

О.І. Титко, докт. техн. наук, проф., Г.А. Циганкова, А.К. Фіщук

МАГНІТНЕ ПОЛЕ В ЗУБЦЕВО-ПАЗОВІЙ ОБЛАСТІ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН І ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ПРИСТРОЇВ

Багато електротехнічних пристроїв та електричних машин мають магнітопроводи зубцево-пазової конструкції. Така конструкція використовується як засіб закріплення стержнів обмотки в пазах, так і для деформації магнітного поля. В електродинамометрі ярмо індуктора також виконується у вигляді зубцево-пазової конструкції для деформації постійного магнітного поля [4], що дозволяє отримати змінне поле в провідному диску-якорі, який обертається разом з валом машини, момент якої і треба виміряти. Від ступеня неоднорідності магнітного поля залежить значення електродинамічних зусиль та електромагнітного взаємозв'язку якоря і індуктора електродинамометра, масо-габаритні показники його системи збудження, тому дуже важко точно знати розподіл магнітного поля в зазорі зубцево-пазового ярма індуктора, в якому і знаходиться провідний диск.

Задача розрахунку магнітного поля в областях з зубцево-пазовими поверхнями розглядалася багатьма авторами [1,2,3]. При цьому отримані розв'язки є або складні для оптимального проектування зубцево-пазової конструкції, або не дозволяють знайти розподіл магнітного поля, в т.ч. для того, щоб розрахувати локальні втрати в зубцях з врахуванням крайових ефектів.

Розглянемо математичну модель в такій постановці. Нехай постійний магнітний потік падає на зубцево-пазову поверхню (рис. 1). Задача розглядається в декартовій системі координат та в лінійній постановці. Прийнято, що магнітна проникність матеріалу нескінченна. Знайдемо розв'язок, який дозволить знайти ступінь деформації однорідного магнітного поля при наявності зубцево-пазової конструкції. В даній постановці існує лише дві складові напруженості магнітного поля H_x , H_y . В цьому випадку рівняння поля розглядаються в повітряних середовищах над поверхнею [I] та в пазах [II]. Враховуючи просторову симетрію при $x=0$ та при $x=h$ в першій області розв'язок рівнянь поля можна записувати так:

$$\begin{aligned} H_{1y} &= H_{0y} + \sum_{n=1,2,3,\dots} C_{1n} e^{-\lambda_{1n}y} \cos \lambda_{1n}x, \\ H_{1x} &= \sum_{n=1,2,3,\dots} C_{1n} e^{-\lambda_{1n}y} \sin \lambda_{1n}x, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{де } \lambda_{1n} = \frac{n\pi}{h}.$$

В другій області поля розв'язок має вигляд:

$$\begin{aligned} H_{2x} &= \sum_{n=1,2,3,\dots} C_{2n} [e^{-\lambda_{2n}y} - e^{-\lambda_{2n}(y+2y_1)}] \sin \frac{2n-1}{\lambda_{2n}}x, \\ H_{2y} &= - \sum_{n=1,2,3,\dots} C_{2n} [e^{\lambda_{2n}y} + e^{-\lambda_{2n}(y+2y_1)}] \cos \lambda_{2n}x, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{де } \lambda_{2n} = \frac{2n-1}{2d_1}\pi.$$

Вирази (2) враховують умови, що на дні паза при $y = -y_1$ тангенціальна складова навантаження магнітного поля $H_x=0$.

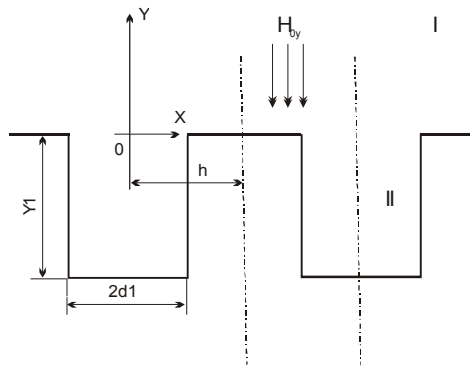


Рисунок 1

Визначення власних значень фундаментальних систем, з допомогою яких описуються характеристики поля в тангенціальному напрямку, здійснювалось з врахуванням симетрії і умови, що при $y=\pm d_1$ складова $H_y=0$.

Постійні інтегрування C_{1n} і C_{2n} визначаються із умов на межі розділу двох середовищ при $y=0$. Виконання цих умов призведе до таких двох функціональних рівнянь:

$$H_{0y} + \sum_{n=1,2,3,\dots} C_{1n} \cos \lambda_{1n} x = - \sum_{n=1,2,3,\dots} C_{2n} (1 + e^{-2\lambda_{2n}y_1}) \sin \lambda_{2n} x$$

$$-d_1 < x < d_1, \quad (3)$$

$$\sum_{n=1,2,3,\dots} C_{1n} \sin \lambda_{1n} x = \sum_{n=1,2,3,\dots} C_{2n} (1 - e^{-2\lambda_{2n}y_1}) \sin \lambda_{2n} x,$$

$$-d_1 < x < d_1 \quad (4)$$

$$\sum_{n=1,2,3,\dots} C_{1n} \sin \lambda_{1n} x = 0,$$

$$d_1 < x < h.$$

Далі функціональні рівняння можна розв'язати лише шляхом розкладу їх лівих і правих частин за одною фундаментальною системою функцій. Перше рівняння розкладається по $\cos \lambda_{2n} d_1$ на інтервалі $[-d_1, d_1]$, рівняння (4) – на інтервалі $[-h, h]$ по $\sin \lambda_{1n} h$.

Тоді рівняння (3), (4) трансформуються у таку нескінченну систему рівнянь відносно невідомих C_{1n} C_{2n} :

$$-C_{2n} (1 + e^{-2\lambda_{2n}y_1}) = d_n + \sum_{k=1,2,3,\dots} C_{1k} b_{kn}, \quad (5)$$

$$C_{1n} = \sum_{k=1,2,3,\dots} C_{2k} (1 - e^{-2\lambda_{2k}y_1}) a_{kn},$$

$$\text{де } d_k = \frac{1}{d_1} H_{0y} \frac{\sin \lambda_{k2} d_1}{\lambda_{k2}}, \quad b_{kn} = \frac{\lambda_{n2}}{d_1} \frac{\cos \lambda_{k1} d_1 \sin \frac{2n-1}{2} \pi}{\lambda_{n2}^2 - \lambda_{k1}^2}, \quad a_{kn} = \frac{2\lambda_{1n}}{h} \frac{\sin \frac{2k-1}{2} \pi \cos \lambda_{n1} d_1}{\lambda_{2k}^2 - \lambda_{1n}^2}.$$

Нескінченна алгебраїчна система рівнянь (5) розв'язується методом редукції. За розв'язком розроблено програмне забезпечення, що дозволяє проводити аналіз особливостей розподілу поля та оптимізувати зубцево-пазову конструкцію. Проведено чисельні розрахункові експерименти при варіації співвідношень ширини пазу та товщини зубців, глибини пазу та інших параметрів.

Чисельним експериментом досліджено особливості збіжності рядів, у вигляді яких отримано розв'язок для напруженостей магнітного поля. В цілому задовільно ряди збігаються при $n \approx 100$. Однак в особливих точках та у випадках, коли геометричні розміри, перш за все, величини $(h-d_1)$ і d_1 не сумірні збіжність погіршується. Криві залежності

напруженості магнітного поля від координати x є не монотонними на окремих ділянках навіть $n \approx 300$.

Дані в таблицях та криві напруженостей магнітного поля приведені у відносних одиницях. За одиницю прийнято напруженість зовнішнього магнітного поля.

Чисельні дослідження підтвердили основні закономірності розподілу магнітного поля в такому кусочно-однорідному середовищі, і перш за все, прояв крайового ефекту в області розриву магнітної проникності. В табл. 1, 2, 3 приведена важлива характеристика відношення максимальної магнітної індукції до мінімальної на зубцево-пазовій поверхні з боку повітряного зазору в залежності від співвідношення d_l і h, y_l .

Таблиця 1- Величина відношення максимальної магнітної індукції до мінімальної

$\eta = \frac{H_y(x=h, y=0)}{H_y(x=0, y=0)}$ на зубцево-пазовій поверхні в залежності від ширини паза d_l при зубцевому діленні $2h=0,064$

η	$H_y(x=0, y=0)$	$H_y(x=h, y=0)$	d_l
2,002	0,5144	1,03	0,006
1,990	0,5525	1,10	0,012
2,609	0,4751	1,24	0,0175
3,057	0,5233	1,60	0,0235
4,678	0,6177	2,89	0,0295

Таблиця 2- Величина відношення максимальної магнітної індукції до мінімальної

$\eta = \frac{H_y(x=h, y=0)}{H_y(x=0, y=0)}$ на зубцево-пазовій поверхні в залежності від ширини паза d_l при зубцевому діленні $2h=0,12$

η	$H_y(x=0, y=0)$	$H_y(x=h, y=0)$	d_l
2,793	0,3652	1,020	0,011
3,040	0,3637	1,106	0,022
2,426	0,4983	1,209	0,032
2,426	0,5777	1,402	0,043
2,748	0,8203	2,254	0,054
4,520	0,8111	3,666	0,058

Таблиця 3- Величина відношення максимальної магнітної індукції до мінімальної

$\eta = \frac{H_y(x=h, y=0)}{H_y(x=0, y=0)}$ на зубцево-пазовій поверхні в залежності від глибини паза y_l при зубцевому діленні $2h=0,064$

η	$H_y(x=0, y=0)$	$H_y(x=h, y=0)$	y_l
2,610	0,4751	1,240	0,035
2,579	0,4800	1,238	0,028
2,478	0,4975	1,233	0,021
2,214	0,5568	1,233	0,014
1,576	0,7341	1,157	0,007

Розрахунки показали, що величина η при $h=const$ росте з ростом ширини паза. Це пов'язано з більш значним проявленням крайового ефекту (рис. 2).

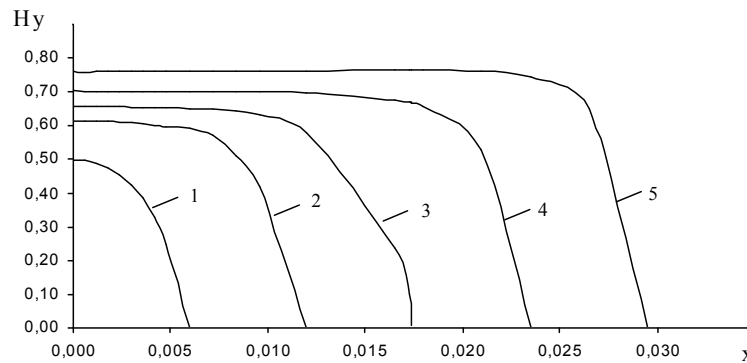


Рисунок 2 - Розподіл по ширині паза напруженості магнітного поля на зубцево-пазовій поверхні зі сторони пазу при зубцевому ході $h=0,032\text{м}$

Дана закономірність спостерігається при різних зубцевих діленнях. Зі зменшенням глибини паза величина η зменшується до 1, тобто при $y_1=0$ поле стає не деформованим.

При зменшенні ширини зубця неоднорідність поля в пазу (Рис. 2) і на зубцево-пазовій поверхні з боку повітряного зазору (Рис. 3) зростає. Для різних зубцевих ділень $2h$

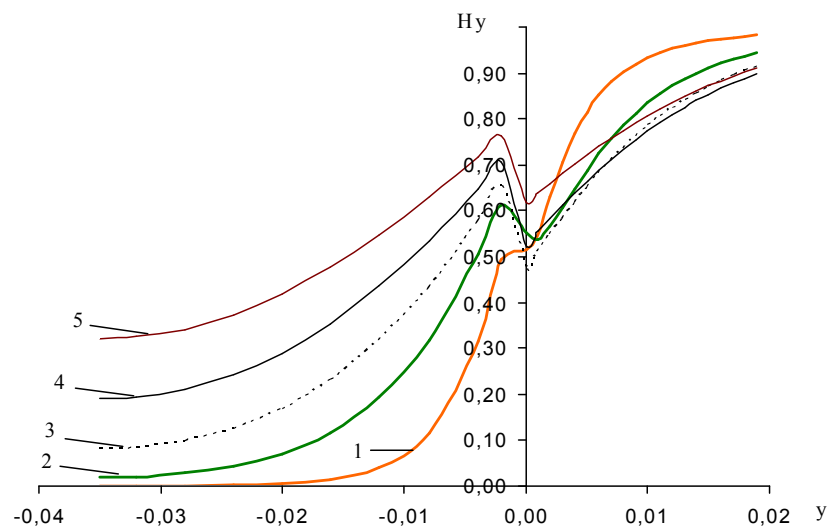


Рисунок 3 - Розподіл напруженості магнітного поля вздовж паза в перерізі, який проходить через середину паза при різних значеннях ширини паза

максимальні значення напруженості магнітного поля не суттєво відрізняються, дещо зростають при зменшенні h .

Цікавим є розподіл напруженості магнітного поля з боку повітряного зазору в перетині, який проходить через середину поля (Рис. 3). Величина на початку зменшується з наближенням до зубцево-пазової поверхні, а потім дещо зростає і знову зменшується в пазу. Така нерівномірність спостерігається при різних співвідношеннях h і d , і для різних h . Ця нерівномірність посилюється зі зменшенням d_1 при збільшенні h . При незначній ширині зубця і при достатньому значенні зубцевого ділення нерівномірність, як і слід очікувати, майже зникає. Затухає H_y в пазу швидше зі зменшенням його ширини. Зі зменшенням глибини паза y_1 нерівномірність зменшується. Проте максимальні значення H_y при цьому ростуть (Рис. 4).

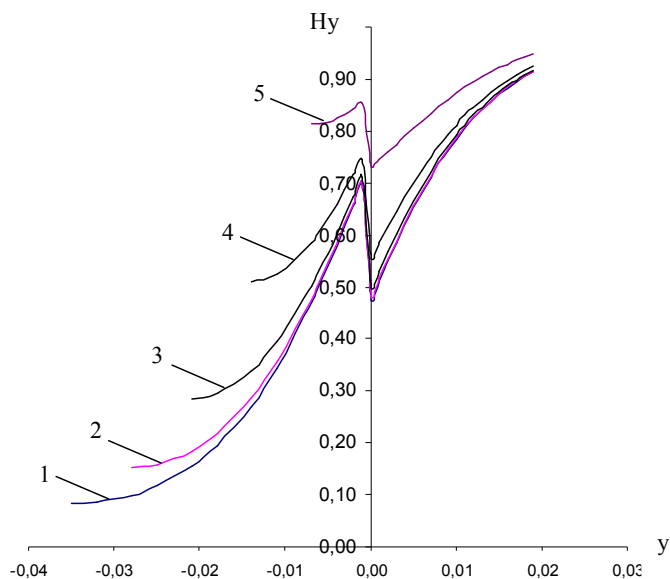


Рисунок 4 - Розподіл напруженості магнітного поля вздовж паза в перерізі, який проходить через середину паза, при різних значеннях висоти паза

В перетині, що проходить в околі розриву магнітної проникності (рис. 5), величина H_y зростає при наближенні до зубця, в зв'язку з проявом крайового ефекту. При цьому крайовий ефект більше проявляється при збільшенні ширини паза і при $h=const$ незалежно від значень h . Одночасно зі збільшенням прояву крайового ефекту магнітне поле стає однорідним на

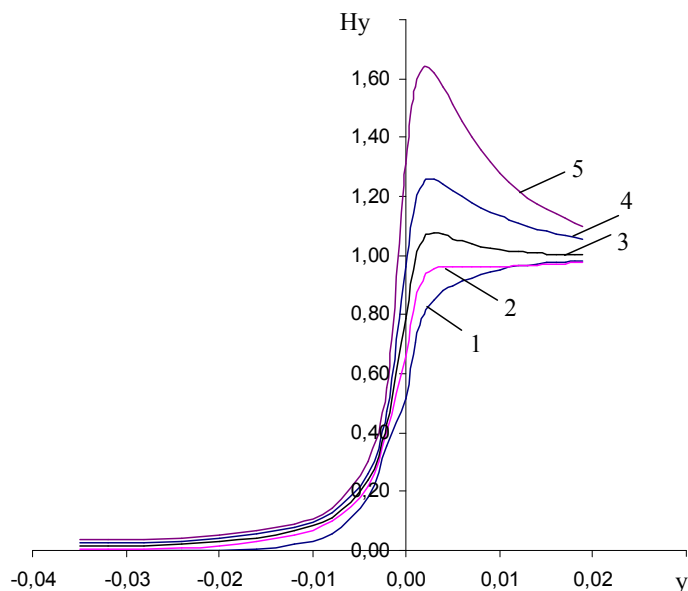


Рисунок 5 - Розподіл напруженості магнітного поля в зубці паза в перерізі, який проходить поблизу стінки паза, при різних значеннях ширини паза

більшій відстані від поверхні. Аналогічна особливість розподілу магнітного поля в перетині, який проходить через середину зубця (рис. 6).

Більшої нерівномірності розподілу магнітного поля можна добитися при зменшенні ширини зубця або зменшенні зубцевого ділення. Даний аналіз показує на можливість

оптимізації зубцево-пазової конструкції в машинах і електротехнічних апаратах за необхідними критеріями: максимуму чи мінімуму однорідності поля, максимальних значень індукції та ін.

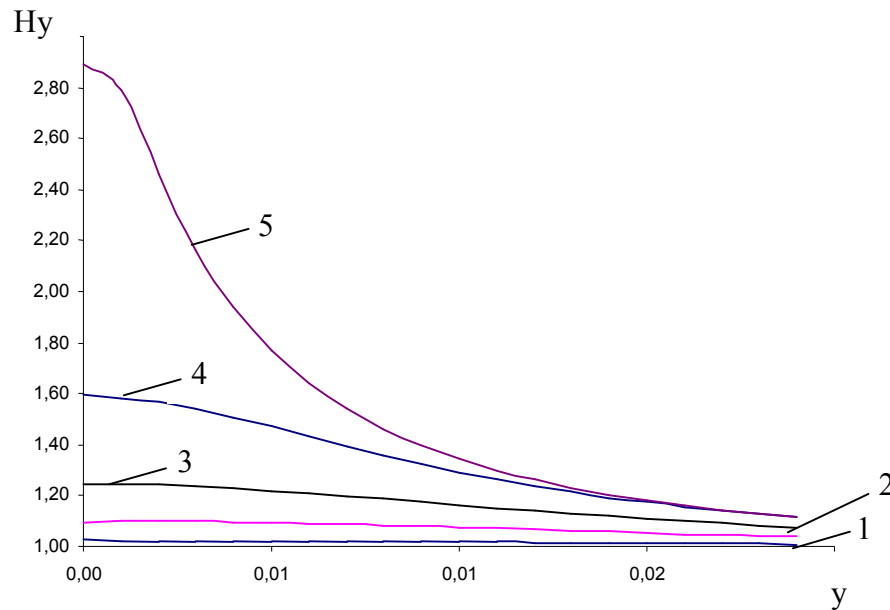


Рисунок 6 - Розподіл напруженості магнітного поля в повітряному середовищі в напрямку по нормалі до поверхні зубця в перерізі, який проходить через середину зубця, при різних значеннях ширини паза

Приведений розв'язок може бути використаний при знаходженні поля в зазорі між двома такими поверхнями в електричних машинах та електродинамометрі при наявності розподілу поля, отриманого із значно простішої моделі – в зазорі між двома напівплощинами [5]. Це досягається методом суперпозицій вихідного та деформованого поля. Розглянута модель з односторонньою зубцево-пазовою поверхнею дозволяє розглянути довільні варіанти конструкцій – зі симетричними і несиметричними зубцево-пазовими поверхнями.

Для розрахунків поля в динамометрах необхідно використати результати розрахунків в зазорі для гладких поверхонь індуктора із суперпозицією поля деформації з двох сторін. В зв'язку з симетричністю зубцево-пазових поверхонь з двох сторін (ідентичні зубці і пази знаходяться один проти одного) із отриманого розв'язку досить легко можна одержати розв'язок з двосторонньою зубчастю.

ЛІТЕРАТУРА

1. А.В. Иванов-Смоленский Универсальный метод расчета электромагнитных процессов в электрических машинах. –М.: Энергоатомиздат, 1986. -216с.
2. В.В. Домбровский Справочное пособие по расчету электромагнитного поля в электрических машинах. –Л.: Энергоатомиздат, 1983. -256с.
3. М.А. Лаврентьев и Б.В.Шобат Методы теории функций комплексного переменного. «Наука», М, 1965. –716с.
4. Циганкова Г.А. Математичне моделювання електромагнітних процесів у вимірювачах механічного моменту. //Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України. –2005. –№3(12). –С. 81-86.
5. Циганкова Г.А. Методика розрахунку електромагнітного поля в робочому зазорі електродинамометра //Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України. –2006. –№3(15). –С. 112-116.