

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ  
WARSAW UNIVERSITY OF LIFE SCIENCES  
PRZEMYSLOWY INSTYTUT AUTOMATYKI I POMIAROW

---

Факультет автоматизації і комп'ютерних систем

IV Міжнародна науково-технічна  
Internet-конференція

**«Сучасні методи, інформаційне,  
програмне та технічне забезпечення  
систем керування організаційно-  
технічними та технологічними  
комплексами»**

22 листопада 2017 рік

---

КИЇВ НУХТ 2017

**Матеріали IV Міжнародної науково-технічної Internet-конференції «Сучасні методи, інформаційне, програмне та технічне забезпечення систем керування організаційно-технічними та технологічними комплексами», 22 листопада 2017 р. [Електронний ресурс] – К: НУХТ, 2017 р. – 295 с. — Режим доступу: <http://nuft.edu.ua/page/view/konferentsii>**

Видання містить програму і матеріали Міжнародної науково-технічної конференції

У матеріалах конференції наведено доповіді за напрямками: автоматизація процесів управління технологічними процесами та комплексами, ієрархічні системи керування та інформаційні системи керування у виробництві та освіті. Матеріали конференції будуть корисні науковим та інженерно-технічним працівникам, виробничникам, потенційним інвесторам, студентам закладів вищої освіти та всім, хто пов'язаний з харчовою промисловістю та автоматизацією

**ISBN 978-966-612-202-8**

**Редакційна колегія:**

**Голова програмного комітету:**

*А.І. Українець*, д.т.н., проф., ректор Національного університету харчових технологій

**Голова організаційного комітету:**

*О.Ю. Шевченко*, д.т.н., проф., проректор з наукової роботи НУХТ

**Заступники голови оргкомітету:**

*А.П. Ладанюк*, д.т.н., проф., завідувач кафедри автоматизації та інтелектуальних систем керування НУХТ

*І.В. Ельперін*, к.т.н., проф., проф., завідувач кафедри інтегрованих автоматизованих систем управління НУХТ

*В.В. Самсонов*, д.т.н., проф., завідувач кафедри інформаційних систем НУХТ

**Секретаріат оргкомітету:**

*Л.О. Власенко*, к.т.н., доц. кафедри автоматизації процесів управління НУХТ

*М.В. Сашинова*, к.т.н., доц. кафедри автоматизації процесів управління НУХТ

*М.С. Романов*, к.т.н., доц. кафедри інтегрованих автоматизованих систем управління НУХТ

*М.П. Костіков*, к.т.н., ас. кафедри інформаційних систем НУХТ

**Праці подано в авторській редакції**

**ISBN 978-966-612-202-8**

© НУХТ, 2017

**Автоматичне керування лінійними розподіленими системами з використанням ПІД-регуляторів дробового порядку**

**О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко, В.В. Іващук**

*Національний університет харчових технологій*

**Л.Г. Віхрова**

*Центральноукраїнський національний технічний університет*

Розглядається задача застосування дробових  $PI^\lambda D^\mu$ - регуляторів при керуванні технологічними процесами, описуваними диференційними рівняннями. Лінеаризована система рівнянь моделі керування представлена у вигляді

$$\begin{cases} \frac{d\Delta x(t)}{dt} = A\Delta x(t) + b\Delta u(t), \\ \Delta x(t_0) = x^0 - x^*, \end{cases} \quad (1)$$

а рівняння для регульованої змінної (вихід моделі) записане так

$$\Delta s(t) = c^T \Delta x(t), \quad (2)$$

де  $\Delta s(t) = s(t) - c^T x^*$ .

У зворотному зв'язку в складі контура автоматичного керування використаний дробовий  $PI^\lambda D^\mu$ - регулятор [1,2], який представлений у вигляді

$$\Delta u(t) = k_p (\Delta s(t)) + k_I \left( {}_t_0 D_t^{-\lambda} \Delta s(t) \right) + k_D \left( {}_t_0 D_t^\mu \Delta s(t) \right), \quad (3)$$

де  $k_p, k_I, k_D$  – налагоджувальні коефіцієнти регулятора,  ${}_t_0 D_t^{-\lambda} \Delta s(t)$  – дробова похідна порядку  $\lambda$ ,  ${}_t_0 D_t^\mu \Delta s(t)$  – дробовий інтеграл порядку  $\mu$ , причому  $\lambda, \mu$  – довільні дійсні числа з інтервалу  $(0,2)$ , тобто  $\lambda, \mu \in (0,2)$ . Якщо  $\lambda \geq 2$  або  $\mu \geq 2$ , то  $PI^\lambda D^\mu$ - регулятор набуває високого порядку, і структура його відрізняється від класичного  $PID$ - регулятора.

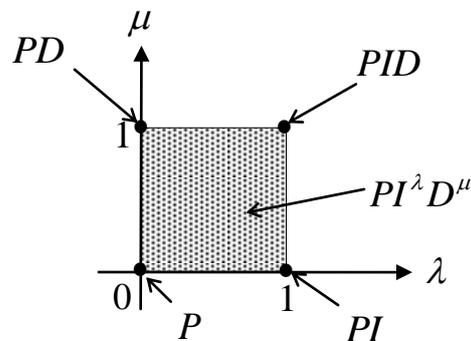


Рис. 1.  $P-I-D$  - площа дробових порядків похідних і інтегралів

Регулятор (3) є узагальненим дробовим  $PID$ - регулятором. Тому при  $\lambda=1$  і  $\mu=1$  маємо класичний  $PID$ - регулятор, при  $\lambda=1, \mu=0$ , отримуємо

$PI$  - регулятор, при  $\lambda = 0, \mu = 1$  маємо  $PD$  - регулятор, а при  $\lambda = 0, \mu = 0$  –  $P$  - регулятор.

Дробові похідні і інтеграли визначаються як межа [3]

$${}_t D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{\left[ \frac{t-t_0}{h} \right]} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh), \quad (4)$$

де  $\binom{\alpha}{j}$  – біноміальні коефіцієнти вигляду  $\binom{\alpha}{j} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1) \cdot \Gamma(\alpha-j+1)}$ , в яких

$\Gamma(x)$  – гамма-функція Ейлера вигляду  $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-y} y^{x-1} dy$  (нагадаємо, що при цілому  $x = k$  вона дорівнює  $\Gamma(k+1) = k!$ );  $[\cdot]$  – ціла частина числа;  $h > 0$  – приріст часової координати (квантування).

Якщо  $\alpha > 0$ , то формула (11) визначає дробову похідну, якщо ж  $\alpha < 0$ , то – дробовий інтеграл.

З врахуванням (4),  $PI^\lambda D^\mu$  - регулятор (3) може бути записаний у вигляді оператора від стану  $\Delta x(t)$

$$\Delta u(t) = c^T \left( k_p (\Delta x(t)) + k_I \left( {}_t D_t^{-\lambda} \Delta x(t) \right) + k_D \left( {}_t D_t^\mu \Delta x(t) \right) \right). \quad (5)$$

а критерій якості автоматичного керування функціонуванням системи

$$J_p = \int_{t_0}^T |\Delta s(t)|^p dt = \int_{t_0}^T |c^T \Delta x(t)|^p dt, \quad (6)$$

де  $p > 0$  – параметр, який на практиці приймають рівним  $p = 1$  (модуль похибки) або  $p = 2$  (середньоквадратична похибка).

Для чисельної реалізації сформульованої задачі оптимального регулювання дискретизуємо систему (1), дробовий  $PI^\lambda D^\mu$  - регулятор (5) і критерій (6), розбивши часовий інтервал  $[t_0, T]$  на  $n$  частин з кроком  $h = (T - t_0) / n$  ( $h$  – період квантування).

### Література

1. Авсиевич А.В., Авсиевич В.В. Моделирование систем автоматического управления с дробным ПИД-регулятором [Текст] / А.В. Авсиевич, В.В. Авсиевич // Вестник Самарского государственного технического университета, сер. техническое науки. – 2010. – №1(26). – С. 6-59.

2. Бутковский А.Г., Постнов С.С., Постнова Е.А. Дробное интегро-дифференциальное исчисление и его приложения в теории управления. II. Дробные динамические системы: моделирование и аппаратная реализация [Текст] / А.Г. Бутковский, С.С. Постнов, Е.А. Постнова // Автоматика и телемеханика. – 2013. – № 5. – С. 3-34.

3. Vinagre B.M., Petras I., Podlubny I., Chen Y.Q. Using fractional order adjustment rules and fractional order reference models in model-reference adaptive control. *Nonlinear Dyn.* 29(1–4), 269–279 (2002).