

УДК 534.1+539.3

В.П. Легеза, С.В. Гузенко

ВИЗНАЧЕННЯ АМПЛІТУДНО-ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВІБРОЗАХИСНОЇ СИСТЕМИ З МАЯТНИКОВИМ ГАСНИКОМ ТИПУ "ГАНТЕЛЯ"

Вступ

У попередній статті авторів [1] було побудовано математичну модель динамічної поведінки віброзахисної системи з маятниковим гасником типу "гантеля". Вказані гасники використовуються для віброзахисту висотних гнучких споруд та об'єктів з основними (першими двома-трьома) власними частотами, що належать низькочастотному та середньочастотному діапазонам (0–15 рад/с). Найбільш небезпечними вимушеними коливаннями для таких споруд та об'єктів є коливання поперек вітрового потоку (повітряний резонанс) та вздовж вітрового потоку (повітряна пульсація) [2–4]. В цих умовах динамічні гасники є основним засобом підвищення надійності споруд та їх довговічності [5–8].

Деякі технічні переваги гасників типу "гантеля" полягають у більш широкому робочому діапазоні їх функціонування (0–15 рад/с) порівняно з котковими гасниками (до 2 рад/с). Проте їх розміри по вертикалі дещо більші, ніж у коткових гасників, тому їх використання в кожному окремому випадку повинно обумовлюватись відповідними конструктивними обмеженнями (особливо у верхніх точках висотних споруд – для найнижчих власних частот). Разом з тим, ці розміри набагато менші, ніж розміри традиційних маятникових гасників (на підвісі) [7, 8].

Попередній аналіз динаміки віброзахисної системи з гасником типу "гантеля" [1] показав, що в області резонансних частот рівень динамічних навантажень на несучі тіла при оптимальному налаштуванні параметрів гасника можна значно зменшити. Але оптимальне налаштування параметрів гасника можливе тільки при встановленні амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) досліджуваної віброзахисної системи. Отже, визначення АЧХ віброзахисної системи з маятниковим гасником типу "гантеля" є актуальною практичною та теоретичною задачею.

Постановка задачі

Розглядається динамічна поведінка віброзахисної системи з маятниковим гасником вимушених коливань під дією зовнішнього гармонічного збудження $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ (рис. 1). Конструкція запропонованого для дослідження маятникового гасника має вигляд гантелі з нерівними зосередженими масами на її кінцях, причому більша маса M знаходиться на нижньому кінці гантелі, а менша маса m – на верхньому ($M > m$). Маятник AB закріплено шарнірно на несучому тілі масою M_0 у точці O . Довжина плеча AO нижньої частини маятника дорівнює L , а довжина плеча BO верхньої частини – l . Вважається, що плечі AO і BO жорсткі й невагомі. Налаштування маятника здійснюється достатньо просто за рахунок зміни мас M і m , а також довжин L і l . Поглинання енергії гасником здійснюється за рахунок сил тертя в сферичному шарнірі O . Демпфірування в сферичному шарнірі O моделювалось за допомогою в'язкого демпфера з коефіцієнтом в'язкого опору C_ϕ .

Несуче тіло може рухатись тільки вздовж осі OX і цьому рухові перешкоджає пружний елемент із коефіцієнтом жорсткості k та в'язкий демпфер із коефіцієнтом в'язкого опору C_x . Останній демпфер введено для врахування демпфірування, зумовленого силами внутрішнього тертя в матеріалах вертикального ствола споруди. Рухоме несуче тіло моделює конструкцію або споруду з приведеною масою M_0 , яке слід захистити.

Дослідження, яке проводиться в даній статті, пов'язане з побудовою рівняння амплітудно-частотної характеристики вказаної віброзахисної системи без накладання обмежень на кути відхилення осі маятника від вертикалі.

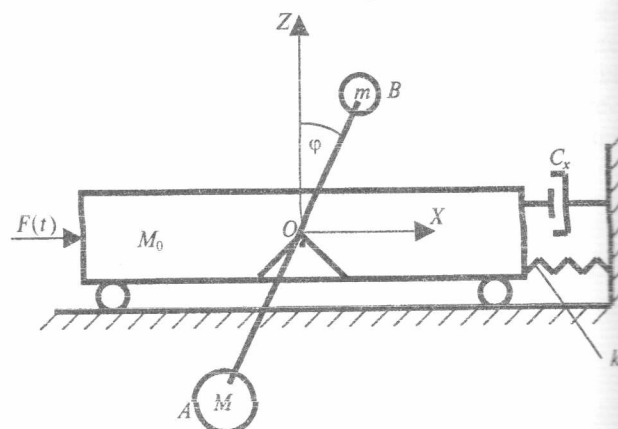


Рис. 1. Віброзахисна система з маятниковим гасником типу "гантеля" під дією зовнішнього гармонічного збудження $F(t)$

Мета дослідження — побудувати рівняння АЧХ віброзахисної системи з маятниковим гасником типу “гантеля” як при малих кутах відхилення осі маятника від вертикалі, так без врахування малості зазначених кутів.

Побудова рівняння АЧХ досліджуваної віброзахисної системи

У статті [1] були отримані нелінійні диференціальні рівняння руху системи, що розглядається, у такому вигляді:

$$(1 + \nu + \mu)\ddot{x}_0 + 2n_x\dot{x}_0 + \omega_0^2 x_0 + p(\dot{\varphi}^2 \sin \varphi - \ddot{\varphi} \cos \varphi) = \bar{F}_0 \sin(\omega t), \quad (1)$$

$$\ddot{x}_0 \cos \varphi = q\ddot{\varphi} + 2n_\varphi \dot{\varphi} + g \sin \varphi, \quad (2)$$

де $\nu = \frac{M}{M_0}$; $\mu = \frac{m}{M_0}$; $\bar{F}_0 = \frac{F_0}{M_0}$; $2n_x = \frac{C_x}{M_0}$; $\omega_0^2 = \frac{k}{M_0}$; $\Delta = ML - ml$; $p = \frac{\Delta}{M_0}$; $\Sigma = ML^2 + ml^2$;
 $q = \frac{\Sigma}{\Delta}$; $2n_\varphi = \frac{C_\varphi}{\Delta}$.

Структура цих рівнянь цілком узгоджується із структурою рівнянь, отриманих у фундаментальній праці [9], в якій одним з авторів детально досліджувалась кінематика та динаміка коткових гасників вимушених коливань. Тому в цьому дослідженні використаємо підхід, розроблений у зазначеній праці [9].

Розкладемо в ряд Тейлора тригонометричні функції $\sin \varphi$ та $\cos \varphi$ і утримаємо по два члени ряду для кожної функції. Після цього підставимо отримані двочленні відрізки рядів у рівняння (1), (2). В результаті матимемо

$$(1 + \nu + \mu)\ddot{x}_0 + 2n_x\dot{x}_0 + \omega_0^2 x_0 + p\left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6}\right)\dot{\varphi}^2 - p\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right)\ddot{\varphi} = \bar{F}_0 \sin(\omega t), \quad (3)$$

$$\ddot{x}_0\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) = q\ddot{\varphi} + 2n_\varphi \dot{\varphi} + g\left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6}\right). \quad (4)$$

У даній статті розглядаються усталені коливання системи. Для побудови рівняння АЧХ досліджуваної віброзахисної системи використаємо метод осереднення Рітца [10, 11]. В основі цього методу лежить припущення про те, що середнє значення віртуальної роботи, яка виконується під час руху всіх елементів системи за один період, дорівнює нулю.

При застосуванні методу осереднення Рітца вважають, що наближений розв'язок задачі про вимушені коливання механічної системи для кожної незалежної узагальненої координати $X_j(t)$ можна подати у вигляді скінченного ряду:

$$X_j(t) = \sum_{i=1}^n A_{ij} \psi_i(t), \quad (5)$$

де ψ_i — деякі базові функції часу, які вибираються з умови задачі та специфіки руху системи; A_{ij} — вагові коефіцієнти, які визначаються з тієї умови, що середнє значення віртуальної роботи за один період дорівнює нулю.

Зазвичай, для достатньо точного усталеного розв'язку задачі обмежуються одним-двома членами ряду (5). Тут для кожної незалежної узагальненої координати виберемо такі функції:

$$x_0 = A_1 \psi_1(t) + A_2 \psi_2(t) = A \sin(\omega t - \alpha), \quad (6)$$

$$\varphi = B_1 \psi_1(t) + B_2 \psi_2(t) = B \sin(\omega t - \beta), \quad (7)$$

де $\psi_1(t) = \sin(\omega t)$; $\psi_2(t) = \cos(\omega t)$.

Після підстановки формул (6) і (7) у рівняння (3) і (4) дістаємо таку систему рівнянь:

$$2n_x A \omega \cos(\omega t - \alpha) - (1 + \nu + \mu) \omega^2 A \sin(\omega t - \alpha) + A \omega_0^2 \sin(\omega t - \alpha) + p B^3 \omega^2 \left(1 - \frac{B^2}{6} \sin^2(\omega t - \beta)\right) \times \\ \times \sin(\omega t - \beta) \cos^2(\omega t - \beta) + p B \omega^2 \left(1 - \frac{B^2}{2} \sin^2(\omega t - \beta)\right) \sin(\omega t - \beta) = \bar{F}_0 \sin(\omega t), \quad (8)$$

$$A \omega^2 \sin(\omega t - \alpha) \left(1 - \frac{B^2}{2} \sin^2(\omega t - \beta)\right) = q B \omega^2 \sin(\omega t - \beta) - 2n_\varphi B \omega \cos(\omega t - \beta) - g B \left(1 - \frac{B^2}{6} \sin^2(\omega t - \beta)\right) \sin(\omega t - \beta). \quad (9)$$

Зробимо перетворення рівнянь (8) і (9). Домножимо ці рівняння спочатку на $\sin(\omega t)$ і проінтегруємо їх у межах від 0 до 2π . Потім те саме інтегрування виконаємо після домноження заз-

начених рівнянь на $\cos(\omega t)$. Після відповідних перетворень дістаємо чотири алгебраїчно-тригонометричних рівняння:

$$(\omega_0^2 - (1 + \nu + \mu)\omega^2)A \cos \alpha + 2n_x A \omega \cos \alpha + pB\omega^2 \cos \beta \left(1 - \frac{B^2}{8} - \frac{B^4}{48}\right) = \bar{F}_0, \quad (10)$$

$$2n_x A \omega \cos \alpha - (\omega_0^2 - (1 + \nu + \mu)\omega^2)A \sin \alpha - pB\omega^2 \sin \beta \left(1 - \frac{B^2}{8} - \frac{B^4}{48}\right) = 0, \quad (11)$$

$$A\omega^2 \cos \alpha - AB^2\omega^2 \left(\frac{3}{8} \cos \alpha + \frac{1}{4} \sin \beta \sin(\alpha - \beta)\right) = B \cos \beta \left(q\omega^2 - g + \frac{gB^2}{8}\right) - 2n_\phi B \omega \sin \beta, \quad (12)$$

$$A\omega^2 \sin \alpha + AB^2\omega^2 \left(\frac{1}{4} \cos(\alpha - \beta) - \frac{3}{8} \sin \alpha\right) = B \sin \beta \left(q\omega^2 - g + \frac{gB^2}{8}\right) + 2n_\phi B \omega \cos \beta. \quad (13)$$

Для виведення рівнянь (10)–(13) були використані такі проміжні формули ($\psi = \omega t$):

$$\int_0^{2\pi} \sin^{2n+1}(\psi - \beta) \sin(\psi) d\psi = \cos \beta J(n+1), \quad (14)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^{2n+1}(\psi - \beta) \cos(\psi) d\psi = -\sin \beta J(n+1), \quad (15)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(\psi - \alpha) \sin^{2n}(\psi - \beta) \sin \psi d\psi = \sin \beta \sin(\beta - \alpha) J(n) + \cos(2\beta - \alpha) J(n+1), \quad (16)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(\psi - \alpha) \sin^{2n}(\psi - \beta) \cos \psi d\psi = \sin(\beta - \alpha) \cos \beta J(n) - \sin(2\beta - \alpha) J(n+1), \quad (17)$$

$$\text{де } J(n) = \int_0^{2\pi} \sin^{2n}(x) dx = 2\pi \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n n!}.$$

Після цього виникає задача виключення зайвих змінних B , α , β та знаходження функціональної залежності амплітуди A усталених вимушених коливань несучого тіла від частоти ω .

Домножимо рівняння (12) на $\sin \beta$, а рівняння (13) – на $\cos \beta$, після чого віднімемо від другого перше. В результаті дістаємо таке рівняння:

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{2n_\phi B}{A\omega \left(1 - \frac{B^2}{8}\right)}. \quad (18)$$

Наступний крок – домножуємо рівняння (12) на $\cos \beta$, а рівняння (13) – на $\sin \beta$, після чого додаємо отримані співвідношення. В результаті маємо

$$\cos(\alpha - \beta) = \frac{B \left(g - q\omega^2 - \frac{gB^2}{8}\right)}{A\omega^2 \left(-1 + \frac{3}{8} B^2\right)}. \quad (19)$$

Після деяких перетворень над рівняннями (18) і (19) матимемо перше рівняння, яке зв'язує амплітуди A і B :

$$A = \frac{B \sqrt{(2n_\phi \omega \Psi_1(B))^2 + (\Psi_2(B, \omega) \Psi_3(B))^2}}{\omega^2 \Psi_1(B) \Psi_3(B)}, \quad (20)$$

$$\text{де } \Psi_1(B) = 1 - \frac{3}{8} B^2; \Psi_2(B, \omega) = g - q\omega^2 - \frac{gB^2}{8}; \Psi_3(B) = 1 - \frac{B^2}{8}.$$

Наступний крок – знаходимо друге рівняння, що зв'язує амплітуди A і B . Піднесемо до квадрата рівняння (10) і (11), після чого додамо їх. При проміжних перетвореннях (які не наводимо) використаємо рівняння (18) і (19). В результаті дістаємо шукане рівняння:

$$A = \sqrt{\frac{\bar{F}_0^2 - \Psi_5^2(B, \omega) - 2B\Psi_5(B, \omega) \left[\frac{4n_x n_\phi}{\Psi_3(B)} - \Omega(\omega) \frac{\Psi_2(B, \omega)}{\omega^2 \Psi_1(B)} \right]}{\Omega^2(\omega) + (2n_x \omega)^2}}, \quad (21)$$

$$\text{де } \Psi_4(B) = 1 - \frac{B^2}{8} - \frac{B^4}{48}; \Psi_5(B, \omega) = pB\omega^2 \Psi_4(B); \Omega(\omega) = \omega_0^2 - (1 + \nu + \mu)\omega^2.$$

Після вилучення амплітуди A несучого тіла з рівнянь (20) і (21) дістаємо нелінійне алгебраїчне рівняння відносно неявно заданої функції $B = B(\omega)$ у такому узагальненому вигляді:

$$\Phi(B(\omega), \omega) = 0. \quad (22)$$

Точний розв'язок рівнянь типу (22) відносно $B = B(\omega)$ знайти неможливо, але їх можна розв'язати на основі наближених числових методів у потрібному діапазоні частот із використанням сучасних пакетів прикладних програм. Після числового встановлення залежності $B = B(\omega)$ з формули (21) остаточно визначаємо шукану амплітудно-частотну характеристику $A = A(\omega)$ віброзахисної системи з маятниковим гасником типу "гантеля" в нелінійній постановці.

Для отримання АЧХ віброзахисної системи в лінійній постановці в рівняннях (20), (21) слід покласти $\Psi_1(B) = \Psi_3(B) = \Psi_4(B) = 1$ і $\Psi_2(B, \omega) = g - q\omega^2$.

Результати числового експерименту

Для ілюстрації проведемо числовий експеримент для трьох випадків: 1 — для віброзахисної системи з гасником із врахуванням нелінійностей; 2 — для віброзахисної системи з гасником без врахування нелінійностей; 3 — для системи без гасника. Параметри системи та зовнішнє навантаження були вибрані такими: $L = 1,0$ м; $l = 0,422$ м; $\mu = 0,06$; $\nu = 0,02$; $\omega_0 = 3$ рад/с; $n_\varphi = 0,44$ м/с; $n_x = 0,03$ с⁻¹; $\bar{F}_0 = 0,02g$. Перші чотири параметри були визначені оптимальним чином для віброзахисної системи без врахування нелінійностей за відомими методиками [10, 11], останні два параметри — відповідно до нормативних документів будівельної галузі [2–4, 12].

Порівнюючи максимальні значення амплітуд для кожної з амплітудно-частотних характеристик, можна відзначити таке. Максимальна амплітуда для АЧХ системи з врахуванням нелінійностей (рис. 2) у 4,3 рази менша від максимальної амплітуди для АЧХ системи без гас-

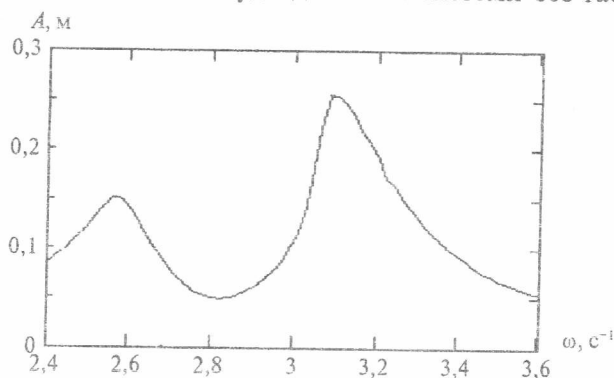


Рис. 2. Амплітудно-частотна характеристика віброзахисної системи з маятниковим гасником типу "гантеля" із врахуванням нелінійностей

ника (рис. 4). При тих же параметрах максимальна амплітуда для АЧХ системи в лінійній постановці задачі (рис. 3) у 7,8 рази менша від максимальної амплітуди для АЧХ системи без гасника (рис. 4). Наведені результати динамічних розрахунків кількісно і якісно підтверджують існуючі експериментальні дані про істотне зниження максимальних амплітуд при використанні гасників такої конструкції на висотних спорудах типу телевеж [7, 8].

Крім того, можна відзначити, що максимальні амплітуди для АЧХ системи на графіках рис. 2 і 3 теж відрізняються в 1,8 рази, причому більшою є амплітуда для віброзахисної системи, в динаміці якої враховані нелінійності. Отже, оптимальне налаштування параметрів віброзахисної системи без врахування її нелінійностей приводить до заниження реальної максимальної амплітуди вимушених коливань несучого тіла. При цьому якщо при вибраних параметрах АЧХ системи для задачі в лінійній постановці має симетричний вигляд (див. рис. 3),

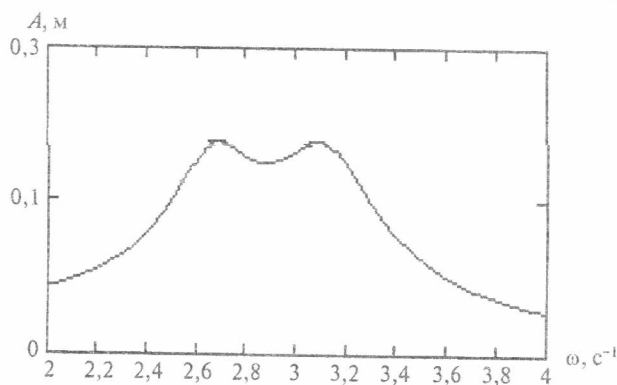


Рис. 3. Амплітудно-частотна характеристика віброзахисної системи з маятниковим гасником типу "гантеля" в лінійній постановці

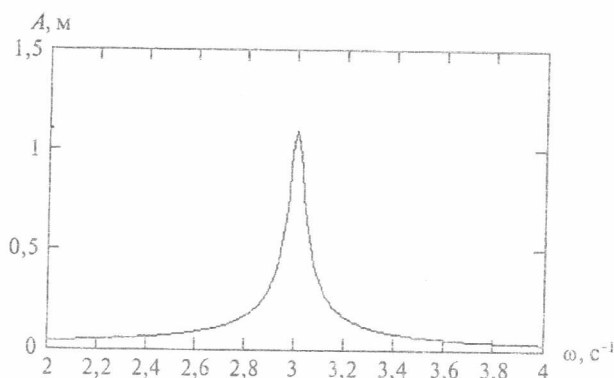


Рис. 4. Амплітудно-частотна характеристика системи без гасника

що характеризує її оптимальне настроювання, то АЧХ системи в нелінійній постановці не має такої симетрії (див. рис. 2), що вказує на неоптимальність настроювання параметрів системи при врахуванні її нелінійностей. Тому оптимальне настроювання параметрів системи в рамках лінійної моделі не є оптимальним для системи в рамках нелінійної моделі. Виходячи з цього, слід розробити відповідну методику визначення оптимальних параметрів настроювання гасників такої конструкції, яка б враховувала їх нелінійності.

Висновки

Запропонована система віброподавлення вимушених коливань дає змогу значно зменшити рівень амплітуд вимушених коливань несучого тіла і тим самим виключити можливість виникнення резонансних явищ у механічній системі. Цей висновок кількісно і якісно підтверджує існуючі експериментальні дані про істотне зниження максимальних амплітуд при використанні гасників такої конструкції. Відзначений результат досягається за рахунок оптимального настроювання параметрів гасника на відповідні частоти власних коливань несучого тіла. Регулюван-

ня власної частоти маятникового гасника типу "гантеля" слід виконувати за допомогою оптимального вибору та настроювання чотирьох основних його параметрів: m , M , l , L . Крім того, для реалізації оптимального настроювання гасника необхідно ввести регульований демпфувальний елемент із змінним коефіцієнтом в'язкого опору. При цьому робочий діапазон власних частот (від 0 до 15 рад/с) таких гасників ширший, ніж у коткових та маятникових на підвісі.

Доведено, що оптимальне настроювання параметрів системи в рамках лінійної моделі не є оптимальним для системи в рамках нелінійної моделі. Тому актуальною залишається розробка методики оптимального настроювання параметрів таких гасників із врахуванням всіх її нелінійностей, що є окремою актуальною практичною та теоретичною задачею, яка буде поставлена та розв'язана в подальших дослідженнях.

Результати цього дослідження можуть бути використані розробниками та проектувальниками віброгасників вимушених коливань висотних споруд і об'єктів спеціального призначення при розробці їх конструктивних рішень та в процесі вибору їх оптимальних характеристик настроювання.

В.П. Лєгеца, С.В. Гузенко

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИБРОЗАЩИТНОЙ СИСТЕМЫ С МАЯТНИКОВЫМ ГАСИТЕЛЕМ ТИПА "ГАНТЕЛЯ"

На основе разработанного одним из авторов методологического подхода найдены уравнения амплитудно-частотных характеристик для нового класса виброзащитных систем с маятниковым гасителем типа "гантеля". В качестве иллюстрации приведены некоторые результаты численного эксперимента над полученными уравнениями.

V.P. Legeza, S.V. Guzenko

DETERMINATION OF AMPLITUDE-FREQUENCY CHARACTERISTIC OF VIBROPROTECTIVE SYSTEM WITH PENDULOUS ABSORBER OF A "DUMB-BELL" TYPE

The equations of the amplitude-frequency characteristic (AFC) for a new type of vibroprotective systems with pendulous absorber of a "dumb-bell" type have been determined on the basis of methodologic approach developed by one of the authors. Some results of the numerical experiment over the obtained equations are presented as an illustration.

1. Лєгеца В.П., Гузенко С.В. Математична модель динамічної поведінки віброзахисної системи з маятниковим гасником типу "гантеля" // Наукові вісті НТУУ "КПІ". — 2005. — № 3. — С. 63–68.
2. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия: Справочник проектировщика / Под ред. Б.Г. Ко-

рєнева, И.М. Рабиновича. — М.: Стройиздат, 1981. — 216 с.

3. Сысоев В.И. Устройства для гашения колебаний: Справочник проектировщика "Динамический расчет зданий и сооружений" / Под ред. Б.Г. Корєнева, И.М. Рабиновича. — М.: Стройиздат, 1984. — Раздел 16. — С. 264–271.

4. *Беспрозванная И.М., Соколов А.Г., Фомин Г.М.* Воздействие ветра на высокие сплошные сооружения. — М.: Стройиздат, 1976. — 234 с.
5. *Корнев Б.Г.* Динамические гасители колебаний // Тез. докл. на Междунар. симпозиуме "Виброзащита в строительстве". — Л.: 1984. — Т. 2. — С. 7–17.
6. *Кондра М.П., Остроумов Б.В.* Опыт применения динамических гасителей для виброзащиты башен // Там же. — С. 33–34.
7. *Остроумов Б.В.* Расчет сооружений с динамическим гасителем колебаний // Промышленное и гражданское строительство. — 2003. — № 5. — С. 18–22.
8. *Остроумов Б.В.* Исследование, разработка и внедрение высотных сооружений с гасителями колебаний: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. — М.: ЗАО "ЦНИИПСК им. Мельникова", 2003. — 48 с.
9. *Лебеза В.П.* Моделі і метод віброзахисту динамічних систем на основі котково-демпфувальних пристроїв: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. — К.: НТУУ "КПІ", 2004. — 38 с.
10. *Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У.* Колебания в инженерном деле. — М.: Машиностроение, 1985. — 472 с.
11. *Василенко М.В., Алексейчук О.М.* Теорія коливань і стійкості руху. — К.: Вища школа. — 2004. — 526 с.
12. *Строительные нормы и правила 2.01.07–85.* Нагрузки и воздействия. Нормы проектирования. — М.: Госстрой СССР, 1987. — 35 с.

Рекомендована Радою Механіко-машинобудівного інституту НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
26 квітня 2005 року