праць, статей, опублікованих у визнаних світових наукових виданнях [1–13]. Питання моделювання руху вантажів у технологічних процесах пакування, різання, подрібнення досліджують колективи вчених під керівництвом А. Соколенка [1], О. Гавви [11, 12], Young Teck Kim [4], S.J. James, J.A. Evans [3], J.S. Dai [4], Mahsa Parvini [6] та іншими науковцями. **Мета досліджень** — встановити характер переміщення вантажів по різ-

них поверхнях під дією постійної та змінної рушійної сили для мінімізації витрат енергії на переміщення, зменшення негативного впливу на продукт (вантаж) за допомогою моделювання механізму руху вантажів.

Завдання досліджень:

- мінімізація витрат енергії та негативного впливу на продукт (вантаж) під час його переміщення;
- опис руху вантажу по різних поверхнях у вигляді математичних моделей, побудованих на основі диференціальних рівнянь руху другого порядку;
- встановлення режимів руху продукту (вантаж) по горизонтальній та похилій поверхнях, за різних законів зміни рушійної сили;
- визначення витрат енергії на переміщення вантажів згідно з отриманими математичними моделями.

Об'єкт досліджень — теорія моделювання переміщення вантажу по різних поверхнях. **Предмет досліджень** — витрати енергії та режими руху вантажів по горизонтальній та похилій поверхнях.

Математичне моделювання руху вантажів виконано з використанням рівнянь рівноваги зусиль і диференціальних рівнянь руху другого порядку, а також методів символічної математики на основі програмного пакету Maple.

Результати досліджень

Розглянемо рух вантажу під дією рушійної сили по горизонтальній (рис. 1а) та похилій (рис. 1б) поверхнях.

Відстань L_1 складається з двох частин: X_1X_2 — проекції шляху переміщення на горизонталь та X_2X_3 — шлях руху по горизонтальній площині. Запишемо диференціальне рівняння руху у випад-

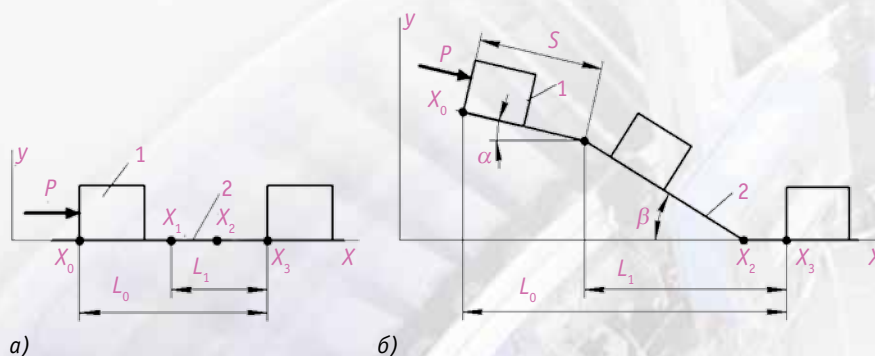


Рис. 1. Переміщення вантажу по горизонтальній (а) та похилій (б) поверхнях: 1 — вантаж; 2 — поверхня тертя; P — рушійна (штовхальна) сила; α — кут нахилу поверхні, по якій вантаж рухається під дією рушійної сили; β — кут нахилу поверхні, по якій вантаж рухається самостійно за інерцією; L_0 — відстань, на яку переміщується вантаж; L_1 — відстань, на яку вантаж переміщується самостійно за інерцією (без допомоги рушійної сили P); S — шлях переміщення (для горизонтальної поверхні $L_0 = S$)

ку переміщення вантажу без урахування опору повітря та можливих випадкових сторонніх гальмівних чинників:

$$P(t) = fmg \cos \alpha - mg \sin \alpha + m \frac{d^2 s}{dt^2}. \quad (1)$$

З урахуванням опору повітря рівняння руху матиме вигляд:

$$P(t) = fmg \cos \alpha - mg \sin \alpha + m \frac{d^2 s}{dt^2} + k_1 \frac{ds}{dt}, \quad (2)$$

де P — рушійна сила; m — маса вантажу; f — коефіцієнт тертя; k_1 — коефіцієнт додаткового опору (повітря, робочих органів та інших неврахованих чинників).

Рушійна сила повинна забезпечити переміщення вантажу на задану відстань L_0 та рух вантажу з певною швидкістю. При цьому енергетичні витрати мають бути мінімальними.

У сучасних транспортних лініях рушійна сила може бути постійною $P = \text{const}$, змінюватися за лінійним $P = a - bt$ або нелінійним $P = a - b_1 t^2$ законами, в імпульсному, плавному або інших режимах.

Розглянемо найбільш поширені випадки, коли рушійна сила діє на вантаж постійно або за лінійним і нелінійним законами.

Для горизонтальної поверхні, прийнявши початкові умови: $t=0 \Rightarrow S(0)=0; V(0)=0$, отримаємо розв'язок рівняння (1) — знайдемо переміщення вантажу. Наступним диференціюванням визначимо швидкість його руху.

Для $P = \text{const}$, $\cos \alpha = 1$; $\sin \alpha = 0$:

$$S(t) = \frac{(P - fmg)t^2}{2m} \quad (3)$$

$$V(t) = \left(\frac{P}{m} - fg\right)t \quad (4)$$

Для $P = a - bt$:

$$S(t) = \left(\frac{a - mfg}{2m}\right)t^2 - \frac{bt^3}{6m} \quad (5)$$

$$V(t) = \frac{(a - mfg)t}{m} - \frac{bt^2}{2} \quad (6)$$

Для $P = a - b_1 t^2$:

$$S(t) = \left(\frac{a - mfg}{2m}\right)t^2 - \frac{bt^4}{12m} \quad (7)$$

$$V(t) = \left(\frac{a - mfg}{m}\right)t - \frac{bt^3}{3m} \quad (8)$$

Якщо рух відбувається по похилій поверхні, за аналогічних початкових умов $t=0 \Rightarrow S(0)=0; V(0)=0$, отримаємо переміщення і відповідну швидкість руху.

Для $P = \text{const}$:

$$S(t) = \frac{(mg(\sin \alpha - f \cos \alpha) + P)t^2}{2m} \quad (9)$$

$$V(t) = \frac{(mg(\sin \alpha - f \cos \alpha) + P)t}{m} \quad (10)$$

Для $P = a - bt$:

$$S(t) = \frac{t^2}{2} \left(g(\sin \alpha - f \cos \alpha) + \frac{a}{2m} \right) - \frac{bt^3}{6m} \quad (11)$$

$$V(t) = \left(g(\sin \alpha - f \cos \alpha) + \frac{a}{m} \right)t - \frac{bt^2}{2m} \quad (12)$$

Для $P = a - b_1 t^2$:

$$S(t) = \frac{(mg(\sin \alpha - f \cos \alpha) + a)t^2}{2m} - \frac{bt^4}{12m} \quad (13)$$

$$V(t) = \left(g(\sin \alpha - f \cos \alpha) + \frac{a}{m} \right)t - \frac{bt^3}{3m} \quad (14)$$

Якщо відома початкова швидкість V_1 , з якою вантаж потрапляє на поверхню в точку x_1 (рис. 1а), і далі він рухається за інерцією, то рівняння руху без урахування опору повітря може бути представлено рівнянням (15):

$$fg \cos \beta - g \sin \beta + \frac{d^2 s}{dt^2} = 0 \quad (15)$$

За початкових умов $t=0 \Rightarrow S(0)=0; V(0)=V_1$, його розв'язок матиме вигляд:

$$S(t) = \frac{t^2}{2} (g \sin \beta - fg \cos \beta) + V_1 t \quad (16)$$

Виконавши диференціювання, знайдемо швидкість руху вантажу:

$$V(t) = t(g \sin \beta - fg \cos \beta) + V_1 \quad (17)$$

Вантаж зупиниться за умови, якщо $V=0$. Тоді з рівняння (17) знайдемо необхідний для цього час t . Підставивши його в рівняння (16), знайдемо переміщення S до зупинки як функцію від V_1, t, f, β .

Важливим чинником проектування технологічних ліній є мінімізація енерговитрат для переміщення вантажів.

Роботу A , витрачену для переміщення по горизонтальній поверхні, можна розрахувати, визначивши інтеграл функції $P(t)ds(t)$.

Для $P = \text{const}$:

$$A_1 = \int_0^{t_1} P(t)ds(t) = \int_0^{t_1} Pt \left(\frac{P}{m} - fg \right) dt = \frac{Pt_1^2}{2} \left(\frac{P}{m} - fg \right) \quad (18)$$

Для $P = a - bt$:

$$A_2 = \int_0^{t_2} P(t)ds(t) = \int_0^{t_2} (a - bt) \left(\frac{at}{m} - fgt - \frac{bt^2}{2m} \right) dt = \frac{b^2 t_2^4}{8m} + \frac{t_2^3 b}{3m} \left(-\frac{3a}{2} + fmg \right) + \frac{t_2^2}{2} \left(\frac{a^2}{m} - afg \right) \quad (19)$$

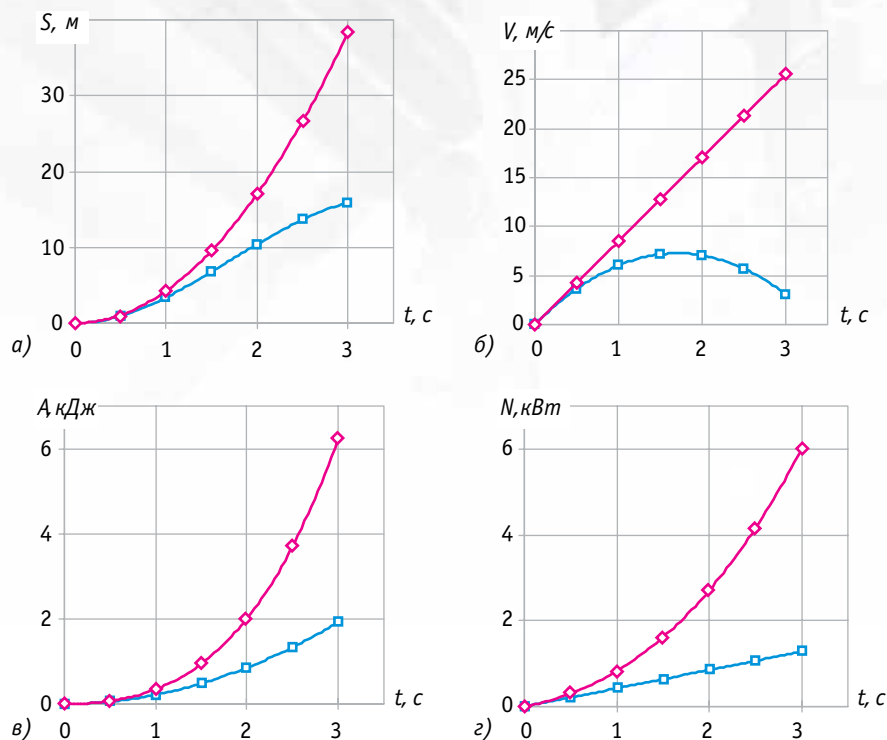


Рис. 2. Залежність переміщення (а), швидкості (б), роботи (в), потужності (з) від часу руху вантажу при $P = \text{const}$ (♦) та $P = a - bt$ (□), (коефіцієнт $a = 50$; $b = 25$; коефіцієнт тертя $f = 0,15$)



Для $P = a - b \cdot t^2$:

$$A_3 = \int_0^{t_3} (a - b t^2) \left(\frac{at}{m} - f g t - \frac{b t^3}{3m} \right) dt =$$

$$= \frac{b^2 t_3^6}{18m} + \frac{t_3^4}{4} \left[b \left(f g + \frac{a}{m} \right) - \frac{b a}{3m} \right] +$$

$$+ \frac{a t_3^2}{2} \left(\frac{a}{m} - f g \right) \quad (20)$$

Витрати енергії залежать від характеру та тривалості дії рушійної сили. Якщо для виконання інженерних розрахунків необхідно визначити витрати енергії на одиницю часу — потужність, то потрібно провести диференціювання рівнянь (18), (19) і (20). У першому випадку, коли $P = \text{const}$:

$$N_1 = \frac{dA_1}{dt_1} = P \left(\frac{P}{m} - f g \right) t_1 \quad (23)$$

У другому, коли $P(t) = a - b t$:

$$N_2 = \frac{dA_2}{dt_2} = \frac{b^2 t_2^3}{2m} + \frac{t_2^2 b}{m} \left(-\frac{3a}{2} + f m g \right) +$$

$$+ t \left(\frac{a^2}{m} - a f g \right) \quad (24)$$

У третьому, коли $P = a - b \cdot t^2$:

$$N_3 = \frac{dA_3}{dt_3} = \frac{1}{3} \frac{b^2 t_3^5}{m} + \left(-\frac{a b}{3m} - \left(b \frac{a}{m} - f g \right) \right) t_3^3 + a \left(\frac{a}{m} + f g \right) t_3 \quad (25)$$

Графічний аналіз отриманих закономірностей переміщення, швидкості, енергетичні характеристики руху вантажу показано на прикладі горизонтальної ділянки (рис. 1), коли на вантаж масою 5 кг діє рушійна сила 50Н як постійна в часі або змінюється за лінійним законом, коли $P = \text{const}$ та $P = a - b t$.

Висновки

Розроблені математичні моделі дають можливість розрахувати швидкість руху, відстань переміщення, енергетичні витрати на переміщення вантажу (продукція, упаковка, тара) залежно від нахилу поверхні і її стану, тривалості руху, конструкції рушійного механізму і характеру зміни рушійної сили. Наукова новизна полягає в підходах до отримання математичних моделей переміщення вантажу та їх аналітичних досліджень. Робота і витрата енергії на переміщення вантажу представлені як математичні залежності від характеру і тривалості дії рушійної сили, що дає змогу розрахувати їх на будь-якому етапі руху.

Результати можуть бути використані в проектуванні транспортувального обладнання поточкових ліній, а також для впровадження енергозберігаючих режимів переміщення вантажу і вдосконалення харчових технологій.

Враховуючи велике різноманіття виконавчих механізмів транспортних систем, доцільно дослідити залежності переміщення, швидкості і прискорення, а також енергетичні витрати на переміщення вантажу за складніших законів зміни рушійної сили, використавши наведені методи дослідження. Наприклад, якщо вантаж отримує рух від кулачкового або кривошипно-шатунного механізму через пружину або через систему, що характеризується складними реологічними властивостями.

Література

1. Моделирование процессов пакувания: Підручник / А.І. Соколенко, В.Л. Яровий, В.А. Піддубний, К.В. Васильківський, О.Ю. Шевченко. — Вінниця: Нова книга, 2004. — 272 с.
2. Гуць В.С. Энергетика механічних процесів пакування // Упаковка. — 2001. — № 6. — С. 20–22.
3. James S.J., James C., Evans J.A. Modelling of food transportation systems — a review // International Journal of Refrigeration. — 2006. — № 29 (6). — P. 947–957.
4. Young Teck Kim, Byungjin Min, Kyung Won Kim. General Characteristics of Packaging Materials for Food System // Innovations in Food Packaging (Second Edition). — 2014. — P. 13–35.
5. Dai J.S. 17 — Robotics and automation for packaging in the confectionery industry. Robotics and Automation in the Food Industry. — Elsevier. — 2013. — 519 p.
6. Mahsa Parvini. Packaging and Material Handling. Logistics Operations and Management. — Elsevier. — 2011. — 326 p.
7. Гуць В.С., Коваль О.А., Губеня А.А. Перемещение груза рабочими органами технологического оборудования // Упаковка. — 2011 — № 3. — С. 39–40.
8. Gubenia O., Guts V. Modeling of cutting of food products // Journal of EcoAgri-Tourism. — 2010. — № 6. — P. 67–71.
9. Guts V., Gubenia O., Stefanov S., Hadjiiski W. Modelling of food product cutting // 10th International conference “Research and development in mechanical industry—2010”. — Serbia: Donji Milanovac, 2010. — № 2. — P. 1100–1105.

10. Guts V., Gubenia O. Estimation of competition and process equipment technological level. — The second north and east european congress on food, 2013. — 48 p.

11. Гавва А.М., Халайджі В.В., Токарчук С.В. Исследование операций группового упаковывания с учетом структурно-механических характеристик упаковочных единиц // Научни трудове на УХТ. — 2011. — № 58 (3). — С. 384–390.

12. Гавва О.М., Халайджі В.В., Волчко А.І. Диференціація операцій групового пакування // Упаковка. — 2009. — № 6. — С. 35–40.

13. Guts V., Gubenia O. Cutting of multi-layered products in food industry // Journal of EcoAgriTourism. — 2012. — № 8. — P. 158–161.

14. Goots V., Gubenia O., Lukianenko B. Modeling of cutting of multilayer materials // Journal of food and packaging Science, Technique and Technologies. — 2013. — № 2 (2). — P. 294–299. 

Моделирование движения грузов в транспортных операциях

В.С. Гуць, д.т.н., О.О. Губеня, к.т.н., О.А. Коваль, к.т.н.

В статье представлены результаты моделирования движения груза по рабочим поверхностям технологического оборудования, которое проводилось с целью минимизации затрат энергии на перемещение, уменьшения негативного воздействия на продукт путем анализа механизма движения грузов по различным поверхностям под действием постоянной и переменной движущей силы в различных технологических процессах, включая упаковку. Авторы анализируют математические модели, полученные на основе дифференциальных уравнений второго порядка. Энергетические характеристики перемещения в статье определены как зависимости от характера и времени действия движущей силы. Результаты моделирования дают возможность при проектировании выбрать приводной механизм, обеспечить такие режимы движения, при которых груз не повредится, а процесс будет происходить с минимальным расходом энергии.

Ключевые слова: транспортирование; упаковывание; моделирование; энергия.

Modelling of motion of loads at transport operations

V.S. Goots, Dr. O.O. Gubenia, Ph.D. O.A. Koval, Ph.D

The authors present the results of modeling the motion of load on the working surfaces of the process equipment, was conducted for purpose of minimization of charges of energy on moving, diminishing of negative action to the product by the analysis of mechanism of motion of loads on different surfaces at action of permanent and variable motive force in different technological processes, including packing. The authors analyze the mathematical models derived from second order differential equations. Energy characteristics of movement in the article are defined as depending on the nature and duration of the driving force. Modelling results enable to choose a moving mechanism, provide such modes of motion, at which a load will not be damaged, and a process will take place with the minimum charges of energy.

Keywords: transporting; packing; design; energy.