

**О ВЛИЯНИИ УСРЕДНЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ СВЕКЛОВИЧНОЙ
СТРУЖКИ НА ТОЧНОСТЬ РАСЧЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ
ПРОЦЕССА ЭКСТРАКЦИИ**

При описании процесса экстракции сахара из свекловичной стружки используются решения дифференциальных уравнений, полученных путем введения ряда усредненных допущений. Правомерность использования усредненных значений ряда параметров (температур, концентраций в твердой фазе, значений коэффициента диффузии сахара в свекле, характерных размеров стружки и др.) на отдельных участках экстракционных аппаратов доказана.

Разработанная с учетом этого методика интервально-итерационного расчета процесса экстракции [1, 3] нашла практическое применение.

Для выполнения расчетов по этой методике необходимо иметь локальные значения ряда параметров. Трудоемкость и длительность определения некоторых из них (например, коэффициента диффузии сахара в стружке) исключает возможность ее применения для целей корректировки процесса экстракции. Однако разработка алгоритма управления процессом на основе интервальной методики может оказаться весьма эффективной, если использовать усредненные значения некоторых параметров. При этом важно знать зависимости изменения параметров от ряда факторов, характеризующих процесс, и степень влияния их усреднения на точность конечных результатов.

Рассмотрим некоторые случаи усреднения параметров и определим степень их влияния на разных участках процесса. Известно, что величина коэффициента диффузии сахарозы в свекле существенно зависит от ее концентрации. В. М. Лысянским были экспериментально определены численные значения коэффициента диффузии сахарозы в свекловичной стружке в зависимости от концентрации сахарозы в диапазоне концентраций 100,5—196,0 кг/м³ и вычислено среднее значение коэффициента диффузии, которое составляет $1,036 \cdot 10^{-9}$ м²/с.

Обработка экспериментальных данных В. М. Лысянского позволила автору настоящего исследования получить линейную аппроксимацию зависимости коэффициента диффузии сахарозы от концентрации в виде

$$D = D_0 (1 - 0,265 \cdot 10^{-2} C), \quad (1)$$

где $D_0 = 1,7 \cdot 10^{-9}$ — значение коэффициента диффузии при нулевой концентрации сахарозы, м²/с; C — концентрация сахарозы в свекле, кг/м³. Графическая интерпретация зависимости $D = f(C)$ показана на рис. 1. Рассчитанные по уравнению средние значения коэффициента диффузии в интервале концентраций 100,5—196 кг/м³ хорошо совпадают с экспериментальными значениями.

При исследовании процесса диффузии сахарозы в свекловичной стружке представляет интерес решение дифференциального уравнения диффузии с учетом зависимости (1). Такое уравнение для неограниченной пластины имеет вид

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 - 0,265 \cdot 10^{-2} C) \frac{\partial C}{\partial x} \right]. \quad (2)$$

Известны также граничные условия

$$-D_0 (1 - 0,265 \cdot 10^{-2} C) \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = \beta [C(\delta, \tau) - C_{ж}]; \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (4)$$

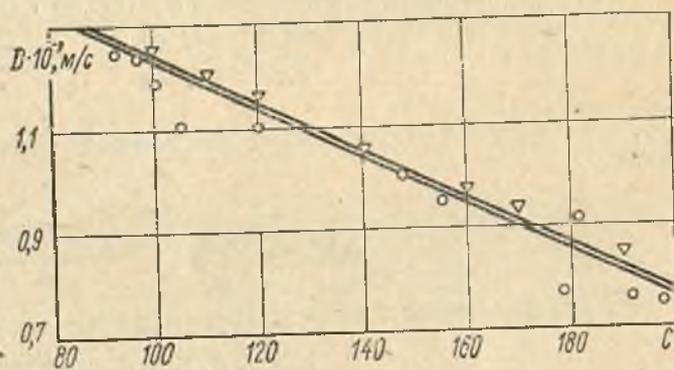


Рис. 1. График зависимости коэффициента диффузии сахарозы от ее концентрации (○ — экспериментальные данные, ▽ — расчетные).

и начальные

$$C(x, y) = C_0. \quad (5)$$

Здесь τ — время, с; x — координата, м; δ — половина толщины стружки, м; β — коэффициент массоотдачи от поверхности стружки, м/с; $C_{ж}$ — концентрация сахарозы в жидкой фазе, кг/м³. Далее полагаем $C_{ж} = 0$, что практически не влияет на общность получаемых результатов.

Для решения краевой задачи (2)–(5) введем обозначение

$$1 - 0,265 \cdot 10^{-2} C = L(C). \quad (6)$$

$$\text{Тогда } C = 1 - L/(0,265 \cdot 10^{-2}), \quad (7)$$

откуда

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{\partial C}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial \tau} = \frac{-1}{0,265 \cdot 10^{-2}} \frac{\partial L}{\partial \tau},$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{-1}{0,265 \cdot 10^{-2}} \frac{\partial L}{\partial x}.$$

Преобразуя с помощью последних соотношений уравнение (2), получаем

$$\frac{-1}{0,265 \cdot 10^{-2}} \frac{\partial L}{\partial \tau} = D_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[L \frac{\partial C}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial x} \right]. \quad (8)$$

С учетом данных работы [4], представим уравнение (6) в следующем виде:

$$L(C) \cong A \exp(MC), \quad (9)$$

где постоянные A и M выбираются из условия минимального расхождения функций $L(C)$ и $\varphi(C) = A \exp(MC)$.

Из выражения (9) можно получить $\partial L/\partial C = AM \exp(MC)$. Тогда $L \partial C/\partial L = 1/M$.

Подставляя это соотношение в уравнение (8) и учитывая условия (3)–(5), получаем

$$\frac{\partial L}{\partial \tau} = - \frac{0,265 \cdot 10^{-2} D_0}{M} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\beta M}{0,265 \cdot 10^{-2} D_0} L(\delta, \tau); \quad (11)$$

$$\left. \frac{\partial L}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad (12)$$

$$L(x, 0) = 1 - 0,265 \cdot 10^{-2} C_0. \quad (13)$$

Применяя подстановки

$$v = \frac{1}{0,265 \cdot 10^{-2}} (1 - L); \quad \xi = \frac{x}{\delta},$$

задачу (10)–(13) приводим к классическому виду

$$\frac{\partial v}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} \quad 0 \leq v \leq 1, \quad 0 \leq \xi \leq 1; \quad (14)$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = Bi v(1, Fo); \quad (15)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0; \quad (16)$$

$$v(\xi, 0) = v_0 = 1. \quad (17)$$

Здесь принято

$$\frac{-0,265 \cdot 10^{-2} D_0 \tau}{M \delta^2} = Fo; \quad (18)$$

$$\frac{-\beta M \delta}{0,265 \cdot 10^{-2} D_0} = Bi. \quad (19)$$

Таким образом, исходная нелинейная краевая задача (2)—(5) преобразована в квазилинейную задачу (14)—(17), которая отличается от линейной тем, что параметр M является функцией начальной концентрации C_0 .

Решение краевой задачи (14)—(17) известно из литературы [2]. Там же приведено выражение

$$\bar{v} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (20)$$

определяющее для данного случая среднюю концентрацию сахарозы в стружке в зависимости от продолжительности процесса. В выражении (20) B_n — положительные коэффициенты, определяемые зависимостью

$$B_n = \frac{2 Bi^2}{\mu_n^2 (Bi^2 + Bi + \mu_n^2)},$$

где μ_n — собственные числа краевой задачи, являющиеся корнями характеристического уравнения $\operatorname{ctg} \mu_n = 1/Bi \mu_n$.

Используя приведенные в работе [2] значения B_n и μ_n , с помощью уравнения (20) рассчитываем процесс экстракции сахарозы из свекловичной стружки, принимая линейное по длине стружки начальное распределение концентрации сахарозы в интервале 120—170 кг/м³. При этом средняя начальная концентрация сахарозы составляет 145 кг/м³.

Исходя из зависимостей (1) и (9), выведем формулу для определения величины M

$$\int_0^{C_0} D_0 (1 - 0,265 \cdot 10^{-2} C) dC = \int_0^{C_0} A \exp(MC) dC.$$

Вычислив интегралы, получим $D_0 C_0 - 0,5 \cdot 0,265 \cdot 10^{-2} C_0^{-2} = A \frac{1}{M} \times \times [\exp(MC_0) - 1]$.

Разложив правую часть полученного равенства в ряд и рассмотрев три члена ряда, получим $D_0 C_0 - 0,5 \cdot 0,265 \cdot 10^{-2} C_0^{-2} = A \left(C_0 + 0,5 M C_0^2 + \frac{1}{6} M^2 C_0^3 \right)$. Отсюда $A = D_0$, и квадратное уравнение для определения M будет иметь вид

$$M^2 C_0 + 3M + 3 \cdot 0,265 \cdot 10^{-2} = 0. \quad (21)$$

При C_0 , равном 120, 130; 140; 150; 160; 170, значения параметра $M \cdot 10^2$, вычисленные по формуле (21) соответственно равны —0,300; —0,304; —0,307; —0,318; —0,319; —0,324.

Используя полученные значения, по зависимостям (18) и (19) вычисляем значения критериев Fo и Bi , принимая $\delta = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м, а $\beta = 4 \cdot 10^{-6}$ м/с. Далее по уравнению (20) находим концентрацию сахарозы в стружке в зависимости от времени и начальной концентрации. Суммируя эти данные по длине стружки, получаем среднюю концентрацию сахарозы в стружке в зависимости от длительности процесса экстракции.

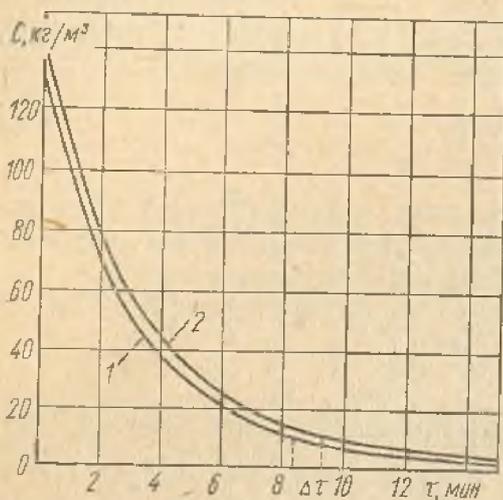


Рис. 2. График зависимости средней концентрации сахара в стружке от длительности процесса.

тракции быстро увеличивается, что следует учитывать при разработке программ управления процессами.

Указанная зависимость видна на рис. 2 (кривая 1). Там же для сравнения приведена кривая 2 процесса экстракции, рассчитанная по зависимости (20) с использованием среднего значения начальной концентрации $C_0 = 145$ кг/м³ и среднего значения коэффициента диффузии $D = 1,36 \times 10^{-9}$ м²/с.

Таким образом, использование при расчете процесса экстракции средних значений коэффициента диффузии и средних по длине стружки начальных концентраций сахарозы мало влияет на точность расчета на начальных этапах процесса. В то же время расчет процесса с использованием средних параметров дает завышенное на 10% время экстракции при достижении стружкой концентрации 10 кг/м³.

По мере приближения процесса к конечной стадии расхождение во времени экстракции быстро увеличивается, что следует учитывать при разработке программ управления процессами.

Список литературы

1. Аксельруд Г. А., Лысянский В. М. Экстрагирование. Система твердое тело — жидкость. М.—Л., Химия, 1974.
2. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., Высшая школа, 1967.
3. Лысянский В. М. Процесс экстракции сахара из свеклы. М., Пищевая промышленность, 1973.
4. Фурман А. В., Шилин Г. Ф. — Известия Томского политехнического института, 1967, № 162.

Поступила в редколлегию 14.03.78.