

УДК 620.2, 519.7

М.Г.Медведєв,

д-р тех. наук, проф.

В.М.Романенко,

канд. фіз.-мат. наук

Національний університет

харчових технологій

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРАТЕГІЇ КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ

Якість продукції в умовах сучасного виробництва — найважливіша складова частина ефективності, рентабельності підприємства, тому їй необхідно приділяти постійну увагу. Займатися якістю повинні всі — від директора підприємства до конкретного виконавця робочої операції. Система управління якістю об'єднує всі процеси щодо забезпечення, проектування та збереження якості. Зараз все більшою мірою спостерігається перехід до застосування наукових методів оцінювання якості продукції, до масової механізації і автоматизації контролю якості за допомогою комп'ютерів.

В статті розглядається економіко–математична модель контролю за якістю продукції. Запропонований підхід дозволяє оптимізувати стратегію контролю якості з врахуванням собівартості, штрафу за неякісну продукцію та інші економічні показники.

Ключові слова: *контроль якості, математична модель, оптимізація.*

В сучасному світі діяльність будь-якого підприємства, його неохитне становище на ринку товарів і послуг визначається рівнем конкурентоспроможності. У свою чергу, конкурентоспроможність пов'язана з двома показниками — рівнем ціни і рівнем якості продукції [1].

Контроль якості стає все важливішою і водночас дорожчою частиною виробничого процесу. Витрати окремих фірм, які пов'язані із забезпеченням високого рівня якості продукції, враховуючи складність сучасних

технологічних процесів, устаткування, а також обсяг виробництва, досягають 12 % усього обсягу виробничих затрат. При цьому ці витрати лягають на плечі не тільки виробників, а й споживачів, затрати яких на ремонт і обслуговування виробів часто перевищують первісно сплачену за них ціну.

Кожному виду продукції відповідає певний рівень витрат на забезпечення його якості: чим вища якість продукції, тим більші витрати. Для продукції низької якості витрати можуть перевищити виторг від продажів. Те саме відбудеться, якщо якість продукції буде занадто високою.

Тому актуальною є задача визначення оптимальної стратегії контролю якості продукції:

Нехай деяка продукція, яка виробляється підприємством-постачальником A (сировина для легкої промисловості, первинна продукція сільського господарства і т.п.), поставляється підприємству B для переробки і виготовлення готових виробів (одягу, взуття, продуктів харчування і т.п.). Кожне з підприємств зацікавлене в збільшенні своїх прибутків. У зв'язку з цим підприємство B контролює якість продукції підприємства A , а підприємство A не завжди зацікавлене в підвищенні її якості. При зменшенні частоти контролю збільшується безкарність постачальників продукції, які в погоні за кількісними показниками послаблюють увагу до якості продукції. При збільшенні частоти контролю якість продукції підприємства B покращується, але вартість контролю збільшується. Необхідно визначити оптимальну частоту контролю за якістю продукції підприємства A підприємством B , а також оптимальну стратегію підприємства A для збільшення їхніх прибутків.

Введемо умовні позначення:

$C_{Aя}$ і $S_{Aя}$ — відповідно ціна й собівартість якісної продукції підприємства A ;

$C_{Aб}$ і $S_{Aб}$ — ціна та собівартість бракованої продукції підприємства A ;

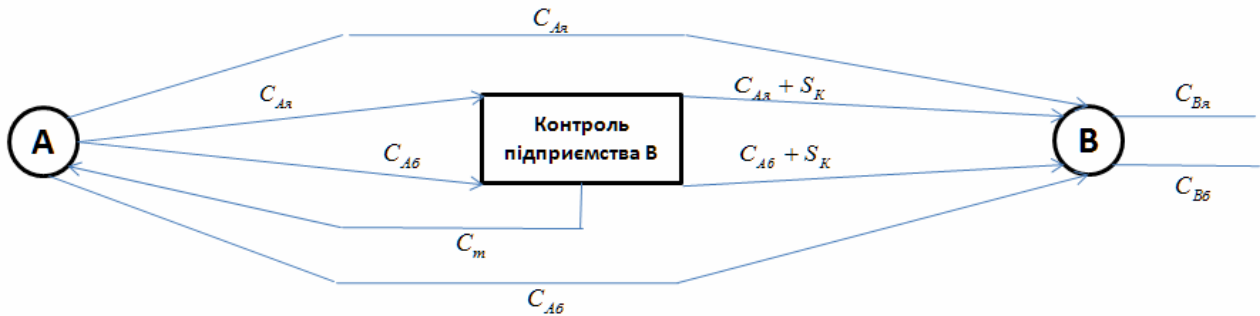
$C_{Bб}$ і $C_{Bя}$ — відповідно ціни бракованих і якісних виробів підприємства B ;

S_B — собівартість виготовлення виробів підприємством B ;

S_K — вартість контролю для підприємства B ;

$C_{ш}$ — вартість штрафу, який сплачує державі підприємство A у разі виявленого браку.

Зобразимо графічно рух продукції від підприємства A до підприємства B



Позначимо через $y_я$ ймовірність вироблення якісної продукції підприємством A (стратегія A_1), а через $y_б$ — бракованої (стратегія A_2), при цьому $y_я + y_б = 1$. Через $x_к$ позначимо ймовірність контролю продукції підприємством B (стратегія B_1), а через $x_б$ — ймовірність відсутності контролю (стратегія B_2), $x_к + x_б = 1$. Складемо матриці виграшів (прибутків) для підприємств A і B відповідно (табл. 1 і 2)

Таблиця 1

$A \setminus B$	$x_к$	$x_б$
$y_я$	$C_{Aя} - S_{Aя}$	$C_{Aя} - S_{Aя}$
$y_б$	$C_{Aб} - S_{Aб} - C_{ш}$	$C_{Aя} - S_{Aб}$

Таблиця 2

$A \setminus B$	$x_к$	$x_б$
$y_я$	$C_{Bя} - C_{Aя} - S_K - S_B$	$C_{Bя} - C_{Aя} - S_B$
$y_б$	$C_{Bб} - C_{Aб} - S_K - S_B$	$C_{Bб} - C_{Aя} - S_B$

Тоді їхні середні прибутки (виграші) будуть дорівнювати

$$S_A = (C_{Aя} - S_{Aя})y_яx_к + (C_{Aя} - S_{Aя})y_яx_б + \\ + (C_{Aб} - S_{Aб} - C_{ш})y_бx_к + (C_{Aя} - S_{Aб})y_бx_б;$$

$$S_B = (C_{Bя} - C_{Ая} - S_K - S_B)y_яx_к + (C_{Bя} - C_{Ая} - S_B)y_яx_б + \\ + (C_{Bб} - C_{Аб} - S_K - S_B)y_бx_к + (C_{Bб} - C_{Ая} - S_B)y_бx_б.$$

Використовуючи позначення

$$y_я = y, \quad y_б = 1 - y, \quad x_к = x, \quad x_б = 1 - x,$$

отримуємо

$$\begin{aligned} S_A &= y(C_{Ая} - S_{Ая}) + (1 - y)[x(C_{Аб} - C_{и} - C_{Ая}) + C_{Ая} - S_{Аб}]; \\ S_B &= y(C_{Bя} - C_{Ая} - S_B - S_Kx) + (1 - y)[x(C_{Ая} - C_{Аб} - S_K) + C_{Bб} - C_{Ая} - S_B]. \end{aligned} \quad (1)$$

Ситуація рівноваги в цій задачі характеризується такою оптимальною парою (точкою) (y^*, x^*) — оптимальною частотою (ймовірністю) контролю x^* підприємства A підприємством B і оптимальною частотою (ймовірністю) y^* вироблення якісної продукції підприємством A , при якій стороні B не вигідно змінювати свою стратегію x^* , а стороні A — свою стратегію y^* , оскільки це призведе до зменшення їх середніх прибутків (виграшів). Звідси випливають умови рівноваги:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_A}{\partial y} &= C_{Ая} - S_{Ая} - [x(C_{Аб} - C_{и} - C_{Ая}) + C_{Ая} - S_{Аб}] = 0; \\ \frac{\partial S_B}{\partial x} &= -yS_K + (1 - x)(C_{Ая} - C_{Аб} - S_K) = 0. \end{aligned}$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, отримуємо

$$\begin{aligned} y^* = y_я^* &= \frac{C_{Ая} - C_{Аб} - S_K}{C_{Ая} - C_{Аб}}; & y_б^* = 1 - y_я^* &= \frac{S_K}{C_{Ая} - C_{Аб}}; \\ x^* = x_к^* &= \frac{S_{Ая} - S_{Аб}}{C_{Ая} - C_{Аб} + C_{и}}; & x_б^* = 1 - x_к^* &= 1 - \frac{S_{Ая} - S_{Аб}}{C_{Ая} - C_{Аб} + C_{и}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Звідси випливає, що для будь-якої відмінної від нуля вартості контролю S_K для підприємства B існує деяка оптимальна для підприємства A частка браку, яка дорівнює y^* . Щоб знизити критичну частоту контролю x^* підприємства B , необхідно збільшити величину штрафу $C_{ш}$. Підставляючи оптимальні значення y^* і x^* , обчислені за формулами (2), у співвідношення (1), отримуємо очікувані оптимальні прибутки (виграші) підприємств A і B :

$$\begin{aligned} S_A^* &= \frac{C_{Aя} - C_{Aб} - S_K}{C_{Aя} - C_{Aб}} (C_{Aя} - S_{Aя}) + \\ &+ \frac{S_K}{C_{Aя} - C_{Aб}} \left[\frac{S_{Aя} - S_{Aб}}{C_{Aя} - C_{Aб} + C_{ш}} (C_{Aб} - C_{ш} - C_{Aя}) + C_{Aя} - S_{Aб} \right]; \\ S_B^* &= \frac{C_{Aя} - C_{Aб} - S_K}{C_{Aя} - C_{Aб}} \left(C_{Bя} - C_{Aя} - S_B - S_K \frac{S_{Aя} - S_{Aб}}{C_{Aя} - C_{Aб} + C_{ш}} \right) + \\ &+ \frac{S_K}{C_{Aя} - C_{Aб}} \left[\frac{S_{Aя} - S_{Aб}}{C_{Aя} - C_{Aб} + C_{ш}} (C_{Aя} - C_{Aб} - S_K) + C_{Bб} - C_{Aя} - S_B \right]; \end{aligned}$$

після спрощень маємо

$$S_A^* = C_{Aя} - S_{Aя}; \quad S_B^* = C_{Bя} - C_{Aя} - S_B - \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Aб}} S_K. \quad (3)$$

Для розв'язку цієї задачі вище було застосовано теорію некооперативних ігор [2,3], тобто розглядалась ситуація, коли між підприємствами A і B немає ніяких домовленостей (співробітництва) стосовно збільшення власних прибутків — кожне підприємство діє на власний розсуд. При цьому загальний прибуток при їх оптимальних стратегіях дорівнює

$$S_A^* + S_B^* = C_{Bя} - S_{Aя} - S_B - \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Aб}} S_K.$$

Нехай тепер між підприємствами A і B є домовленість щодо об'єднання своїх зусиль з метою збільшення загального прибутку. Зокрема, це може відповідати ситуації, коли підприємство B поглинає підприємство A . У цьому

випадку в них є одна мета — збільшення загального прибутку — якій відповідає одна матриця виграшів (прибутків), що дорівнює сумі матриць виграшів окремо для підприємств A і B (табл.1 і 2):

Таблиця 3

$A \setminus B$	x_κ	x_δ
y_α	$C_{B\alpha} - S_{A\alpha} - S_K - S_B$	$C_{B\alpha} - S_{A\alpha} - S_B$
y_δ	$C_{B\delta} - S_{A\delta} - S_K - S_B - C_{\text{ш}}$	$C_{B\delta} - S_{A\delta} - S_B$

Оскільки елементи другого стовпчика цієї матриці (табл. 3) більші за відповідні елементи першого стовпчика, то при довільних стратегіях підприємства A друга стратегія підприємства B , що характеризується відсутністю контролю над продукцією підприємства A ($x_\kappa = 0$; $x_\delta = 1$), є оптимальною для збільшення загального прибутку підприємства A і B , середня (очікувана) величина якого в цьому випадку дорівнює

$$\begin{aligned} S_{A+B}^* &= (C_{B\alpha} - S_{A\alpha} - S_B) y_\alpha + (C_{B\delta} - S_{A\delta} - S_B) y_\delta = \\ &= (C_{B\alpha} - S_{A\alpha} - S_B)(1 - y_\delta) + (C_{B\delta} - S_{A\delta} - S_B) y_\delta. \end{aligned} \quad (4)$$

У зв'язку з тим, що прибуток від реалізації якісних виробів більший, ніж від бракованих,

$$C_{B\alpha} - S_{A\alpha} - S_B > C_{B\delta} - S_{A\delta} - S_B,$$

і на відміну від першого випадку, коли підприємство A працює тільки на власний прибуток і йому вигідно виробляти частку браку y_δ^* , з метою збільшення загального прибутку S_{A+B}^* воно прагне (зацікавлене) зменшити цю частку. Коли $y_\delta = 0$, загальний прибуток дорівнює

$$S_{A+B}^* = C_{B\alpha} - S_{A\alpha} - S_B,$$

Підрахуємо, на скільки більший загальний прибуток підприємств A і B , коли вони працюють разом, від загального прибутку, коли вони працюють окремо, кожне на свій результат:

$$\Delta_{AB} = S_{A+B}^* - (S_A^* + S_B^*) = (C_{Bя} - S_{Aя} - S_B)(1 - y_{\bar{o}}) + \\ + (C_{B\bar{o}} - S_{A\bar{o}} - S_B)y_{\bar{o}} - C_{Bя} + S_{Aя} + S_B + \frac{C_{Bя} - C_{B\bar{o}}}{C_{Aя} - C_{A\bar{o}}} S_K.$$

після спрощень

$$\Delta_{AB} = -(C_{Bя} - C_{B\bar{o}} - S_{Aя} + S_{A\bar{o}})y_{\bar{o}} + \frac{C_{Bя} - C_{B\bar{o}}}{C_{Aя} - C_{A\bar{o}}} S_K. \quad (5)$$

Оскільки значення виразу, що стоїть в дужках, завжди додатне, різниця Δ_{AB} є лінійною спадаючою функцією відносно $y_{\bar{o}}$ (частки бракованої продукції підприємства A). Тому максимальне значення різниці має вигляд

$$\Delta_{AB}^{(\max)} = \frac{C_{Bя} - C_{B\bar{o}}}{C_{Aя} - C_{A\bar{o}}} S_K,$$

коли $y_{\bar{o}} = 0$.

Нехай підприємство A , працюючи разом з підприємством B , виробляє ту саму частку браку $y_{\bar{o}}^*$, коли воно працює самостійно. Підставляючи $y_{\bar{o}}^*$, яке визначається співвідношеннями (2), у вираз (5), отримаємо

$$\Delta_{AB}^* = -(C_{Bя} - C_{B\bar{o}} - S_{Aя} + S_{A\bar{o}}) \frac{S_K}{C_{Aя} - C_{A\bar{o}}} + \frac{C_{Bя} - C_{B\bar{o}}}{C_{Aя} - C_{A\bar{o}}} S_K.$$

Після спрощень

$$\Delta_{AB}^* = \frac{S_{Aя} - S_{A\bar{o}}}{C_{Aя} - C_{A\bar{o}}} S_K,$$

яке, очевидно, менше, ніж $\Delta_{AB}^{(\max)}$.

Врешті, можна розрахувати частку браку підприємства A , при якій $\Delta_{AB} = 0$.

Із співвідношення (5) отримуємо

$$y_{\sigma}^0 = \frac{C_{B\alpha} - C_{B\beta}}{(C_{A\alpha} - C_{A\beta})(C_{B\alpha} - C_{B\beta} - S_{A\alpha} - S_{A\beta})} S_K, \quad (6)$$

тобто, якщо підприємство A працює разом з підприємством B з цією часткою браку, то загальний прибуток підприємств A і B не збільшується порівняно із загальним прибутком, коли вони працюють окремо, а частка браку підприємства A дорівнює y_{σ}^* . Очевидно, що $y_{\sigma}^0 > y_{\sigma}^*$.

Висновки. Запропонована економіко–математична модель контролю за якістю продукції дозволяє оптимізувати стратегію контролю якості з врахуванням собівартості, штрафу за неякісну продукцію та інші економічні показники.

ЛІТЕРАТУРА

1. Васильєв В.О. Управління якістю та сертифікація. Інтернет Інженірінг./ В.О. Васильєв, В.О. Новіков– К., 2002. – 416 с.
2. Шиян А.А. Управління розвитком соціально економічних систем. Теорія ігор: Основи та застосування в економіці та менеджменті: навч. Посіб./ А.А. Шиян – Вінниця: ВНТУ, 2010. – 162 с
3. Губко М.В. Теория игр в управлении организационными системами / М.В. Губко, Д.А. Новиков. – М.: ИПУ, 2005. – 138с.

Н.Г. Медведєв, В.Н. Романенко

Определение оптимальной стратегии контроля качества продукции

Качество продукции в условиях современного производства – важнейшая составная часть эффективности, рентабельности предприятия, поэтому ей необходимо уделять постоянное внимание. Заниматься качеством должны все – от директора предприятия к конкретному исполнителю рабочей операции. Система управления качеством объединяет все процессы

относительно обеспечения, проектирование и сохранение качества. Сейчас все большей мерой наблюдается переход к применению научных методов оценивания качества продукции, к массовой механизации и автоматизации контроля качества с помощью компьютеров.

В статье рассматривается экономико-математическая модель контроля за качеством продукции. Предложенный подход позволяет оптимизировать стратегию контроля качества с учетом себестоимости штрафа за некачественную продукцию и другие экономические показатели.

Ключевые слова: *контроль качества, математическая модель, оптимизация.*

N.G. Medvedev, V.N.Romanenko

Determinating optimal strategy of products quality control

Quality of products in the conditions of modern production is major component of efficiency and profitability of enterprise, that is why it must be studied with great attention. All must be engaged in quality-control, starting from the director of enterprise to the exact performs contractor of working operation. Quality control system unites all processes in relation to providing, planning and maintenance of quality. Now, with a greater degree we watch transfer to applying of scientific methods of evaluation of products quality, to mass mechanization and automation of quality control by means of computers.

In the article the mathematical model of products quality control is examined. The offered approach allows to optimize strategy of quality control taking into account the prime price of fine for off-grade products and other economic indicators. Keywords: quality control, mathematical model ,optimization.

e-mail: romvik1@mail.ru

Надійшла до редколегії 10.10.2013