

УДК 621.85

## DYNAMICS AND ENERGY RECUPERATION IN TECHNOLOGICAL MACHINES

O. Stepanets, D. Pryhodii, N. Tkachuk

National University of Food Technologies

---

**Key words:**

*Transients*

*Dynamics*

*Driving factor*

*Elastic connection*

*Energy*

*Coupling*

---

**ABSTRACT**

This article provides an assessment of the prospects of limiting dynamic loads in the transient processes of drives of technological machines with a combination of issues to reduce energy consumption. These materials refer to cyclically operating equipment driven by operated friction clutches, dividing the system into two parts. The first of them refers to the leading mass, which is in a continuous motion, and the second — the driven mass — carries out cyclic displacements. The algorithm of calculating transition processes alongside with the definition of kinematic parameters of displacement of masses and loads of elastic bonds is proposed. It is shown that in the general structure of such mathematical formalizations, the overall result is appreciably dependent on the ratios of inertial masses.

---

**Article history:**

Received 07.09.2017

Received in revised form

29.09.2017

Accepted 10.10.2017

---

**Corresponding author:**

O. Stepanets

**E-mail:**

npnuht@ukr.net

---

**DOI:** 10.24263/2225-2924-2017-23-5-2-5

---

## ДИНАМІКА І ЕНЕРГЕТИЧНА РЕКУПЕРАЦІЯ В ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАШИНАХ

О.І. Степанець, Д.В. Пригодій, Н.А. Ткачук

Національний університет харчових технологій

У статті здійснено оцінку перспектив обмеження динамічних навантажень у перехідних процесах приводів технологічних машин з об'єднанням завдань зниження енерговитрат. Наведені матеріали стосуються циклічно діючого обладнання, до складу приводів якого введено керовані фрикційні муфти, що поділяють систему на дві частини. Перша з них відноситься до ведучої маси, яка знаходиться в безперервному русі, а друга — ведена маса — здійснює циклічні переміщення. Запропоновано алгоритм розрахунку перехідних процесів з визначенням кінематичних параметрів переміщення мас і навантажень пружних зв'язків. Показано, що в загальній структурі подібних математичних формалізацій загальний результат помітно залежить від співвідношень інерційних мас.

**Ключові слова:** перехідні процеси, динаміка, рушійний фактор, пружний зв'язок, енергія, муфта.

**Постановка проблеми.** Перехідні процеси режимів пуску електромеханічних систем значною мірою залежать від статичних механічних характеристик двигунів, в яких наявні моменти пускові, максимальні та номінальні з нелінійними залежностями  $M_{\text{дв}} = M_{\text{дв}}(\omega)$ . Моделювання таких процесів ускладнюється вказаними нелінійностями та ще тим, що вони є певними абстракціями, в яких нехтуються електромагнітні перехідні процеси [1]. Врахування цих особливостей підтверджує доцільність використання лінеаризованих статичних механічних характеристик асинхронних двигунів [2; 3] з нечітко визначеними впливами таких апроксимацій, хоча значення моментів пускових  $M_{\text{п}}$ , максимальних  $M_{\text{м}}$  і номінальних  $M_{\text{н}}$  в них наявні.

Разом з тим наявність у складі приводів технологічних машин пасових або фрикційних передач є корисною у зв'язку з тим, що вона стабілізує рушійний момент значенням моменту сил тертя  $M_{\text{м}} > M_{\text{н}}$ . Можливості регулювальних впливів на динаміку систем через значення  $M_{\text{м}}$  в умовах програмованих змінних динамічних параметрів в обладнанні ліній пакування [4—6] додатково відкривають перспективи рекуперації кінетичної енергії.

**Мета дослідження:** намітити перспективи зниження і рекуперації енергетичних витрат у технологічному обладнанні з циклічними режимами роботи.

**Методи дослідження** стосуються аналітичних формалізацій динаміки двомасових систем з реалізацією обмежень силових впливів у перехідних процесах і енергетичних витрат.

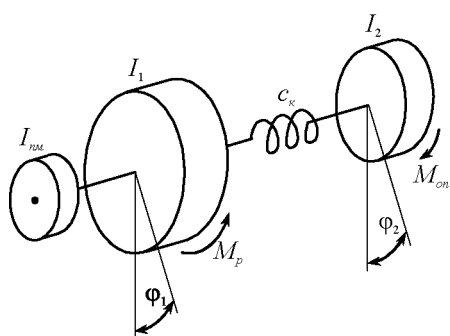


Рис. 1. Схема крутної двомасової моделі

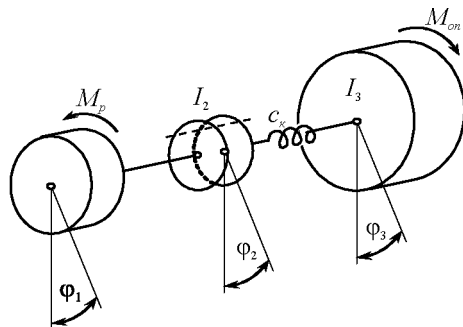


Рис. 2. Схема системи з керованою фрикційною муфтою

**Викладення основних результатів дослідження.** Вирішення двох об'єднаних задач з перспективами обмеження динамічних навантажень у двомасових системах і енергетичних витрат здійснимо на основі аналізу схем, що відповідають рис. 1 і 2.

У першому випадку момент сил тертя фрикційною муфтою передається від фрикційної муфти до ведучої маси з моментом інерції  $I_1$ . При цьому їх масовий інерційний потенціал  $I_1'$  визначається залежністю:

$$I_1' = I_{\text{пм}} + I_1, \quad (1)$$

де  $I_{\text{пм}}$  — момент інерції правої півмуфти.

У цьому випадку рівняння руху системи приводяться до виду:

$$I_1 \ddot{\phi}_1 = M_m - c_k (\phi_1 - \phi_2); \quad (2)$$

$$I_2 \ddot{\phi}_2 = c_k (\phi_1 - \phi_2) - M_{оп}, \quad (3)$$

де  $I_2$  — приведений момент інерції веденої маси;  $c_k$  — приведена жорсткість системи;  $\phi_1$  та  $\phi_2$  — кутові координати ведучої і веденої мас.

Наявність в умові (2) рушійного фактора у формі  $M_m$  означає можливість регулювальних впливів на динаміку системи.

Циклічність у роботі технологічного обладнання доцільно супроводжувати заходами з рекуперації кінетичної енергії. При цьому очевидно, що ведена маса повинна бути зупинена відповідно до вимог циклу, тоді як ведуча може бути виконана з можливістю збереження свого енергетичного потенціалу. Реалізація такої системи можлива за включення до неї керованої фрикційної муфти, за рахунок якої досягаються, по-перше, обмежені значення рушійних моментів тертя  $M_m$ , а, по-друге, реалізується можливість замикання або розмикання зв'язку між ведучою і веденою масами (рис. 2). Розімкнутий стан муфти дає змогу підтримувати на сталому рівні кінетичну енергію ведучої маси. Замикання за відповідної команди фрикційної муфти започатковує перехідний процес розгону веденої маси. В цій схемі ліва півмуфта жорстко зв'язана з приводом і в своїх інерційних властивостях віднесена до ведучої маси, а права півмуфта з моментом інерції  $I_2$  виступає проміжною масою. Таким чином з урахуванням веденої маси система перетворюється на тримасову. Її відмінністю є те, що зв'язок між першою і проміжною масами не пружний, а силовий фрикційний. Окрім того, момент інерції  $I_2$  проміжної маси порівняно з  $I_1$  та  $I_3$  — обмежений.

Для аналізу перехідного процесу приймемо припущення про сталу кутову швидкість  $\dot{\phi}_1 = const$ . Від моменту замикання муфти на першому етапі розпочинається навантаження пружного елемента з жорсткістю  $c_k$  до величини моменту сил опору  $M_{оп}$  за нерухомої маси  $I_3$ . Першому етапу відповідають рівняння руху:

$$\phi_1 = \dot{\phi}_1 t; \quad I_2 \ddot{\phi}_2 = M_m - c_k \phi_2. \quad (4) \text{—}(5)$$

Наведені рівняння є умовно незалежними при виконанні умови  $\dot{\phi}_2 < \dot{\phi}_1$ . Розв'язання наступної умови у формі

$$\ddot{\phi}_2 + \frac{c_k}{I_2} \phi_2 = \frac{M_m}{I_2} \quad (6)$$

за початкових умов  $t_{(п)} = 0$ ,  $\phi_{2(п)} = 0$  і  $\dot{\phi}_{2(п)} = 0$  приводить до виду:

$$\phi_2 = \frac{M_m}{c_k} - \frac{M_m}{c_k} \cos \sqrt{\frac{c_k}{I_2}} t; \quad \dot{\phi}_2 = \frac{M_m}{c_k} \sqrt{\frac{c_k}{I_2}} \sin \sqrt{\frac{c_k}{I_2}} t. \quad (7) \text{—}(8)$$

Зміна пружного навантаження відповідає залежності:

$$M_{\text{пр}} = c_{\text{к}} \phi_2 = M_{\text{м}} - M_{\text{м}} \cos \sqrt{\frac{c_{\text{к}}}{I_2}} t. \quad (9)$$

Завершенню етапу відповідає умова:

$$M_{\text{пр}} = M_{\text{оп}} = M_{\text{м}} - M_{\text{м}} \cos \sqrt{\frac{c_{\text{к}}}{I_2}} t_{(\text{к})}^I. \quad (10)$$

Звідси визначаємо час завершення першого етапу:

$$t_{(\text{к})}^I = \sqrt{\frac{I_2}{c_{\text{к}}}} \arccos \left( 1 - \frac{M_{\text{оп}}}{M_{\text{м}}} \right). \quad (11)$$

При цьому швидкість завершення першого етапу становить:

$$\dot{\phi}_{2(\text{к})}^I = \frac{M_{\text{м}}}{c_{\text{к}}} \sqrt{\frac{c_{\text{к}}}{I_2}} \sin \sqrt{\frac{c_{\text{к}}}{I_2}} t_{(\text{к})}^I. \quad (12)$$

На другому етапі рівняння руху зводяться до системи:

$$\begin{cases} \phi_1 = \dot{\phi}_1 t; \\ I_2 \ddot{\phi}_2 = M_{\text{м}} - c_{\text{к}} (\phi_1 - \phi_2); \\ I_3 \ddot{\phi}_3 = c_{\text{к}} (\phi_1 - \phi_2) - M_{\text{оп}}. \end{cases} \quad (13)$$

Початкові умови другого етапу визначаються відповідними кінцевими умовами першого. При цьому:

$$t_{(\text{п})}^{II} = 0; \quad x_{2(\text{п})}^{II} = x_{2(\text{к})}^I; \quad \dot{x}_{2(\text{п})}^{II} = \dot{x}_{2(\text{к})}^I; \quad x_{3(\text{п})}^{II} = 0; \quad \dot{x}_{3(\text{п})}^{II} = 0.$$

Параметр  $x_{2(\text{к})}^I$  визначається за умовою:

$$x_{2(\text{к})}^I = \frac{M_{\text{м}}}{c_{\text{к}}} - \frac{M_{\text{т}}}{c_{\text{к}}} \cos \sqrt{\frac{c_{\text{к}}}{I_2}} t_{(\text{к})}^I. \quad (14)$$

Математичні формалізації розрахункових схем за рис. 1 і 2 мають однакову структуру, але в інерційних показниках спостерігається суттєва відмінність пов'язана з тим, що числові значення моментів інерції  $I_2$  та  $I_1'$  представлені різними значеннями. Важливо, що в реальних схемах технологічних машин вони можуть відрізнятися на порядок і більше. Це означає доцільність порівнянь, які стосуються навантажень пружних елементів і енергетичних втрат у циклічних режимах роботи машин, хоча з оцінок впливів динамічних параметрів відомо, що збільшення ведучих мас у двомасових системах за інших рівних умов пружні навантаження обмежує.

Однак таке положення стосується схеми за рис. 2, а в іншому випадку воно не стосується пружного елемента через розрив кінематичного зв'язку фрикційною муфтою.

Алгоритм розв'язання системи диференціальних рівнянь (13) за сталих значень  $M_m$  і  $M_{оп}$  може стосуватися її трансформації в одне рівняння пружних моментів сил. За виконання таких перетворень отримуємо умову:

$$\ddot{M}_{пр} + \left( \frac{c_k}{I_2} + \frac{c_k}{I_3} \right) M_{пр} = c_k \left( \frac{M_m}{I_2} + \frac{M_{оп}}{I_3} \right), \quad (15)$$

розв'язання якої приводиться до виду:

$$M_{пр} = \frac{c_k \dot{\phi}_{2(k)}^I}{\sqrt{\frac{c_k}{I_2} + \frac{c_k}{I_3}}} \sin \sqrt{\frac{c_k}{I_2} + \frac{c_k}{I_3}} t + \left[ M_{оп} - \frac{c_k}{\frac{c_k}{I_2} + \frac{c_k}{I_3}} \left( \frac{M_m}{I_2} + \frac{M_{оп}}{I_3} \right) \right] \times \\ \times \cos \sqrt{\frac{c_k}{I_2} + \frac{c_k}{I_3}} t + \frac{c_k}{\frac{c_k}{I_2} + \frac{c_k}{I_3}} \left( \frac{M_m}{I_2} + \frac{M_{оп}}{I_3} \right). \quad (16)$$

При цьому час досягнення екстремального навантаження визначається залежністю:

$$t_{екс} = \frac{\arctg \left( \frac{c_k \dot{\phi}_{2(k)}^I}{M_{оп} - \frac{c_k}{\frac{c_k}{I_2} + \frac{c_k}{I_3}} \left( \frac{M_m}{I_1} + \frac{M_{оп}}{I_2} \right)} \right)}{\sqrt{\frac{c_k}{I_2} + \frac{c_k}{I_3}}}. \quad (17)$$

Перехідний процес пуску системи завершується вирівнюванням швидкостей  $\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 = \dot{\phi}_3$ , за якого досягається  $M_{пр} = const$ . Зупинка веденої частини розпочинається від моменту розмикання фрикційної муфти під дією  $M_{оп}$ . Рівняння руху при цьому записуються у формі:

$$I_2 \ddot{\phi}_2 = -c_k (\phi_2 - \phi_3); \quad I_3 \ddot{\phi}_3 = c_k (\phi_2 - \phi_3) - M_{оп}. \quad (18) \text{—} (19)$$

Початкові умови останніх рівнянь мають вид:

$$t_{(п)} = 0; \quad \phi_{2(п)}^{III} = \frac{M_{оп}}{c_k}; \quad \dot{\phi}_{2(п)}^{III} = \dot{\phi}_{2(k)}^{II}; \quad \phi_{3(п)}^{III} = 0; \quad \dot{\phi}_{3(п)}^{III} = \dot{\phi}_{2(k)}^{II}.$$

$$\text{З умови (18) визначаємо: } \phi_3 = \frac{I_2}{c_k} \ddot{\phi}_2 + \phi_2 \text{ і тоді } \dot{\phi}_3 = \frac{I_2}{c_k} \ddot{\phi}_2 + \dot{\phi}_2;$$

$$\ddot{\phi}_3 = \frac{I_2}{c_k} \ddot{\phi}_2 + \ddot{\phi}_2.$$

Підстановка одержаних значень  $\phi_3$  і  $\ddot{\phi}_3$  у рівняння (19) дає змогу записати:

$$\ddot{\phi}_2 + \frac{c_k(I_2 + I_3)}{I_2 I_3} \dot{\phi}_2 = -\frac{M_{\text{оп}} c_k}{I_2 I_3}. \quad (20)$$

Завершується третій етап за умови  $\dot{\phi}_{2(k)}^{\text{III}} = 0$ , у зв'язку з чим одержуємо:

$$\phi_2 = \frac{I_3}{c_k} \ddot{\phi}_3 + \phi_3 + \frac{M_{\text{оп}}}{c_k}; \quad \dot{\phi}_2 = \frac{I_3}{c_k} \ddot{\phi}_3 + \dot{\phi}_3; \quad \ddot{\phi}_2 = \frac{I_3}{c_k} \ddot{\phi}_3 + \ddot{\phi}_3. \quad (21)$$

Відповідні підстановки в рівняння (19) дають змогу записати:

$$\ddot{\phi}_3 + \frac{c_k(I_2 + I_3)}{I_2 I_3} \dot{\phi}_3 = -\frac{M_{\text{оп}} c_k}{I_2 I_3}. \quad (22)$$

Одержані диференціальні рівняння четвертого порядку (20) і (21) є взаємно незалежними і розв'язуються з урахуванням початкових умов. При цьому незалежним фактором впливу, здатним за необхідності прискорити процес вибігу є момент сил опору  $M_{\text{оп}}$ . Проте в системі він представлений у формі технологічного опору, зменшення якого практично неможливе за умовами її синтезу, а збільшення не повинно стосуватися найбільш вразливих гнучких зв'язків. Ситуація ускладнюється тим, що ведена маса і її момент інерції є змінними в часі у зв'язку з витратами частини плівки з рулону. Характер цих змін і їх вплив на динаміку вибігу визначаються на основі аналізу розв'язання умов (20) і (22).

Циклічні переміщення веденої маси і безперервний рух ведучої означають перерозподіл енергетичних витрат порівняно з випадками, у яких названі переміщення об'єднані. Останнє означає, що енергетичні затрати на розгін системи в кожному циклі без оцінки впливів шкідливих опорів мають складати:

$$E_{\text{кін}} = (I_1 + I_2) \frac{\dot{\phi}_m^2}{2}, \quad (23)$$

де  $\dot{\phi}_m$  — максимальна кутова швидкість системи.

Зупинка веденої маси, що настає після відключення фрикційної муфти, за рахунок вибігу або гальмування означає енергетичні втрати у розмірі:

$$\Delta E_{\text{вт}} = I_2 \frac{\dot{\phi}_m^2}{2}. \quad (24)$$

Якщо в режимі зупинки веденої маси ведуча зберігає швидкість  $\dot{\phi}$ , то в наступному циклі енергетичні витрати щодо кінетичної енергії стосуються розгону тільки веденої маси:

$$E'_{\text{кін}} = I_2 \frac{\dot{\phi}_m^2}{2}. \quad (25)$$

Названі обставини означають наявність у системі обмежень енерговитрат і, одночасно, рекуперацію енергії. Очевидно, що енергетична ефективність

залежить від співвідношення кінетичних енергій — максимальної енергії веденої маси і ведучої маси у формі:

$$\eta = \frac{I_2}{I_1 + I_2}. \quad (26)$$

### **Висновки**

1. Показано доцільність синтезу приводів технологічних машин із завданнями обмежень динамічних складових навантажень ведучих і ведених мас та пружних зв'язків.

2. Стабілізація рушійних факторів в одномасових і кількамасових моделях можлива при використанні пасових або фрикційних передач.

3. Режим енергетичного збереження і рекуперації в циклічно діючому обладнанні можливі за рахунок зупинки тільки ведених мас без зупинки ведучих.

4. Ефективність рекуперації кінетичної енергії залежить від співвідношення ведучих і ведених мас.

### **Література**

1. Моделювання процесів пакування: підручник / А.І. Соколенко, В.Л. Яровий, В.А. Піддубний та ін. — Вінниця : Нова книга, 2004. — 272 с.
2. Теорія тертя у взаємодії твердих тіл: монографія / А.І. Соколенко, С.В. Іванов, В.А. Піддубний та ін. — Київ : Фенікс, 2012. — 256 с.
3. Рекуперація кінетичної енергії в технологічних машинах / А.І. Соколенко, К.В. Васильківський, О.І. Степанець // Харчова промисловість. — 2016. — № 20. — С. 138—145.
4. Регулювання ходу машин / А.І. Соколенко, О.І. Степанець, Д.В. Пригодій // Харчова промисловість. — № 21. — Київ : НУХТ, 2017. — С. 155—163.
5. Ограничение динамических нагрузок в приводах технологических машин линий упаковки / А. Соколенко, К. Васильківський, В. Костюк // Научни трудове на университет по хранителни технологии. — Пловдив, 2015. — Том LXII. — С. 777—781.
6. Про можливість рекуперації кінетичної енергії в машинах і механізмах / А.І. Соколенко, К.В. Васильківський, В.С. Костюк // Харчова промисловість. — № 19. — Київ : НУХТ. — 2016. — С. 92—99.