

М.М. ХВАСТА, аспірант,
А.І. СОКОЛЕНКО, доктор технічних наук,
К.В. ВАСИЛЬКІВСЬКИЙ, кандидат технічних наук,
С.О. ПАВЛОВ, аспірант
Національний університет харчових технологій, м. Київ

КІНЕМАТИКА ПЕРЕМІЩЕНЬ ВАНТАЖІВ НА ПОХИЛИХ ОПОРНИХ РУХОМИХ ПЛОЩИНАХ

Визначено співвідношення між геометричними і кінематичними параметрами системи «вантаж – рухома опорна площина» за їх взаємодії в потенціальному гравітаційному полі, зроблено оцінку можливостей використання таких систем стосовно пристроїв для формування масивів виробів або перебудови потоків.

Ключові слова: *тертя, вектор, опорна площина, взаємодія, коефіцієнт, кінематичні параметри.*

Определены соотношения между геометрическими и кинематическими параметрами системы «груз – подвижная опорная плоскость» при их взаимодействии в потенциальном гравитационном поле, дана оценка возможностей использования таких систем касательно устройств для формирования массивов изделий или перестройки потоков.

Ключевые слова: *трение, вектор, опорная плоскость, взаимодействие, коэффициент, кинематические параметры.*

Certainly a betweenness by the geometrical and kinematics parameters of the system «a load is a mobile supporting plane» is for their co-operations in the potential gravity field, the estimation of possibilities of the use of such systems is done concerning built on for forming of arrays of wares or re-erecting of streams.

Keywords: *friction, vector, supporting plane, co-operation, coefficient, kinematics parameters.*

З математичної теорії тертя відомо, що тертя має своєю моделлю результуючу силової взаємодії, яка спрямована проти вектора відносної швидкості. Це означає, що проекція результуючого вектора сил тертя F_T на обраний напрямок залежить від

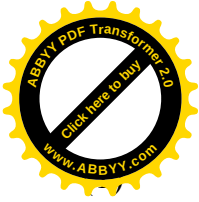
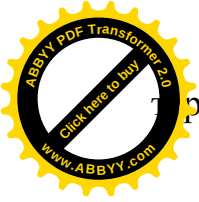


величина якого залежить від співвідношення швидкостей v та V_k . Оскільки вказане співвідношення може бути наскільки завгодно обмеженим, то це означає можливість забезпечення переміщення похилою площиною за рахунок складової сили тяжіння $mg \sin \alpha$, де α – кут нахилу опорної площини відносно лінії горизонту (рис. 1)

[illegible]

новлену відносно напрямку переміщення під кутом 90° . На схемі (рис. 1) зображено план швидкостей зі складовими V_k та V_r і вектором відносної швидкості $\bar{V}_r$.

Положення останнього визначає розташування результуючого вектора сил



тертя $\bar{F}_T$ і

$$F_T = f_p mg.$$

З побудови видно, що кут

$$\beta = \arctg \frac{x}{V_k} \quad (2)$$

і тому

$$F'_T = f_p mg \sin \arctg \frac{x}{V_k}. \quad (3)$$

$$F''_T = f_p mg \cos \arctg \frac{x}{V_k}. \quad (4)$$

Оскільки маємо $N = F''_T$, то

$$F_6 = f_6 F''_T = f_6 f_p mg \cos \arctg \frac{x}{V_k}. \quad (5)$$

де f_6 – коефіцієнт тертя вантажу з бічною напрямною.

Тоді режиму перехідного процесу відповідає рівняння руху

$$m \ddot{x} = mg \sin \alpha - f_p mg \sin \arctg \frac{x}{V_k} - f_6 f_p mg \cos \arctg \frac{x}{V_k}. \quad (6)$$

Очевидно, що переміщення вантажу відносно напрямної можливе лише за додатної правої частини рівняння (6). Умові граничного переміщення відповідає залежність за значення $\ddot{x} = 0$ і тоді

$$\sin \alpha > f_6 f_p; \quad \alpha > \arcsin f_6 f_p. \quad (7)$$

Для оцінки можливості переміщення вантажів прийmemo значення

$$f_p = 0,3; \quad f_6 = 0,2; \quad f_6 f_p = 0,06,$$

що відповідає умові

$$\alpha > \arcsin 0,06 = 3^\circ 20'. \quad (8)$$

Разом з тим для нерухомої опорної похилої площини кут тертя становив би

f_p	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
$\alpha_{\text{тертя}}$	5°48'	8°40'	11°35'	14°	17°30'

Виключенням маси m із залежності (6) отримуємо

$$\ddot{x} = g \sin \alpha - f_p g \sin \arctg \frac{x}{V_k} - f_6 f_p g \cos \arctg \frac{x}{V_k}. \quad (9)$$

Початкові умови диференціального рівняння (9) запишемо у формі

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{(n)} = 0; \quad \ddot{x}_{(n)} = 0. \quad (10)$$



У зв'язку з розв'язанням і аналізом рівняння (9) виберемо значення параметрів

$$\begin{aligned}f_p = 0,3; \quad f_6 = 0,2; \quad g = 9,81 \text{ м/с}^2; \\ V_k = 0,2 \text{ м/с}; \quad \alpha = 5^\circ\end{aligned}\quad (11)$$

Результати розрахунків кінематичних параметрів представлені на рис. 2.

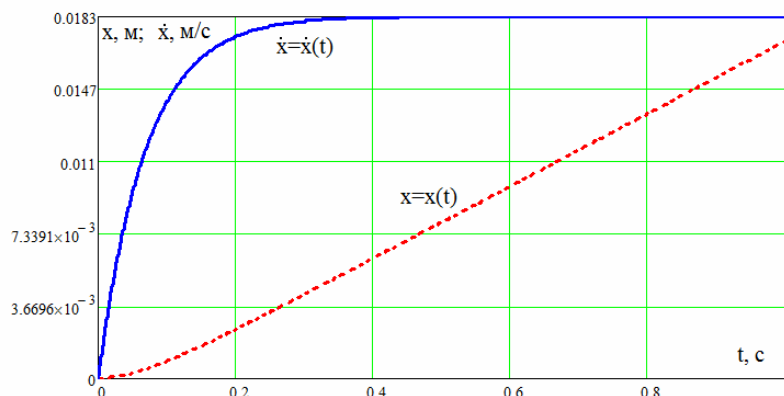


Рис. 2. Графіки по визначенню кінематичних параметрів переміщення вантажів по похилих рухомих площинах

Як видно за результатами розрахунків і фізичним підґрунтям в переміщенні вантажу мають місце два етапи. Перехідному процесу відповідає зростання швидкості від значення $\dot{x}=0$ до $\dot{x}=\text{const}$.

Стабілізоване значення швидкості знайдемо з умови

$$g \sin \alpha - f_p g \sin \arctg \frac{\dot{x}}{V_k} - f_6 f_p g \cos \arctg \frac{\dot{x}}{V_k} = 0. \quad (12)$$

яка трансформується до виду

$$\sin \alpha - f_p \sin \delta - f_6 f_p \cos \delta = 0. \quad (13)$$

$$\text{де } \delta = \arctg \frac{\dot{x}}{V_k}.$$

Здійснимо підстановку $\cos \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta}$

$$\sin \alpha - f_p \sin \delta = f_6 f_p \sqrt{1 - \sin^2 \delta}$$

або

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha - 2f_p \sin \alpha \sin \delta + f_p^2 \sin^2 \delta &= f_6^2 f_p^2 \sqrt{1 - \sin^2 \delta}; \\ (f_p^2 + f_6 f_p) \sin^2 \delta &= 2f_p \sin \alpha \sin \delta + (\sin^2 \alpha - f_6 f_p) = 0.\end{aligned}\quad (14)$$

Позначимо $\sin^2 \alpha - f_6 f_p = n$, а $f_p^2 + f_6 f_p = a$. Тоді



$$a \sin^2 \delta - 2f_p \sin \alpha \sin \delta + n = 0;$$

$$\sin \delta = \frac{2f_p \sin \alpha \pm \sqrt{4f_p^2 \sin^2 \alpha - 4an}}{2a};$$

$$\arctg \frac{\dot{x}}{V_k} = \arcsin \frac{2f_p \sin \alpha \pm \sqrt{4f_p^2 \sin^2 \alpha - 4an}}{2a}. \quad (16)$$

З останнього виразу знайдемо

$$\dot{x} = V_k \operatorname{tg} \arcsin \frac{2f_p \sin \alpha \pm \sqrt{4f_p^2 \sin^2 \alpha - 4an}}{2a}. \quad (17)$$

Результат, що стосується величини стабілізованої швидкості отримуємо також з аналізу розв'язання рівняння (9).

У табл. наведено результати розрахунків по визначенню $\dot{x} = \text{const}$ для різних значень кута α , коефіцієнта тертя f_6 та швидкості опорної площини V_k . З наведених даних видно помітний вплив вказаних параметрів.

Таблиця

Результати розрахунків по визначенню стабілізованої швидкості $\dot{x} = \text{const}$ за значень $f_p = 0,3$; $f_6 = 0,2$; $V_k = 0,2$ м/с

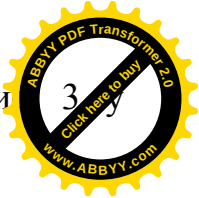
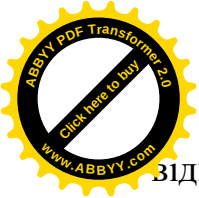
$\alpha, ^\circ$	5	6	7	8	9	10
$\dot{x}_{\max}, \text{м/с}$	0,018	0,030	0,043	0,056	0,071	0,086

За зміни величини швидкості опорної площини до значення $V_k = 0,5$ м/с та при $\alpha = 5^\circ$ одержуємо

$$\dot{x}_{\max} = \text{const} = 0,046 \text{ м/с}.$$

За сполучення даних $f_p = 0,3$; $f_6 = 0,4$; $V_k = 0,5$ м/с; $\alpha = 10^\circ$ одержуємо

$$\dot{x}_{\max} = \text{const} = 0,094 \text{ м/с}.$$



Графічне представлення залежності $v_{\max} = v_{\max}(t)$ здійснено на рис. 3 відповідності до даних табл.

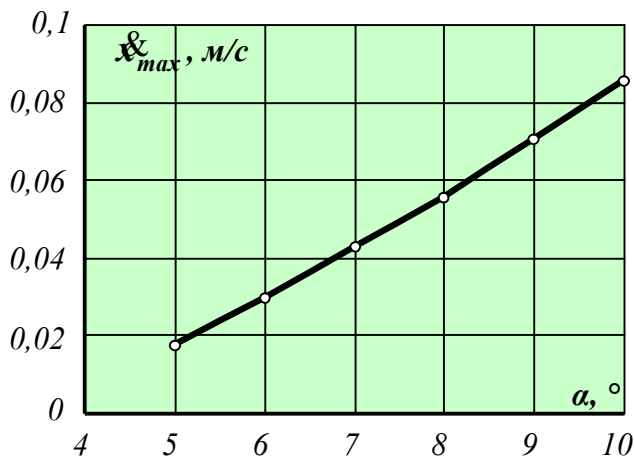


Рис. 3. Залежність стабілізованої швидкості $v_{\max}$ від кута нахилу α за значень $f_p = 0,3$; $f_\phi = 0,2$; $V_k = 0,2$ м/с

Наведені результати дають чітку вказівку на можливість конструктивного використання відзначеної особливості взаємодії між вантажами і рухомими негоризонтальними опорними площинами, наслідком якої є можливе переміщення вантажів у напрямку ухилу площини до лінії горизонту.

Висновки. Встановлення рухомої опорної площини під кутом до лінії горизонту в межах кута тертя в парі «вантаж – площина» забезпечує можливість переміщення вантажів з кінематичними параметрами, які залежать від швидкості опорної площини і кута нахилу за інших рівних умов.

ЛІТЕРАТУРА

1. Соколенко А.І., Українець А.І., Піддубний В.А. Транспортно-технологічні системи пивзаводів. – К.: АртЕк, – 2002. – 304 с.
2. Соколенко А.І., Яровий В.Л., Піддубний В.А. та ін. Моделювання процесів пакування. Нова книга. – Вінниця, 2004. – 272 с.

Одержана редколегією 17.02.2010