

YURIY FEDKOVYCH CHERNIVTSI NATIONAL UNIVERSITY

in cooperation with

Ministry of Education and Science of Ukraine

National Academy of Sciences of Ukraine

Institute of Cybernetics NAS Ukraine

Taras Shevchenko National University of Kyiv

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»

Proceedings of the Third International Conference on

**«INFORMATICS AND COMPUTER
TECHNICS PROBLEMS»**

(PICT – 2014)

27 – 30 May, 2014 Chernivtsi, UKRAINE

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Національний технічний університет України «КПІ»
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

**«ПРОБЛЕМИ ІНФОРМАТИКИ ТА КОМП'ЮТЕРНОЇ ТЕХНІКИ»
(ПІКТ – 2014)**

Праці III-ї Міжнародної науково-практичної конференції

**«ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ»
(ПИКТ – 2014)**

Труды III-ей Международной научно-практической конференции

**Proceedings of the Third International Conference on
«INFORMATICS AND COMPUTER TECHNICS PROBLEMS»
(PICT – 2014)**

**ЧЕРНІВЦІ
27 – 30 ТРАВНЯ, 2014**

СЕКЦІЯ 1

Математичні проблеми управління, оптимізації і теорії ігор

УДК 681.513.5

ГОНЧАРЕНКО Б.М., ЛОБОК О.П.
НУХТ (Україна)

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО РОБАСТНОГО КЕРУВАННЯ

Розглядається задача побудови оптимального робастного керування у вигляді зворотного зв'язку від стану лінійної динамічної системи, яке мінімізує інтегрально-квадратичний функціонал при найбільш несприятливих збуреннях системи. Оптимальне мінімаксне керування знаходиться шляхом пошуку мінімально допустимого порогового значення функціоналу за допомогою чисельних ітераційних методів.

Більшість реальних систем або об'єктів керування функціонує [1] в умовах невизначеності, пов'язаної з недостатньою інформацією про об'єкт керування, неточністю його математичної моделі, вихідних даних і т.д. Тому завданням керування об'єктами, що функціонують в умовах невизначеності, приділялася і продовжує приділятися велика увага [2]. У даній роботі розглядається і пропонується розв'язок задачі побудови гарантованого керування лінійною системою, що знаходиться під впливом збурень невідомої природи, які належать до обмеженої області у вигляді заданого еліпсоїда.

Розглянемо динаміку стану об'єкта $x(t)$ при керуванні $u(t)$ і зовнішніх збуреннях $f_0, f(t)$

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t) + K(t)f(t), & 0 < t \leq T, \\ x(0) = Lf_0, \end{cases} \quad (1)$$

де $x(t) \in \mathbf{R}^n$ – вектор стану, $u(t) \in \mathbf{R}^m$ – вектор керування, $f(t) \in \mathbf{R}^r$ – невідомий вектор зовнішніх збурень, що діють на систему, $f_0 \in \mathbf{R}^l$ – також невідомий вектор, що збурює систему (1) в початковий момент часу, $A(t) \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B(t) \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $K(t) \in \mathbf{R}^{n \times r}$, $L \in \mathbf{R}^{n \times l}$ – задані матриці.

Передбачається, що область допустимих збурень задається у вигляді еліпсоїда

$$S_f = \left\{ f : f = (f_0, f(\cdot)), (F_0 f_0, f_0) + \int_0^T (F(t)f(t), f(t)) dt \leq 1 \right\}, \quad (2)$$

де $F_0 = F_0^T > 0$, $F(t) = F^T(t) > 0$ – відомі вагові матриці.

Розглянемо задачу пошуку оптимального керування u^* , що задовільняє умову

$$J(u^*) = \inf_{u \in U} \left\{ \sup_{f \in S_f} I(u, f) \right\}, \quad (3)$$

де $I(u, f)$ – інтегрально - квадратичний критерій оптимальності [3]

$$I(u, f) = (Hx(T), x(T)) + \int_0^T ((G(t)x(t), x(t)) + (D(t)u(t), u(t))) dt,$$

де $H = H^T \geq 0$, $G(t) = G^T(t) \geq 0$, $D(t) = D^T(t) > 0$ – задані матриці.

Якщо ввести позначення для вектора збурення та для вектора керувального діяння

$$w_0 = F_0^{1/2} f_0, \quad w(t) = F^{1/2}(t) f(t), \quad (4)$$

$$v(t) = D^{1/2}(t)u(t), \quad B_v(t) = B(t)D^{-1/2}(t), \quad K_w(t) = K(t)F^{-1/2}(t), \quad L_w = LF_0^{-1/2}, \quad (5)$$

то у підсумку вихідна оптимізаційна задача (3) зводиться до еквівалентної оптимізаційної задачі виду

$$J(v) = \sup_{w \in S_w} I(v, w) = \|R_v\|^2 \rightarrow \inf_{v \in V}. \quad (6)$$

Для її розв'язання за мінімакним принципом Понтрягіна побудована функція Гамільтона $H(x, v, w, \lambda)$, з умови мінімізації (максимізації) якої за V (W) отримане матричне диференціальне рівняння типу Ріккати, розв'язок якого дає оптимальні значення для функцій $v(t)$ і $w(t)$

$$v^*(t) = -B_v^T(t)P(t)x(t), \quad w^*(t) = \frac{1}{\gamma^2} K_w^T(t)P(t)x(t). \quad (7)$$

Значення функціоналу $J_\gamma(v^*, w^*)$, проминаючи проміжні викладки, може мати кінцевий вигляд

$$J_\gamma(v^*, w^*) = w_0^T (L_w^T P(0) L_w - \gamma^2 E) w_0.$$

Отже, отримано однопараметричне сімейство мінімакних регуляторів, при яких заданий критерій не перевищує деякого граничного значення, що забезпечує їхню робастність. Оптимальне мінімакне керування знаходиться шляхом пошуку мінімально допустимого порогового значення функціоналу за допомогою чисельних ітераційних методів.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. Поляк Б. Т. Вероятностный подход к робастной устойчивости систем с запаздыванием [Текст] / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков // Автом. телемех - М.: Наука 1996 - Вып. 12 - 97-108 с.
2. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко, - М.: Наука 1961 - .124-125 с.
3. Кац А. М. Определение параметров регулятора по желаемому характеристическому уравнению системы регулирования [Текст] / А. М. Кац, // ,Автом. телемех - М.: МГТУ 1955 - Вып.3 - 269-270 с.