

УДК 536.2, 664.1

С.М. ВАСИЛЕНКО – канд. техн. наук, доцент
В.І. БОНДАР – аспірант, Національний університет
харчових технологій

МОДЕЛЮВАННЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСЕННЯ В СТРУМЕНЕВИХ БЕЗЗСУВНИХ ТЕЧІЯХ КРАПЛИННИХ РІДИН

На сьогодні найбільш дослідженими з точки зору тепломасообміну є зсувні течії: в граничних шарах, каналах, струменях, слідах тощо. В прикладних аналізах цих течій основним є метод осереднення полів швидкості та температури, що базується на введенні понять турбулентних аналогів коефіцієнтів перенесення імпульсу та енергії та турбулентного аналога числа Прандтля (метод аналогії).

Менш дослідженими як теоретично, так і експериментально, є струменеві безсувні течії краплинних рідин. Це пов'язано, в першу чергу з тим, що для них зникає сенс коефіцієнта турбулентного перенесення імпульсу, а отже і метода аналогії. Вивчення ж виключно процесів теплоперенесення є надзвичайно складною задачею як з теоретичної, так і з експериментальної точки зору. Тобто, більшість сучасних моделей турбулентного перенесення стають неприйнятними.

Більшість моделей перенесення в турбулентних безсувних течіях базуються на поняттях ізотропної або гомогенної турбулентності. С.С. Кутателадзе [1] в основу своєї моделі поклав припущення про ізотропність турбулентності по всьому об'єму струменя. В той же час більшість сучасних дослідників аналізують моделі, в яких міжфазна поверхня *краплинна рідина – газ* веде себе як пружня стінка і, відповідно, пригнічує турбулентне перенесення. При цьому в ядрі течії інтенсивність турбулентного перенесення приймається або ж відповідною до моделі С.С. Кутателадзе, або ж враховується затухання турбулентності вздовж течії, наприклад, згідно теорії ізотропної

турбулентності G. K. Batchelor'a and A. A. Townsend'a [2]. Різниця між моделями цього типу полягає в способі задання зміни коефіцієнту турбулентного перенесення біля міжфазної поверхні [3]. Однак, при цьому виникає основна проблема спряження механізмів перенесення в цих двох областях. По-перше, не дотримується принцип суцільності середовища, а саме – неперервності розподілу як температури, так і характеристик перенесення. По-друге виникають проблеми формулювання граничних умов для області течії біля міжфазної границі, яку називають областю пригнічення турбулентності.

Розглянемо локальну задачу теплоперенесення в плоскому турбулентному струмені рідини при конденсації на його поверхні пари. В рамках внутрішньої задачі з граничними умовами першого роду рівняння локального перенесення енергії може бути приведене до одновимірного вигляду

$$\frac{1}{\delta^+} = -\frac{d}{dy^+} \left[(1 + \varepsilon_q^+) \frac{dT^+}{dy^+} \right] \quad (1)$$

при граничних умовах

$$T^+ = 0 \text{ при } y^+ = 0; \quad \frac{dT^+}{dy^+} = 0 \text{ при } y^+ = \delta^+. \quad (2)$$

Профіль температури визначиться інтегруванням (1) при граничних умовах (2)

$$T^+ = \int_0^{y^+} \frac{dy}{1 + \varepsilon_q^+}. \quad (3)$$

Середньомасова температура за умови постійності в перерізі струменя осередненої швидкості

$$T_{cp}^+ = \frac{1}{\delta^+} \int_0^{\delta^+} T^+ dy^+. \quad (4)$$

Безрозмірнісне число Стентона

$$St = \frac{q_{y^+=0}}{(T_s^+ - T_{cp}^+)c_{pc}} = 2(T_{cp}^+)^{-1}. \quad (5)$$

Очевидно, для повного замикання задачі слід задати розподіл коефіцієнта турбулентної температуропровідності по товщині струменя рідини.

Розглядатимемо зниження до нуля інтенсивності турбулентного перенесення не як пригнічення турбулентності безпосередньо поверхневим натягом, а як зниження стійкості ламінарної структури потоку від міжфазної поверхні, що розглядається як пружня стінка, вглибину потоку. Саме такий підхід домінує при аналізі течій в граничних шарах та в каналах поблизу твердої поверхні.

Введемо в аналіз перенесення енергії в струмені поняття коефіцієнта чергованості γ , який змінюється в межах від $\gamma = 0$ біля міжфазної поверхні до $\gamma = 1$ на осі струменя.

Фізичний сенс коефіцієнта γ можна виразити рівнянням

$$\gamma = \frac{\varepsilon_q^+ - \varepsilon_{q0}^+}{\varepsilon_{q\delta}^+ - \varepsilon_{q0}^+}, \quad (6)$$

де ε_q , ε_{q0} , $\varepsilon_{q\delta}$, — значення коефіцієнта турбулентної температуропровідності відповідно поточне в струмені, на міжфазній поверхні та на осі струменя.

Для визначення величини γ приймемо, що величина $k = 1 - \gamma$, яка характеризує міру нестійкості ламінарної течії, підлягає релаксаційній залежності

$$\frac{dk}{d(y/\delta)} = -nk. \quad (7)$$

Інтегруючи останнє рівняння за умови $\gamma = 0$ при $y = 0$, отримаємо

$$k = \exp[n(-y/\delta)]. \quad (8)$$

$$\gamma = 1 - k = 1 - \exp(-y/\delta), \quad (9)$$

де n – деяка емпірична константа.

Цей релаксаційний множник подібний до демпферного множника Е. Р. Van Driest'a [4]

$$[1 - \exp(-y^+/A^+)] \quad (10)$$

отриманого, виходячи з інших фізичних засад, а саме з аналогії між зниженням стійкості ламінарного руху та формулюванням другої задачі Г. Стокса.

Однак, демпферний множник отриманий для граничного шару, тому він стає рівним нулю за умови $y = \infty$. При течії ж в струмені теплові граничні шари зникаються на осі струменя, тому умова $\gamma = 1$ повинна виконуватись при $y = \delta$.

З цієї метою доцільно доповнити вираз для γ до вигляду

$$\gamma = 1 - \left[\exp(-n \frac{y^+}{\delta^+}) - \exp(-n)(\frac{y^+}{\delta^+})^k \right]. \quad (11)$$

По аналогії з демпферним множником Е. Р. Van Driest'a приймемо $n = \delta/26$ та $k = 1$ та в подальшому застосовуватимемо значення коефіцієнта черговості

$$\gamma = 1 - \left[\exp(-\frac{y}{26}) - (\frac{y}{\delta}) \exp(-\frac{\delta}{26}) \right]. \quad (12)$$

Тоді, поточне значення коефіцієнта турбулентної теплопроводності згідно (3) набуде вигляду

$$\varepsilon_q^+ = \varepsilon_{q\delta}^+ \gamma + \varepsilon_{q0}^+ (1 - \gamma), \quad (13)$$

Величину коефіцієнта турбулентної теплопроводності біля міжфазної поверхні задамо залежністю [5]

$$\varepsilon_{q0}^+ = \frac{1,51 \cdot 10^{-3}}{Pr_t Pr^{2/3}} \frac{\rho a^{4/3} g^{1/3}}{\sigma} \delta^+ y^{+2}, \quad (14)$$

а в зоні розвиненої турбулентності біля осі згідно моделі С. С. Кутателадзе

$$\varepsilon_{q\delta}^+ = \varepsilon_* \cdot \delta^+, \quad (15)$$

де ε_* – деяка емпірична постійна.

Тоді, поточне значення коефіцієнта турбулентної теплопроводності згідно (3) набуде вигляду

$$\varepsilon_q^+ = \varepsilon_{q\delta}^+ \gamma + \varepsilon_{q0}^+ (1 - \gamma), \quad (16)$$

Залежність для розрахунку ε_* визначили, застосувавши результати експериментального дослідження теплообміну при конденсації рухомої пари на поверхні плоского струменя води, проведеного в УДУХТ [6].

Для цього складали рівняння, одну сторону якого складають значення числа Стентона, розрахованого за (4), а другу частину – значення числа Стентона, визначеного з результатів експериментального дослідження.

Результат представлено безрозмірнісним рівнянням, загальний вигляд якого визначено методом аналізу розмірностей

$$\varepsilon_* = 0,02772 \exp(22 \text{WePr}^{-0,19}) \frac{(\text{Pe} \cdot 10^{-4})^{1,2}}{(\text{Pe} \cdot 10^{-4})^{1,9} + 20}; \quad (17)$$

Залежність ε_* від числа Pe наведена на *рис. 1 та 2*.

Порівняння розрахованих за (17) та за результатами експериментального дослідження значень ε_* , наведене на *рис. 3*, свідчить про їх добру відповідність.

На *рис. 4* наведені профілі коефіцієнта турбулентної теплопровідності, а на *рис. 5* – профілі безрозмірнісної температури, розраховані за пропонованою методикою. Можна зробити висновок, що методика задовольняє вимоги неперервності зміни температури, а також зниження до нуля інтенсивності турбулентного перенесення біля міжфазної поверхні.

Наведене на *рис. 6* порівняння розрахованих за пропонованою методикою та за результатами експериментального дослідження значень St свідчить про їх добру відповідність.

Висновки. Розроблена методика моделювання турбулентного теплоперенесення у вільних струменах рідини, що задовольняє вимоги суцільності середовища та пригнічення турбулентності біля міжфазної поверхні.

Умовні позначення

a – теплопровідність, $\text{м}^2/\text{с}$; c – питома теплоємність рідини, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; v – осереднена швидкість рідини, $\text{м}/\text{с}$; Pe – число Пекле, $Pe = 2\delta^+$; Pr – число Прандтля рідини; Pr_t – турбулентний аналог числа Прандтля; $q_{y=0}$ – густина теплового потоку на міжфазній поверхні, $\text{Вт}/\text{м}^2$; St – число Стентона, $St = \alpha/(c\rho v)$; T – температура, К ; T^+ – безрозмірна температура, $T^+ = (T_s - T)q_{y=0}^{-1} c\rho v$; T_s – температура насичення пари, що конденсується, К ; We – число Вебера парового потоку, $We = \rho_{\text{п}} v_{\text{п}}^2 / (\sigma \rho_{\text{п}} g)^{0,5}$; y – координата, відрахована від міжфазної поверхні вглибину струменя, м ; γ – коефіцієнт черговості; δ – половина товщини струменя, м ; δ^+ , y^+ – відповідно безрозмірні половина товщини струменя та поперечна координата, $\delta^+ = \delta v/a$, $y^+ = yv/a$; ε_q – коефіцієнт турбулентної теплопровідності, $\text{м}^2/\text{с}$; ε_* – безрозмірний множник в рівнянні (12); ε_q^+ – безрозмірний коефіцієнт турбулентної теплопровідності, $\varepsilon_q^+ = \varepsilon_q/a$; ρ – густина рідини, $\text{кг}/\text{м}^3$; σ – коефіцієнт поверхневого натягу рідини, $\text{Н}/\text{м}$;

ЛІТЕРАТУРА

1. *Кутателадзе С.С.* Основы теории теплообмена // Новосибирск: Наука, – 1970. – 659с., ил.
2. *G.K. Batchelor and A.A. Townsend.* Decay of isotropik turbulence in the initial period // Proceeding of Royal Society. – 1948. – V.139A. – P. 558 – 593.
3. *S.Kim, A.F. Mills.* Condensation on Coherent Turbulent Jets: Part II – A Teoretical Study. // Journal of Heat Transfer. – 1989. – V. 111. – P. 1075 – 1082.
4. *Van Driest E.R.* On Turbulent Flow near a Wall// J. Aero Sci.–1956.–V.23.– P. 1007–1011.
5. *Василенко С.М., Довгопол В.И., Щуцкий И.В.* Турбулентный теплоперенос в плоских струях жидкости пароконтактных теплообменников пищевой промышленности // В с.: Тепло- и масообменные процессы в пищевой промышленности. – Киев: УМК ВО. – 1990.– С. 18–24.
6. *Василенко С.М., Рогоза О.Б., Котляров В.А.* Коефіцієнти турбулентного переносу в плоских вільних струменях води // Вестник Харьк. госуд. политехн. ун-та. – 2000. – вып. 104. – С. 54–58.

Одержано редколегією

Розроблена напівемпірична математична модель теплоперенесення в турбулентних вільних струменях рідини. В основу моделі покладена гіпотеза пригнічення турбулентності біля поверхні поділу рідина-пара поверхневим натягом. Для замикання моделі застосовані результати експериментального дослідження теплообміну за конденсації пари на поверхні плоских вільних струменів води.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В СТРУЙНЫХ БЕССДВИГОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ КАПЕЛЬНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Разработана полуэмпирическая математическая модель теплопереноса в турбулентных свободных струях жидкости. В основание модели положена гипотеза подавления турбулентности у поверхности раздела жидкость-пар поверхностным натяжением. Для замыкания модели использованы результаты экспериментального исследования теплообмена при конденсации пара на поверхности плоских свободных струй воды.