УДК 681.5513.5

Синтез модальнихрегуляторів із спостерігачем стану об'єкта Луенбергера неповного порядку

М.Сич

Національний університет біоресурсів та природокористування

Б.Гончаренко

Національний університет харчових технологій

При синтезі модальних регуляторів із спостерігачами Луенбергера канонічно подається рівняння керованого об'єкта і будується зворотний зв'язок із спостерігачем (регулятор), який забезпечує задані власні значення (моди) матриці замкнутої системи. Тоді побудова модального керування зводиться до знаходження характеристичного полінома матриці *A*, вибору канонічного базису і розв'язування системи лінійних рівнянь. Але побудова модального стабілізувального керування може базуватися і на альтернативному застосуванні теорії лінійних матричних нерівностей (*LMI*) і ефективних алгоритмів їх розв'язування, реалізованих в математичних пакетах, зокрема, наприклад, у пакеті MatLab.

Для керованого об'єкта, описуваного наступним чином,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (1)$$

(де $x(t) \in R^n$ – станрегулятора, $u(t) \in R^m$ – керування, $y(t) \in R^p$ – вимірюванийвихідоб'єкта)виберемо регулятор в формівспостерігача стану Луенбергеранеповного порядку[1]

$$\frac{dz(t)}{dt} = Fz(t) + TBu(t) + Qy(t), \quad (2)$$

де$z(t) \in R^l$, $l = n - p$–стан спостерігача, $y(t)$ и $u(t)$–вимірюваний вихід і керування в об'єкті (1), а матриці*F,T*і*Q* задовольняють матричне рівняння $TA - FT = QC$ в такий спосіб

$$F = A_{22} + LA_{12}, \quad T = \begin{pmatrix} L & E_l \end{pmatrix}, \quad Q = A_{21} + LA_{11} - \left(A_{22} + LA_{12}\right)L, \quad (3)$$

де матрицю*L*слід визначити за умови, щобматриця *F* була *D* - стійкою.

Длявектора неузгодження$e(t) = z(t) - Tx(t)$ виконується в силу рівнянь об'єкта і спостерігача рівність

$$\frac{de(t)}{dt} = Fe(t). \quad (4)$$

Якщо матриця*F*є*D*-стійкою, то вектор *z(t*) асимптотично відстежує вектор *Tx(t)* і в сукупності з вектором *y(t)* дає оцінку вектора стану об'єкта.

Розіб'ємо матриці *A*і *B*на блоки

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

в яких $A_{11} \in R^{p \times p}$, $B_1 \in R^{p \times m}$ -(порядки іншихблоківвизначаютьсяочевиднимчином).

Виберемо матриці F, T і Q в такий спосіб

$$F = A_{22} + LA_{12}, \quad T = \begin{pmatrix} L & E_l \end{pmatrix}, \quad Q = A_{21} + LA_{11} - \left(A_{22} + LA_{12} \right) L,$$

де матрицю L слід визначити з умови, щоб матриця F була D - стійкою.

Рівняння регулятора (керування) представлене згідно із зробленим вибором

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = \left(A_{22} + LA_{12} \right) x_r(t) + \left(B_2 + LB_1 \right) u(t) + \left[A_{21} + LA_{11} - \left(A_{22} + LA_{12} \right) L \right] y(t),$$

$$u(t) = K_1 x_r(t) + K_2 y(t), \qquad (6)$$

де матриці K_1 і K_2 належить визначати з умови D-стійкості замкненої системи (1), (6). Підставляючи рівняння керування в вихідну систему і враховуючи, що $x_r(t) = Tx(t) + e(t)$, отримаємо

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = \left(A + BK \right) x(t) - BK_1 e(t), \\ \dfrac{de(t)}{dt} = Fe(t), \end{cases} \qquad (7)$$

де $K = \begin{pmatrix} K_2 + K_1 L & K_1 \end{pmatrix}$.

Таким чином, матриця K знаходиться з умови, щоб матриця $A + BK$ була D-стійкою, а потім з урахуванням вже знайденої матриці L визначаються матриці налаштувань регулятора K_1 і K_2.

Щоб об'єкт, описуваний системою (1), міг бути D-стабілізованим за допомогою регулятора за виходом зниженого порядку виду (6), необхідно і достатньо, щоб лінійні матричні нерівності

$$M\left(A + BK, X_1\right) = M\left(A, X_1\right) + G \otimes \left(BZ_1\right) + G^T \otimes \left(Z_1^T B^T\right) < 0,$$

$$L(A_{22} + LA_{12}, X_2) = L(A_{22}, X_2) + G \otimes (Z_2 A_{12}) + G^T \otimes (A_{12}^T Z_2^T) < 0 \qquad (8)$$

були розв'язуваними щодо матричних змінних $X_1 = X_1^T > 0$, Z_1 і $X_2 = X_2^T > 0$, Z_2 [2].

Тоді параметри регулятора знаходяться наступним чином

$$K_1 = H_2, \quad K_2 = H_1 - H_2 L, \qquad (9)$$

де

$$H = \begin{pmatrix} H_1 & H_2 \end{pmatrix} = Z_1 X_1^{-1}, \quad H_1 \in R^{m \times p}, \; H_2 \in R^{m \times l}, \quad L = X_2^{-1} Z_2.$$

Література

1. *Баландин Д.В.* Синтез законовуправления на основелинейныхматричныхнеравенств / Д.В.Баландин, М.М. Коган //– М.: Физматлит, 2007. – 281 с.

2. *Лобок О.П.* Застосування лінійних матричних нерівностей при синтезі модального керування багатомірними лінійними системами / О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко, М.А. Сич // Журнал «Наукові праці НУХТ». Том 24, № 3. – К: НУХТ. 2018, с.16 – 25.