

УДК 621.37

Р.В.Гамалея, канд. физ.-мат. наук, Ю.В.Кувьда (Киев. политехн. ин-т)

Алгоритмы расчета магнитного поля и усилий, действующих на ферромагнитные частицы в активной зоне барабанных электромагнитных сепараторов

Приведены математические модели расчета на ЭВМ распределения магнитного поля в активной зоне барабанных электромагнитных сепараторов с обмотками постоянного тока и аналитические выражения для расчета усилий, действующих на ферромагнитные частицы, извлекаемые магнитным полем из потока сыпучего продукта. Приведен пример расчета картины поля. Расчеты проводились методом конечных элементов.

© Гамалея Р.В., Кувьда Ю.В., 1995

Наведено математичні моделі розрахунку на ЕОМ розподілення магнітного поля у активній зоні барабанних електромагнітних сепараторів з обмотками постійного струму та аналітичний вираз для розрахунку зусиль, що діють на ферромагнітні частки, які вилучаються магнітним полем з потоку сипучого продукту. Наведено приклад розрахунку картини поля. Розрахунки проводились методом кінцевих елементів.

Преимуществами барабанных электромагнитных сепараторов, предназначенных для извлечения ферромагнитных включений из сыпучих немагнитных материалов, являются:

- непрерывный автоматический самовынос ферромагнитных примесей из зоны сепарации и надежная саморазгрузка их в отдельный накопитель;
- возможность усиления магнитного поля и его градиента за счет ребристой структуры магнитопровода, а также установка ферромагнитного экрана в зоне сепарации, что ведет к повышению силы извлечения ферромагнитных частиц из сепарируемого продукта;
- малые затраты электроэнергии на питание обмотки электромагнита и приводного электродвигателя;
- хорошие возможности герметизации электромагнитной системы от попадания пылеподобных компонентов сепарируемого материала;
- неподвижность обмоток электромагнита и отсутствие скользящих контактов.

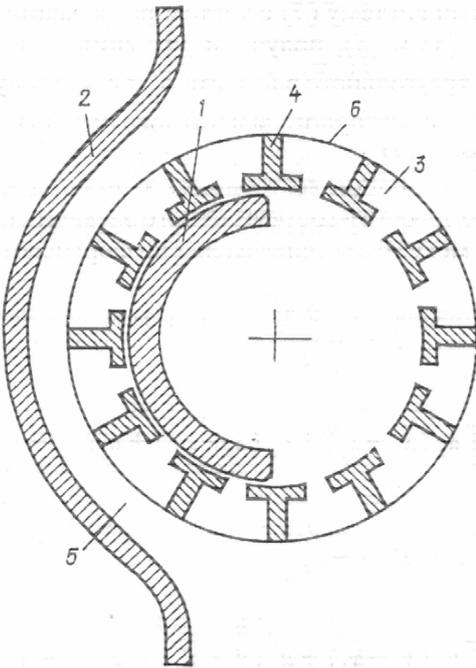


Рис. 1

Геометрия активной зоны барабанного электромагнитного сепаратора представлена на рис. 1. Здесь магнитное поле создается обмоткой постоянного тока, которая на рисунке не показана и проходит от неподвижного сегментного полюса 1 к неподвижному ферромагнитному экрану 2 через закрепленные на вращающемся барабане 3 ферро-

магнитные ребра 4, расположенные вдоль оси барабана 3. Между ребрами 4 и экраном 2 имеется рабочий канал 5, который образуется с помощью тонкостенной немагнитной обечайки 6, охватывающей по наружной поверхности ребра барабана вдоль всей его длины. При просыпании между экраном и барабаном сепарируемого материала ферромагнитные примеси притягиваются к наружной поверхности обечайки 6 в зонах расположения ребер 4 и при вращении барабана 3 выносятся в зону разгрузки (на стороне барабана, противоположной месту расположения экрана). Между ребрами вращающегося барабана с их внутренней стороны и неподвижным сегментным полюсом 1 есть технологический зазор, который в десятки раз меньше рабочего зазора 5. Катунки обмотки сепаратора расположены в торцевых зонах барабана 3.

Расчет магнитного поля в рабочей зоне сепаратора проводим методом конечных элементов.

В случае двумерного магнитного поля, т.е. в случае, когда в любой точке рассматриваемой области вектор магнитной индукции $\vec{B} = (B_x, B_y, 0)$ имеет только две отличные от нуля компоненты, векторный магнитный потенциал и вектор плотности тока имеют только одну составляющую $\vec{A} = (0, 0, A_z)$ и $\vec{j} = (0, 0, j_z)$. При этом уравнение для определения векторного магнитного потенциала принимает вид [2]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -j_z. \quad (1)$$

Рассмотрим задачу о нахождении приближенного решения уравнения (1) в некоторой области D с границей в виде n -звенной ломаной, когда на каждом звене задано граничное условие либо первого, либо второго рода:

$$A_z(x, y) |_{(x, y) \in L_{\varphi i}} = \varphi_i(x, y); \quad (2)$$

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z(x, y)}{\partial n} |_{(x, y) \in L_{q i}} = q_i(x, y), \quad (3)$$

где $L_{\varphi i}$ — отрезок ломаной с заданными граничными условиями первого рода; $L_{q i}$ — отрезок ломаной с заданными граничными условиями второго рода.

Пусть имеется некоторое разбиение области D на треугольные элементы $D = \bigcup_{i=1}^n \Delta_i$ с узлами в точках $M_j(x_j, y_j)$, $j = \overline{1, n}$. Каждому узлу M_j пос-

таким в соответствие функцию

$$N_j(x, y) = \begin{cases} L_j^i(x, y) & \text{если точка с координатами} \\ & \text{принадлежит треугольному} \\ & \text{элементу } \Delta_i, \text{ имеющему} \\ & \text{узел с номером } j; \\ 0 & \text{— в противном случае,} \end{cases} \quad (4)$$

где

$$L_j^i(x, y) = \frac{(x - x_e)(y_k - y_e) - (x_k - x_e)(y - y_e)}{(x_j - x_e)(y_k - y_e) - (x_k - x_e)(y_j - y_e)}; \quad (5)$$

$(x_j, y_j), (x_k, y_k), (x_e, y_e)$ — координаты вершин треугольника с номером i .

Функция $N_j(x, y)$ обладает тем свойством, что она равна 1 в узле с номером j и 0 в остальных узлах. Тогда имеем приближенное равенство

$$A_z(x, y) \approx \sum_{j=1}^n a_j N_j(x, y). \quad (6)$$

По методу Галеркина [3] при удовлетворении граничным условиям второго рода (3) решение дифференциального уравнения (1) сводим к решению системы алгебраических уравнений относительно коэффициентов a_k

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n a_k \sum_i \frac{1}{\mu_{\Delta_i}} \iint_{\Delta_i} \left[\frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy - \\ & - \sum_i \iint_{\Delta_i} \delta(x, y) N_j(x, y) dx dy - \\ & - \sum_i \int_{L_{qi}} N_j(x, y) q(x, y) dl = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь \sum_i означает суммирование по тем треугольным элементам, которые содержат узел с номером j .

Если $\mu \neq \mu(\bar{B})$, то система (7) является линейной. Обозначим через S_i величину удвоенной площади треугольного элемента Δ_i , тогда

$$S_i = |(x_j - x_e)(y_k - y_e) - (x_k - x_e)(y_j - y_e)|. \quad (8)$$

С учетом выражений (4) и (5) для интегралов в левой части (7) имеем

$$\iint_{\Delta_i} \left[\left(\frac{\partial N_k}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial N_k}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy =$$

$$= \frac{(x_j - x_k)^2 + (y_j - y_e)^2}{2S_i}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \iint_{\Delta_i} \left[\frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_e}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_e}{\partial y} \right] dx dy = \\ & = \frac{(x_k - x_j)(x_j - x_e) + (y_k - y_j)(y_j - y_e)}{2S_i}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\iint_{\Delta_i} \delta(x, y) N_j(x, y) dx dy = \delta_i \frac{S_i}{6}; \quad (11)$$

$$\int_{L_{qi}} N_j(x, y) q(x, y) dl = \frac{q_j}{3} + \frac{q_e}{6}. \quad (12)$$

Формула (11) получена при условии, что $\delta(x, y) = \delta_i = \text{const}$ по всей площади треугольного элемента Δ_i . В выражении (12) принято, что

$$q(x, y) = q_j N_j(x, y) + q_e N_e(x, y) \quad (13)$$

на отрезке границы, соединяющем узлы треугольного элемента с номерами j и e .

Решая систему (7) с учетом разложения (6) и формул (4) и (5), получаем значения A_z в узлах любого треугольного элемента Δ_i , т.е. картину распределения векторного магнитного потенциала по всей области D .

Составляющие вектора магнитной индукции в пределах любого i -го треугольного элемента постоянны и могут быть определены по формулам:

$$\begin{aligned} B_x &= -\frac{\partial A_z}{\partial y} = \\ &= -\frac{1}{S_i} \left[a_k(x_e - x_j) + a_e(x_j - x_k) + a_j(x_k - x_e) \right]; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} B_y &= -\frac{\partial A_z}{\partial x} = \\ &= -\frac{1}{S_i} \left[a_k(y_e - y_j) + a_e(y_j - y_k) + a_j(y_k - y_e) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Рассмотрим случай, когда в некоторых подобластях величина магнитной проницаемости μ зависит от величины индукции магнитного поля B , например, по закону

$$\mu = \frac{1}{\nu(B^2)}. \quad (16)$$

Выбор базисных функций при помощи соотношений (4) и (5) приводит к нелинейной системе уравнений вида (7). Для ее решения воспользуемся итерационным методом Ньютона [1].

Обозначим

$$f_j(a_1, \dots, a_n) = \sum_{k=1}^n a_k \sum_i v(B_i^2) \times \\ \times \int_{\Delta_i} \int \left[\frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy - \\ - \frac{1}{6} \sum_i \delta_i S_i - \sum_i \int_{L_{qi}} N_j(x, y) q(x, y) \partial L. \quad (17)$$

Введем в рассмотрение вектор потенциалов в узлах

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}, \quad (18)$$

вектор невязок

$$F(A) = \begin{pmatrix} f_1(a_1, \dots, a_n) \\ \dots \\ f_n(a_1, \dots, a_n) \end{pmatrix} \quad (19)$$

и матрицу

$$F'(A) = \left(\frac{\partial f_j}{\partial a_k} \right), \quad j, k = \overline{1, n}. \quad (20)$$

Элементы матрицы $F'(A)$ имеют вид

$$\frac{\partial f_j}{\partial a_k} = \sum_i \left[v(B_i^2) I_{jk}^i + \right. \\ \left. + (a_k I_{jk}^i + a_j I_{jj}^i + a_e I_{je}^i) \frac{\partial v(B_i^2)}{\partial B_i^2} \frac{\partial B_i^2}{\partial a_k} \right], \quad (21)$$

где

$$I_{jk}^i = \int_{\Delta_i} \int \left[\frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy; \quad (22)$$

$$\frac{\partial B_i^2}{\partial a_k} = \frac{2}{S_i^2} \left\{ a_k [(x_e - x_j)^2 + (y_e - y_j)^2] + \right. \\ \left. + a_e [(x_e - x_j)(x_j - x_k) + (y_e - y_j)(y_j - y_k)] + \right. \\ \left. + a_j [(x_e - x_j)(x_k - x_e) + (y_e - y_j)(y_k - y_e)] \right\}. \quad (23)$$

Для определения вектора потенциалов методом Ньютона в узлах на $(k+1)$ -ой итерации необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений вида

$$F'(A)A^{k+1} = F'(A^k)A^k - F(A^k), \quad (24)$$

где A^k — вектор потенциалов в узлах на k -ой итерации.

Итерации продолжаются до тех пор, пока длина вектора невязок не станет меньше заданной величины $\epsilon > 0$, т.е.

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n f_i^2(a_1, \dots, a_n)} < \epsilon. \quad (25)$$

При отсутствии в рассматриваемой области D электрического тока принимаем $\delta_i = 0$. Тогда распределение векторного потенциала в области D зависит только от заданных граничных условий (2), (3).

Выражения (17)–(25) были положены в основу алгоритма и программы расчета методом конечных элементов стационарного двумерного магнитного поля в области со сложной геометрией границ, какой является активная зона электромагнитного сепаратора для извлечения ферромагнитных включений из сыпучих продуктов.

Исходными данными для расчета являются:

— геометрические параметры расчетной области;

— характеристики материалов (μ, γ);

— функция источника в виде заданного значения падения магнитного потенциала между полюсом и экраном;

— граничные условия;

— параметры разбиения области.

Величины магнитных усилий, действующих на ферромагнитные частицы в магнитном поле сепаратора, можно определить по формуле [4]

$$F_M = \mu_0 \chi_T V H \operatorname{grad} H,$$

где V — объем частицы, м³; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ — магнитная проницаемость воздуха, Гн/м;

$\chi_T = \frac{\chi}{1 + N\chi}$ — магнитная восприимчивость

частицы; $\chi = \frac{\mu_a}{\mu_0} - 1$ — магнитная

восприимчивость вещества, из которого состоит ферромагнитная частица; μ_a — магнитная проницаемость ферромагнитной частицы, Гн/м; N — коэффициент размагничивания (для частицы в виде шара $N = 1/3$; для частицы, несколько вытянутой в одном направлении $N \approx 0,16$); $H = B/\mu_0$ — напряженность магнитного поля в точке, где находится ферромагнитная частица, А/м; $\operatorname{grad} H$ —

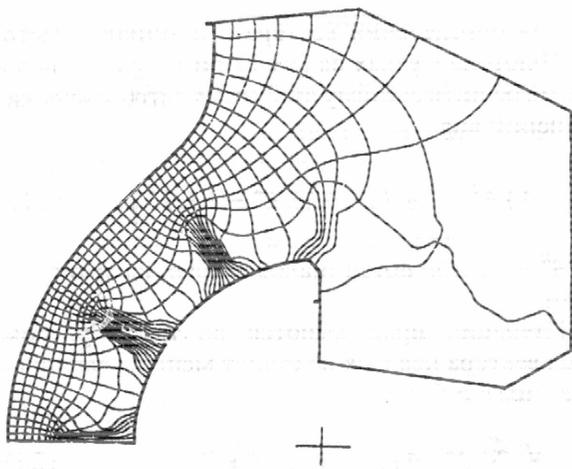


Рис. 2

градиент напряженности магнитного поля, A/m^2 , т.е. вектор, представляющий собой производную

абсолютной величины напряженности в данной точке по направлению ее наибольшего увеличения.

На рис. 2 представлена расчетная картина магнитного поля для одного из вариантов геометрии активной зоны сепаратора, изготовленного в УГУПТ для исследования качества сепарирования сахара-песка. Расчетные величины индукций магнитного поля по сравнению с экспериментальными отличаются не более, чем на 10–15 %.

1. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). — М.: Наука, 1975. — 631 с.

2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. — М.: Высш.шк., 1986. — 263 с.

3. Калиткин Н.Н. Численные методы. — М.: Наука, 1978. — 512 с.

4. Справочник по обогащению руд. Основные процессы / Под ред. О.С.Богданова: 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Недра, 1983. — 135 с.

Поступила 21.11.94