

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ СТРУКТУРИ ПОТОКУ ДИФУЗІЙНОГО СОКУ В ПЕРЕДДЕФЕКТОРІ НА ОСНОВІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ РОЗПОДІЛУ ЧАСУ ПЕРЕБУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ПОТОКУ

Рева Л.П., д. т. н.,

Петруша О.О., інженер,

Мірошник В.О., к. т. н.

Національний університет харчових технологій

Національний Університет біоресурсів і природокористування України

Під час проведення процесів очищення дифузійного соку важливим показником є структура потоків у апаратах, що суттєво впливає на технологічні аспекти процесу. Так на базі фізичної моделі вертикального прогресивного протитечійного переддефектора було досліджено розподіл часу перебування частинок основного потоку в апараті. Отримані функції розподілу часу перебування стали базою для створення гідродинамічної моделі потоку, що адекватно описує експериментальні дані для основного потоку фізичної моделі переддефектора.

Структура потоків, статистичні характеристики, моделювання, комірчаста модель, дисперсія.

Значущим складовим технологічним етапом очищення дифузійного соку є процес попередньої дефекації, що повинен забезпечувати максимальний ступінь осадження деяких нецукрів (ВМС – білків, пектинів та аніонів кислот, що утворюються з кальцієм малорозчинні сполуки), при цьому отримати таку структуру осаду, яка була б достатньо стійкою до умов підвищеного вмісту

розчиненого вапна та високої температури гарячого ступеню комбінованої основної дефекації. Окрім технологічної ефективності проведення процесу переддефекації, не менш важливими є хороші седиментаційно-фільтрувальні та якісні показники очищених соків та сиропу.

Мета досліджень. Розробити математичну модель розподілу потоків у переддефекаторі та дослідити функції розподілу часу перебування частини потоку у вертикальному прогресивному протитечійному перед дефекаторі.

Матеріал і методика досліджень. Однією з важливих стадій хіміко-технологічних процесів очищення дифузійного соку є масоперенос компонентів в рідку фазу: лужного реагенту та діоксиду вуглецю, із наступними хімічними реакціями відповідних процесів, ефективність яких залежить від змішування технологічних потоків. Під структурою потоків слід розуміти сукупність різних характеристик, які описують гідродинамічний стан системи, тобто рух її елементів, що в тій чи іншій мірі впливають на проведення процесу у апараті [1].

Описання змінного у часі поля швидкостей руху потоків в технологічному апараті – складна задача, а з урахуванням хіміко-технологічних процесів, що відбуваються під час очищення дифузійного соку, труднощі лише зростають. Певну інформацію про поведінку потоків можливо отримати із розгляду їх часових характеристик, тим більш, що вони є найбільш важливими для описання та розрахунку хіміко-технологічних процесів [1].

В сучасній технологічній схемі виробництва цукру на етапі очищення дифузійного соку використовуються безперервні процеси, які забезпечують вищу продуктивність одиниці об'єму апарату, за кращого контролю та можливості автоматизації, але при цьому мають ряд суттєвих недоліків у порівнянні із періодичними процесами. Так при переході до проточних апаратів було втрачено технологічну ефективність процесів, суттєво зріс ступінь неоднорідності потоків та часу перебування елементів потоку в апараті, що не сприяє досягненню мети, поставленої перед технологічним процесом попередньої дефекації.

Саме тому постало питання щодо розподілу потоків у переддефекаторі. Для дослідження функції розподілу часу перебування частини потоку у вертикальному прогресивному протитечійному переддефекаторі була створена фізична модель цього переддефекатора. Прогресивний протитечійний попередній дефекатор складається із вертикальної ємності з патрубками для підведення дифузійного соку, вапняного реагенту, осаду карбонату кальцію та відведення переддефекованого соку, що поділена конічними перегородками на шість секцій з встановленими у кожній секції заслінками та турбінами для рециркуляції соку. Дифузійний сік надходить в нижню частину апарату, заповнюючи I секцію. Через канал у конусній перегородці сік із I секції надходить у II секцію, і т.д. аж до VI секції. В останню секцію подається вапняне молоко у необхідній кількості. При відкритті рухомих заслінок частина соку із VI секції через патрубок у конічній тарілці надходить на саму верхню турбінку і викидається у V секцію, де перемішується із менш підлуженим соком. Із V секції частина соку повертається в IV секції і т.д., забезпечуючи при цьому підвищення pH та лужності від I до VI секції переддефекатора.

Головним потоком при проведенні процесу прогресивної протитечійної попередньої дефекації є дифузійний сік, що проходить обробку невеликою кількістю вапна. Тому на першому етапі дослідження вивчався розподіл дифузійного соку у переддефекаторі, для цього фізична модель налаштовувалась наступним чином: заслінки повністю закривались, при цьому виключається рециркуляційний потік, турбінки у секціях виконували роль лише перемішуючих пристроїв. За такого варіанту роботи установка працювала у режимі каскаду реакторів змішування. Проведення серії дослідів за такого налаштування установки дозволить отримати інформацію для проведення першого етапу моделювання основного потоку переддефекації – дифузійного соку.

Одним із методів ідентифікації потоків у апараті є імпульсне введення трасера – індикатора, який передбачає його миттєве введення в апарат разом з вхідним потоком. При цьому реакцію системи на збурення необхідно

вимірювати у часі на вміст трасера у вихідному потоці [2]. За такого дослідження отримують дані щодо функції розподілу часу перебування елементів потоку, щільності розподілу у апараті та інших статистичних характеристик, що описують гідродинаміку потоків у досліджуваному апараті.

Результати досліджень. Для визначення гідродинаміки потоків у фізичній моделі вертикального прогресивного переддефектора використовувався імпульсний метод дослідження, за якого у вхідний потік додавалась порція індикатора – барвника понсо 4R, після чого з інтервалом в хвилину відбирались проби із кожної з шести секцій та визначалась концентрація барвника C_{ind} у пробі, як функція від часу t (рис. 1.).

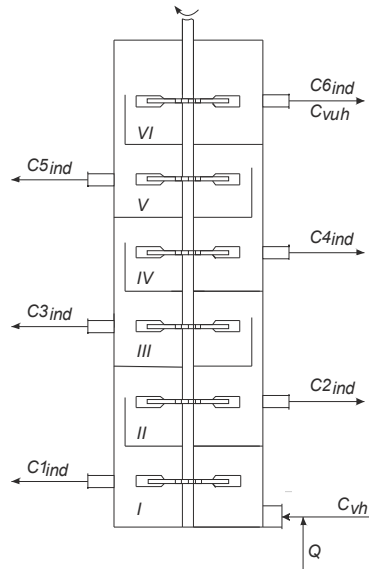


Рис. 1. Зображення експериментальної установки (C_{vh} – вхідний потік; Q – введення індикатора; $C1_{ind}$, $C2_{ind}$, $C3_{ind}$, $C4_{ind}$, $C5_{ind}$, $C6_{ind}$ – відповідно місця відбору проб з 1, 2, 3, 4, 5 та 6 секцій; C_{vuh} – вихід потоку з апарату)

Проведення серії експериментів дали інформацію про гідродинамічний стан секцій переддефектора та їх послідовного сполучення. Так були отримані функції розподілу часу перебування частини потоку у апараті, що є базою для розрахунку статистичних характеристик кривих відгуку та відповідних розрахунків математичної моделі, що описує ці криві (рис. 2).

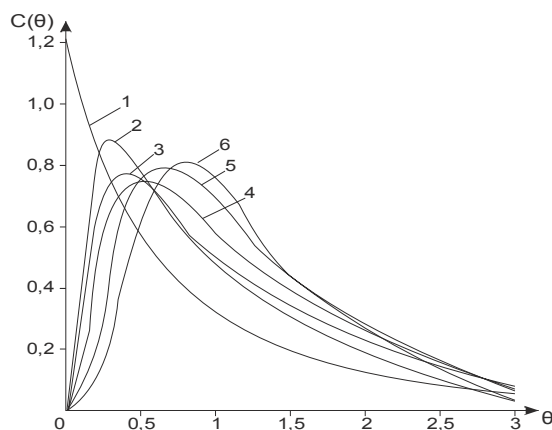


Рис. 2. Криві відгуку з секцій вертикального переддефекатора

Отриманні результати проведення експериментів дозволяють визначити інтегральний середній час перебування частини потоку у апараті τ :

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot C_{\text{in}}(t) \cdot dt}{\int_0^{\infty} C_{\text{in}}(t) \cdot dt}, \text{ ХВ} \quad (1)$$

що є важливою характеристикою проведення процесу переддефекації, оскільки це знаходиться у прямій залежності із ступеню перетворення реагентів, що вступають у реакції осадження під час протікання переддефекації.

По експериментальним даним можна також визначити дисперсію часу перебування – σ^2 за формулою:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{\int_0^{\infty} t^2 \cdot C_{\text{in}}(t) \cdot dt}{\tau^2 \cdot \int_0^{\infty} C_{\text{in}}(t) \cdot dt} - 1 \quad (2)$$

Дисперсія характеризує відхилення даних відносно середнього значення. Чим більша величина дисперсії, тим більше проявляється поперечне перемішування у апараті. Потоки у ідеалізованих реакторах характеризуються наступними значеннями: для витіснення $\sigma^2 = 0$ та для $\sigma^2 = 1$.

Однією важливою характеристикою гідродинамічного стану потоку у апараті є коефіцієнт поперечного перемішування. Найбільш розповсюдженим є метод ідентифікації коефіцієнта поперечного перемішування, який базується на порівнянні різних числових характеристик функції відгуку. При цьому використовується поняття моменту, згідно якому функція розподілення

випадкової величини може бути охарактеризована числовими величинами (моментами різних порядків) теоретичних вірогідних характеристик: початкових моментів, дисперсії, моди, щільності розподілу і т.д.

Ймовірнісні характеристики можуть бути виражені через критерій Пекле поперечного перемішування, яке визначається по формулі:

$$Pe = \frac{v \cdot L}{D}, \quad (3)$$

де v – лінійна швидкість потоку; L – лінійна величина апарату; D – коефіцієнт поперечного перемішування.

Рівняння зв'язку ймовірнісних характеристик з критерієм Пекле знаходяться із рішення наступних рівнянь:

$$\alpha_1 = 1 + 1 / Pe \quad (4)$$

$$\alpha_2 = 1 + 4 / Pe + 4 / Pe^2 \quad (5)$$

$$\alpha_3 = 1 + 9 / Pe + 30 / Pe^2 + 30 / Pe^3 \quad (6)$$

$$\alpha_4 = 1 + 16 / Pe + 108 / Pe^2 + 336 / Pe^3 + 336 / Pe^4 \quad (7)$$

$$m = Pe / (2 + Pe) \quad (8)$$

$$\sigma^2 = 2 / Pe + 3 / Pe^2 \quad (9)$$

$$\alpha = (20 + 12 \cdot Pe) / (3 + 2 \cdot Pe)^{1.5} \quad (10)$$

$$\varepsilon = (210 + 120 \cdot Pe) / (3 + 2 \cdot Pe)^2 \quad (11)$$

Рівняння (4)-(11) складають математичний опис експериментальної диференціальної функції розподілу часу перебування частинок потоку в апараті відповідно через ймовірнісні характеристики та критерій Пекле поперечного перемішування. Кінцеве значення критерій Пекле можна розрахувати як середнє значення Пекле – Pe_{cp} знайдене окремо по кожній ймовірнісній характеристиці.

Статистичні характеристики для кожної комбінації секції подані у табл. 1.

Таблиця 1

Характеристики потоків з секцій фізичної моделі вертикального прогресивного протитечійного переддефектора

№ секції	$\tau_{сер}, \text{хв}$	σ	D	Pe	n	$\tau_{сер роз.}, \text{хв}$
1	2,5	0,8	0,015	2,013	1	5,5
2	5,0	0,6	0,006	4,803	2	7,0
3	7,5	0,5	0,004	6,67	3	8,6
4	10,0	0,4	0,0037	8,118	4	8,0
5	12,5	0,3	0,0026	11,243	5	9,6
6	15,0	0,1	0,002	12,807	6	11,0

де $\tau_{сер}$ – середній розрахований час у відповідності об'єму та витратам основного потоку (диф. соку), хв.; σ – дисперсія (варіація експериментальних даних по відношенню до середнього часу), D – коефіцієнт поперечного перемішування, $\text{м}^2/\text{хв.}$; Pe – число Пекле; n – кількість секцій комірчастої моделі, що відповідає експериментальним даним; $\tau_{сер роз.}$ – середній час перебування, розрахований із отриманої кривої відгуку, хв.

Аналізуючи розраховані характеристики, можна стверджувати, що вертикальний переддефектор, який складається із шести секцій, наближається до реактора ідеального витіснення, так дисперсія від однієї до шести секцій змінюється від 0,8 до 0,1. Окрім цього, розрахований по експериментальним даним середній час більш наближається до середнього заданого для проведення процесу попередньої дефекації та відповідно буде більше задовольняти мету, поставлену перед процесом. Також зменшується коефіцієнт поперечного перемішування від 0,015 до 0,002 $\text{м}^2/\text{хв.}$, що вказує на зменшення застійних зон.

Математичне моделювання процесу зміни концентрації індикатора у вертикальному переддефекторі за імпульсного збурення зручно провести, використовуючи комірчасту модель. Вона зручна для динамічного моделювання режиму хімічного реактора і розглядається як модель для описання проміжного режиму між режимом ідеального змішування та ідеального витіснення

Математичний опис таких процесів можна представити у наступному вигляді:

$$\frac{dC_1}{dt} = \frac{1}{\tau} (C_{exid} - C_1); \quad (12)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{1}{\tau} (C_{i-1} - C_i) \quad (13)$$

$$\frac{dC_n}{dt} = \frac{1}{\tau} (C_{n-1} - C_n), \quad (14)$$

де n – кількість секцій (апаратів), число комірок.

Приклад розробленого [3] розрахунку для даного прикладу дає значення n по середньому із дев'яти значень числа Пекле: $n_1 = \frac{Pesr9}{2}$ та по середньому з чотирьох значень числа Пекле: $n_2 = \frac{Pesr4}{2}$.

Для визначення кількості комірок можливо також використання відомого з літератури [3] значенням відгуку комірчастої моделі в статистиці:

$$C_n = C_{\text{exid}} \cdot \frac{1}{(n-1)!} \cdot \left(\frac{t \cdot n}{\tau} \right)^{n-1} \cdot \exp\left(\frac{-t \cdot n}{\tau} \right), \quad (15)$$

де $C_n = C_{\text{exid}}$ $C_n = C_{\text{exid}}$.

Порівняння отриманих результатів графічно за експериментальними кривими та кривими, що описуються математичною моделлю, дає можливість стверджувати, що комірчаста модель для кожної кількості секцій може з достатньою точністю описувати вертикальний реактор для проведення процесу попередньої дефекації, так на рисунку 3 зображено.

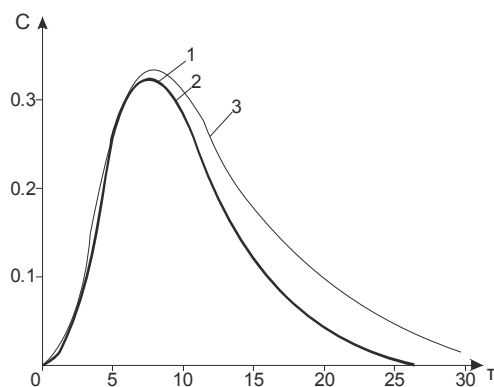


Рис. 3. Зображення порівняння результатів моделювання

(1 – значення концентрації на виході 6-ої секції реактора, отриманої по рішенню за рівняннями математичного опису комірчастої моделі; 2 – результати моделювання по відомому літературному рішенню [3]; 3 – результати експериментальних даних отриманих на виході із 6-ої секції)

Вибрану модель можна використовувати, якщо вона адекватна реальному розподілу часу перебування елементів потоку у апараті. В даному випадку для

перевірки адекватності було вирішено розрахувати середньо квадратичну похибку між експериментальними даними кривих відгуку та даними розподілу отриманими з комірчастої моделі:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum (y_{it} - y_{ip})^2}{n - 1}}, \quad (16)$$

де y_{it} – значення результатів експериментальних вимірювань, y_{ip} – значення, розраховане за комірчастою моделлю, n – кількість вимірювань.

Таблиця 2

Середньоквадратична похибка експериментальних даних
та даних комірчастої моделі

№ секції	1	2	3	4	5	6
Значення середньо квадратичної похибки	0,05	0,07	0,07	0,06	0,08	0,07

Так, для шести комбінацій послідовного сполучення секції похибка відповідно становить (табл. 2). Межею адекватності було обрано значення середньоквадратичної похибки не більше 0,1.

Як видно із таблиці 2, похибки для кожної серії дослідів та відповідних моделей знаходяться у встановлених межах, тому можна зробити висновок, що комірчаста модель може з достатньою точністю описати рух потоку у вертикальному прогресивному протитечійному переддефекторі.

Висновки

Досліджено гідродинамічний стан основного потоку у фізичній моделі вертикального прогресивного протитечійного переддефектора. Отримані функції розподілу часу перебування, які стали базою для розрахунку статистичних характеристик, коефіцієнта поперечного перемішування, критерію Пекле, а також для створення гідродинамічної моделі потоку, що адекватно описує експериментальні дані для основного потоку фізичної моделі переддефектора.

Список використаних джерел

1. Аейнштейн В.Г. Структура потоков в химико-технологических процессах. / В.Г. Аейнштейн // Химическая технология. – №3. – 2002. – С. 36-45.

2. Левеншпиль О. Инженерное оформление химических процессов. / О. Левеншпиль пер. с англ. – М.: Химия. – 1969. – 621 с.
3. Холоднов В.А. Системный анализ и принятие решений. Математическое моделирование гидродинамической структуры однофазных потоков в химических реакторах. [Текст]: учебное пособие / В.А. Холоднов, В.П. Решетиловский, Е.С. Боровинская, В.П. Андреева, СПб.: СПбГТИ (ТУ), – 2009. – 35 с.

Аннотация

Во время проведения процессов очистки диффузионного сока важным показателем является структура потоков в аппаратах, что существенно влияет на технологические аспекты процесса. Так, на базе физической модели вертикального прогрессивного противтечейного преддефекатора было исследовано распределение времени пребывания частиц основного потока в аппарате. Полученные функции распределения времени пребывания стали базой для создания гидродинамической модели потока, которая адекватно описывает экспериментальные данные для основного потока физической модели преддефекатора.

Структура потоков, статистические характеристики, моделирование, ячеистая модель, дисперсия.

The summary

During the cleaning process of diffusion juice is an important indicator of the structure of flows in vehicles that would significantly affect the technological aspects of the process. So based on the physical model of vertical progressive predefecation tank distribution was investigated for time in the main stream of particles in the machine. The mathematical simulation of the process of concentration of indicator in predefecation tank pulse disturbance at the system in accordance with experimental data.

Structure of flows, statistical characteristics, modelling, cellular model, dispersion.