

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА МЕЖДУ ЯЧЕЙКАМИ САХАРОЗЫ В УСЛОВИЯХ ОХЛАЖДЁННОГО РАСТВОРА В ПРОЦЕССЕ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИИ ПО КОЛЕБАТЕЛЬНОМУ МЕХАНИЗМУ

**Дмитренко И. М., аспирант,
Погорелый Т. М., канд. техн. наук, доцент
Национальный университет пищевых технологий, г. Киев**

В данной статье подаётся методика моделирования теплообмена между большей и меньшей ячейками межкристального раствора сахарозы с окружающим их раствором, при условии попадания ячеек в охлаждённую зону рабочего объёма аппарата.

Полученные результаты в процессе моделирования теплообмена между большей и меньшей ячейками межкристального раствора сахарозы с окружающим их раствором, подтверждают ключевое положение теории процесса рекристаллизации по колебательному механизму, предложенной исследователями НУПТ.

The article deals with modeling of heat exchange between cells of sucrose mother liquor of different sizes contacting with each other and with the surrounding solution in conditions when the cells come into the cooled solution zone of vacuum pan working volume.

The results obtained on modeling of heat exchange between cells of sucrose mother liquor of different sizes contacting with each other and with surrounding solution confirm the key provision of recrystallization process theory over the vibrational mechanism proposed by NUFT researcher.

Ключевые слова: рекристаллизация, моделирования теплообмена, программный комплекс Flow Vision, скорость охлаждения.

Современное состояние сахарной промышленности Украины требует новых научных подходов и решений для дальнейшего повышения эффективности производства кристаллического сахара.

О важности и необходимости дальнейших научных исследований в области кристаллизации сахаристых веществ свидетельствует то, что в течение последних двадцати лет принималось несколько научно-технических государственных программ и проектов на уровне Правительства Украины, направленных на развитие сахарной промышленности. Одним из путей решения этой задачи является разработка новых и усовершенствование существующих способов и аппаратов для промышленной кристаллизации сахаристых веществ. Таким образом, проведение исследований процессов кристаллизации сахара с учетом использования современных научных подходов и решений является насущной необходимостью для повышения эффективности пищевой индустрии Украины.

Именно поэтому необходимо продолжать работы в направлении дальнейшего развития теории и практики тепло-и массообменных процессов при кристаллизации сахаристых веществ, что позволит уменьшить затраты материальных и энергетических ресурсов на их производство и улучшить качество готовой продукции.

Существует многочисленное количество экспериментальных данных относительно процессов протикающих в промышленных вакуум-аппаратах, которые не вписываются в рамки существующих теорий кристаллизации. Некоторые исследователи автоматически переносят закономерности, полученные при кристаллизации единичных кристаллов, на процесс массовой кристаллизации, что является некорректно с методологической точки зрения.

В данной работе рассматривается теория процесса массовой кристаллизации, что была предложена исследователями НУПТ [1]. На основе анализа связи между теплообменом и кристаллизацией кристаллизующихся дисперсных систем и вытекающих из нее следствий, а также ряда проведённых экспериментов [1], установлено, что процесс массовой кристаллизации в изотермически-изогидрических условиях кипения кристаллизующейся дисперсной системы происходит следующим образом: в пересыщенном растворе зарождаются кристаллы критической концентрации предельной, коллоидной дисперсности, после чего из подкачиваемого раствора вода полностью испаряется, а растворенное вещество выкристаллизовывается в виде мельчайших частиц, которые затем вступают в процесс рекристаллизации.

В настоящее время исследователи не пришли к единому мнению в понимании механизма протекания процесса рекристаллизации. В современных литературных источниках, посвящённых проблемам кристаллизации, авторы рассматривают рекристаллизацию через механизм Оствальдова созревания и ЛСВ-теорию [2]. Ни одна из существующих теорий не может объяснить всей совокупности накопленных экспериментальных данных.

Исследователями НУПТ была предложена теория процесса рекристаллизации по колебательному механизму [1, 3, 4]. Ключевое положение данной теории заключается в том, что одним из необходимых условий протекания процесса рекристаллизации является периодическое колебание температуры или концентрации дисперсной среды, а механизм рекристаллизации сводится к асимметрическому влиянию линейного размера (массы) кристаллов на линейную (массовую) скорость их роста и растворения: в условиях массовой кристаллизации относительная скорость растворения кристаллов (отношения скорости растворения кристаллов меньшего размера к скорости растворения кристаллов большего размера) больше относительной скорости роста кристаллов [2]. В данной теории рассматривается ячеистая модель коллективного роста и растворения частиц дисперсной фазы, согласно которой в дисперсной системе, где частицы располагаются во всём объёме, дисперсная среда не является общей для какой либо частицы, а распределяется между ними пропорционально их размеру, создавая с частицами ячейки, из которых и происходит их рост и растворение.

Исходя из ключевого положения теории процесса рекристаллизации по колебательному механизму, возможны следующие условия, обеспечивающие протекания этого процесса в промышленных вакуум-аппаратах:

- охлаждение большей и меньшей ячеек межкристалльного раствора сахарозы при их одновременном контакте между собой и с паровым пузырьком;
- охлаждение находящихся в контакте большей и меньшей ячеек межкристалльного раствора сахарозы при условии их попадания в охлаждённую зону рабочего объёма аппарата;
- нагревание находящихся в контакте большей и меньшей ячеек межкристалльного раствора сахарозы при условии их попадания в перегретую зону рабочего объёма аппарата;
- нагревание находящихся в контакте большей и меньшей ячеек межкристалльного раствора сахарозы при условии их одновременного контакта с теплообменной поверхностью.

В работах [3, 4] было получено математическую модель для расчёта распределение температуры между большей и меньшей ячейками раствора сахарозы при их одновременном контакте между собой и с паровым пузырьком. Результаты расчёта показали, что при условиях рассматриваемого контакта между ячейками, действительно произойдёт перетекания вещества от меньшей к большей ячейки раствора сахарозы.

В данной работе приведены результаты по моделированию теплообмена между большей и меньшей ячейками раствора сахарозы с окружающим их раствором, при условии их попадания в охлаждённую зону рабочего объёма аппарата для трёх трёхмерных областей, контактирующих между собой по идеальному закону теплообмена.

В основе моделирования положено следующую физическую сторону задачи: в вакуум-аппарате периодического действия, на завершающей стадии процесса уваривания сахарного утфеля, i -я ячейка межкристалльного раствора сахарозы большего размера, контактируя с j -й ячейкой межкристалльного раствора сахарозы меньшего размера, на выходе с кипятильной трубки попадают в охлаждённую зону во время циркуляции (рис. 1).

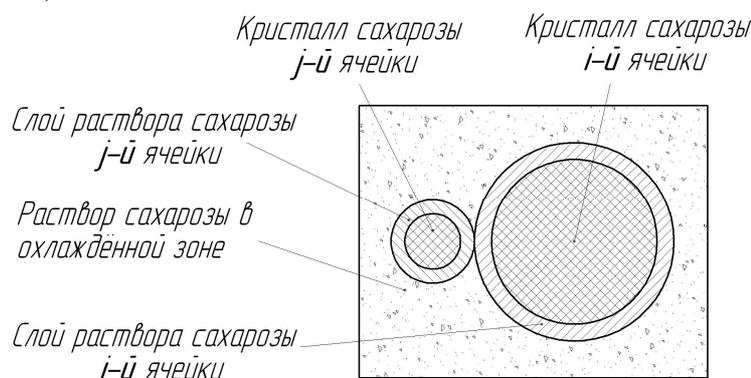


Рис.1. – К описанию физической стороны задачи.

Предполагаем, что в начальный момент времени контакта $t = 0$ температуры i -й и j -й ячеек межкристалльного раствора сахарозы численно равны $T_i = 110^\circ\text{C}$ и $T_j = 110^\circ$. Начальная температура раствора сахарозы в охлажденной зоне принимается равной температуре кипения утфеля при данном давлении в аппарате $T_{\text{расм}} = 70^\circ\text{C}$. Задаёмся размерами большого кристалла $r_{kp_i} = 2,5 \cdot 10^{-4}\text{ м}$ и кристалла меньшего размера $r_{kp_j} = 1,25 \cdot 10^{-4}\text{ м}$, и начальной толщиной слоя межкристалльного раствора сахарозы $r_0 = 2,0 \cdot 10^{-4}\text{ м}$ (толщина слоя межкристалльного раствора сахарозы, который, согласно ячейистой модели коллективного роста и растворения частиц дисперсной фазы, окружал бы каждый из кристаллов после их заведения).

Решить данную задачу аналитическими методами весьма тяжело и не представляется возможным. В связи с этим, используем методику согласно [5].

Согласно методике описанной в [4], определяем геометрические размеры ячеек межкристалльного раствора сахарозы, окружающих кристаллы различной величины.

Создаём 3D-модель теплообмена между i -й и j -й ячейками межкристалльного раствора сахарозы в охлажденной зоне рабочего объёма аппарата с целью расчёта в программном комплексе Flow Vision на основании программного продукта Autodesk Inventor (рис. 2 а). Поскольку слои межкристалльного раствора сахарозы ячеек, кристаллы, а также охлажденный раствор имеют различные физико-химические и теплофизические свойства, то полученная модель будет состоять из пяти подобластей, что и позволит присвоить каждой из них соответствующие свойства. Заметим, что программный комплекс Flow Vision позволяет обозначить поверхности, между которыми происходит контакт, что обуславливает специфический вид модели. Созданная 3D-модель полностью отображает физическую сторону задачи.

В результате проведённого моделирования получаем распределение температур между контактирующими ячейками межкристалльного раствора сахарозы в разные моменты относительного времени уваривания сахарного утфеля $0,15; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0$ (рис. 2 б).

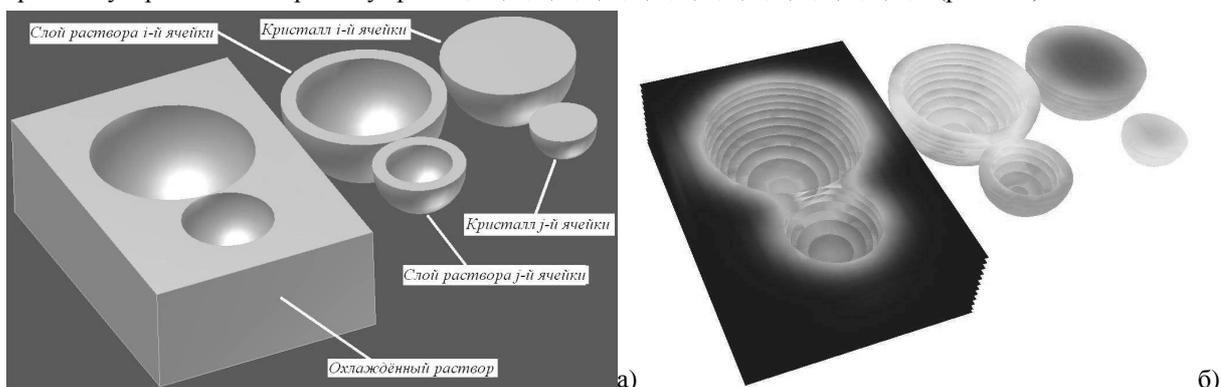


Рис. 2 – а) Модель для расчета в программном комплексе Flow Vision; б) Распределение температур между ячейками в момент относительного времени уваривания сахарного утфеля 0,6.

Для численного сравнения изменения температуры на протяжении времени контакта ячеек и по пространственной координате X , в i -м и j -м слоях раствора сахарозы ячеек, а также в соответствующих им кристаллах, выделяем сечения, и определяем положение осей (рис. 3), на которых будем определять численные значения температуры для построения графиков.

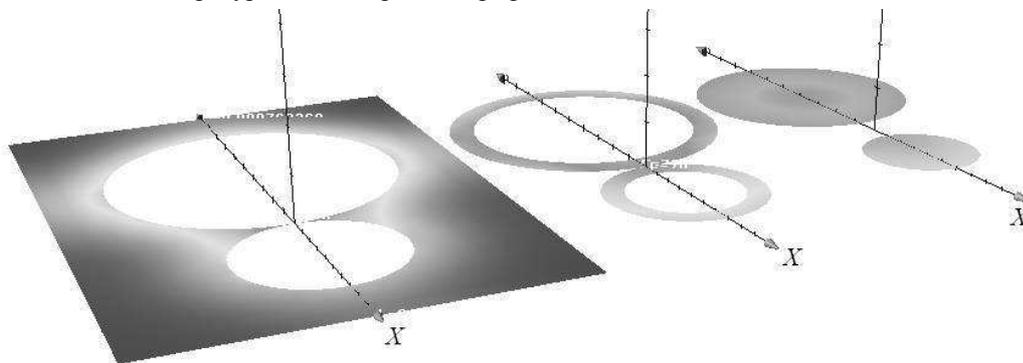


Рис. 3 – Положение осей для определения численных значений температуры.

Используя возможности ПК Flow Vision и программный продукт Excel 2003, строим следующие графики:

- Графики зависимости средней по координате X температуры в i -м и j -м слоях раствора сахарозы ячеек от времени их контакта $T_{cp_i}=f(t)$, $T_{cp_j}=f(t)$ (рис. 4). Проведённая нами аппроксимация полученных данных с использованием метода наименьших квадратов, дала возможность получить регрессионные модели, которые описывают данные зависимости с достаточно высокой точностью (критерием служит коэффициент корреляции r):

$$T_{cp_i} = \frac{110,608 \cdot 0,231 + 66,401 \cdot t^{0,691}}{0,231 + t^{0,691}}; \quad r = 0,998. \quad (1)$$

$$T_{cp_j} = \frac{110,060 \cdot 0,085 + 69,694 \cdot t^{0,855}}{0,085 + t^{0,855}}; \quad r = 0,998. \quad (2)$$

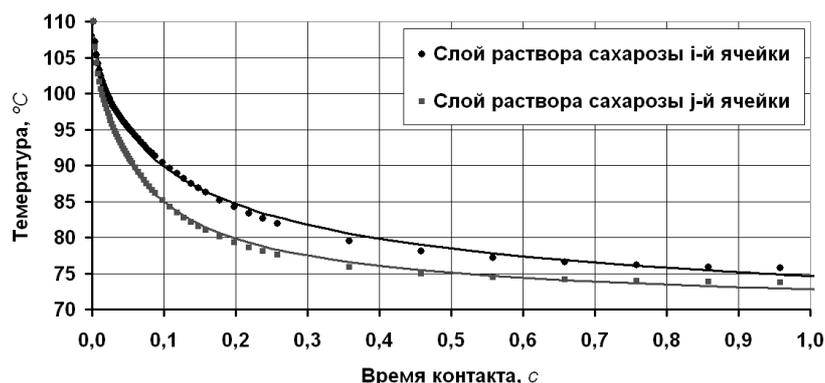


Рис. 4 – Графики зависимостей $T_{cp_i}=f(t)$, $T_{cp_j}=f(t)$.

- Графики зависимости температуры в i -м и j -м кристаллах сахарозы от времени контакта ячеек в которых они заключены $T^{kp}_{cp_i}=f(t)$, $T^{kp}_{cp_j}=f(t)$ (рис. 5). Проведённая нами аппроксимация полученных данных с использованием метода наименьших квадратов, дала возможность получить регрессионные модели, которые описывают данные зависимости с достаточно высокой точностью (критерием служит коэффициент корреляции r):

$$T^{kp}_{cp_i} = \frac{73,151 \cdot 24,268 + 110,165 \cdot t^{-1,677}}{24,268 + t^{-1,677}}; \quad r = 0,999. \quad (3)$$

$$T^{kp}_{cp_j} = \frac{110,663 \cdot 0,015 + 72,832 \cdot t^{1,592}}{0,015 + t^{1,592}}; \quad r = 0,999. \quad (4)$$

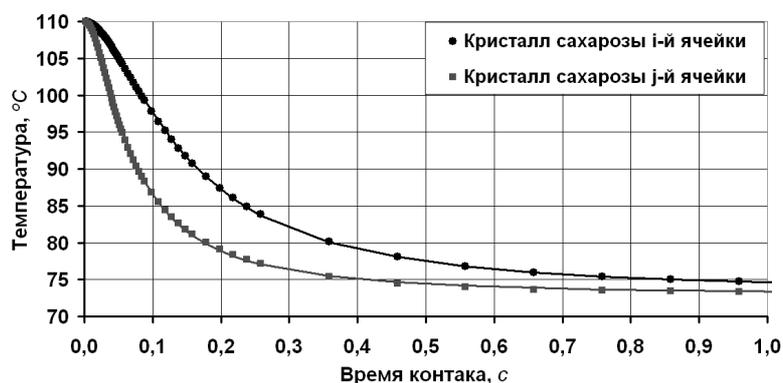


Рис. 5 – Графики зависимостей $T^{kp}_{cp_i}=f(t)$, $T^{kp}_{cp_j}=f(t)$.

- Графики изменения температуры i -й и j -й ячеек по координате X , на протяжении времени их контакта l с $T_i=f(l)$, $T_j=f(l)$ (рис. 6):

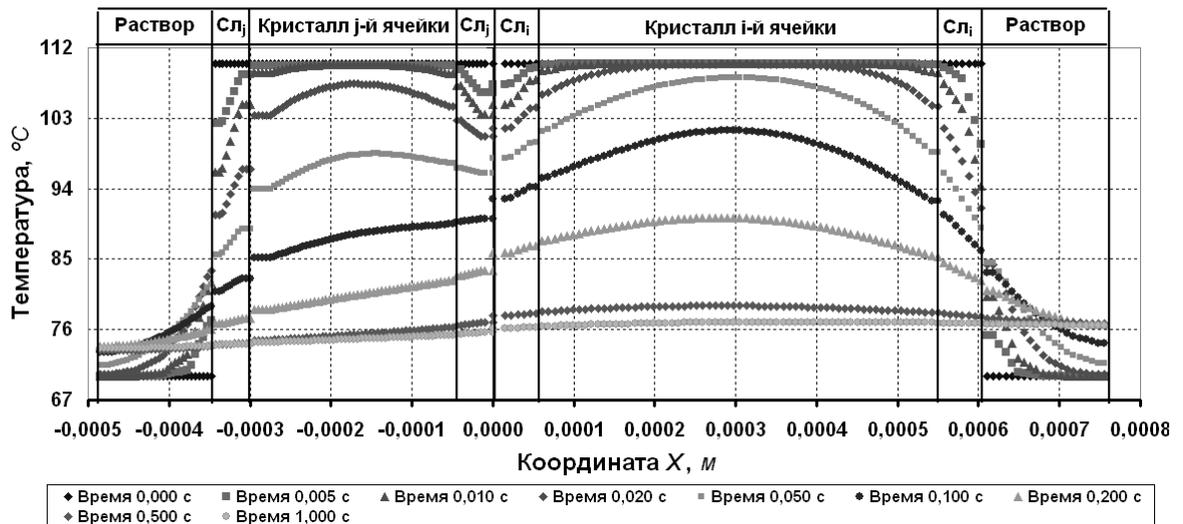


Рис. 6 – Графики зависимостей $T_i=f(l)$, $T_j=f(l)$.

В соответствии с рис. 4, рис. 5, рис. 6, j -я ячейка будет охлаждаться интенсивнее по сравнению с i -й ячейкой. При охлаждении ячеек уменьшается растворимость сахарозы в слое раствора ячейки, система *кристалл – слой раствора* будет пытаться достичь состояния равновесия за счёт диффузии молекул сахарозы к поверхности кристалла, то есть за счёт роста кристалла. Растворимость сахарозы в слое раствора, который соответствует j -й ячейки, будет меньше по сравнению с i -й ячейкой. Таким образом, получаем разницу концентраций сахарозы в слоях раствора, которые окружают кристаллы различных размеров, что, в свою очередь, является необходимым и достаточным условием для массообмена, в результате чего, часть молекул сахарозы с j -й ячейки начнёт диффундировать в направлении i -й ячейки. Рост кристаллов будет продолжаться до тех пор, пока раствор сахарозы в слое j -й ячейки не достигнет состояния насыщения.

При рассмотрении теории процесса рекристаллизации по колебательному механизму возникает вопрос, какой промежуток времени ячейки должны находиться в контакте с источником теплоты, чтобы произошел теплообмен, достаточный для изменения коэффициента пересыщения в окружающем кристалл растворе, или какая скорость нагрева ячеек при теплообмене с источником теплоты?

После дифференцирования уравнений (1), (2), (3), (4) получаем соответственно:

- скорость охлаждения слоя раствора сахарозы i -й ячейки:

$$Ut^{cl}_i = \frac{dT_{cp_i}}{dt} = \frac{45,879}{t^{0,309} \cdot (0,231 + t^{0,691})} - 0,691 \cdot \frac{(25,550 + 66,401 \cdot t^{0,691})}{(0,231 + t^{0,691})^2 \cdot t^{0,309}} \quad (5)$$

- скорость охлаждения слоя раствора сахарозы j -й ячейки:

$$Ut^{cl}_j = \frac{dT_{cp_j}}{dt} = \frac{59,621}{t^{0,145} \cdot (0,085 + t^{0,855})} - 0,855 \cdot \frac{(9,331 + 69,694 \cdot t^{0,855})}{(0,085 + t^{0,855})^2 \cdot t^{0,145}} \quad (6)$$

Строим графики зависимостей $Ut^{cl}_i=f(t)$, $Ut^{cl}_j=f(t)$ (рис. 7).

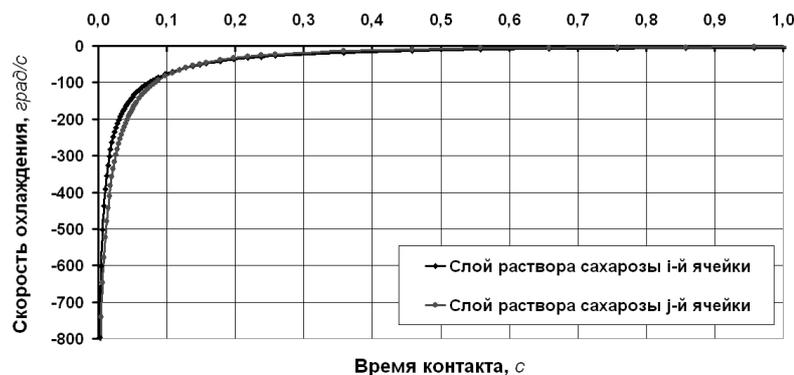


Рис. 7. График зависимостей $Ut^{cl}_i=f(t)$, $Ut^{cl}_j=f(t)$.

В соответствии к рис. 7, наиболее интенсивный теплообмен происходит на протяжении первых **0,2-0,3** секунд. Обратим внимание на то, что слой раствора *j*-й ячейки охлаждается более интенсивно по сравнению с *i*-й ячейкой на протяжении **0,1** секунд, а после этого момента – наоборот.

- скорость охлаждения кристалла сахарозы *i*-й ячейки:

$$Ut^{kp}_i = \frac{dT^{kp}cp_i}{dt} = \frac{-184,750}{t^{2,677} \cdot (24,268 + t^{-1,677})} + 1,677 \cdot \frac{(1775,217 + 110,165 \cdot t^{1,677})}{(24,268 + t^{-1,677})^2 \cdot t^{2,677}}. \quad (7)$$

- скорость охлаждения кристалла сахарозы *j*-й ячейки:

$$Ut^{kp}_j = \frac{dT^{kp}cp_j}{dt} = 115,916 \cdot \frac{t^{0,592}}{(0,015 + t^{1,592})} - 1,592 \cdot \frac{(1,608 + 72,832 \cdot t^{1,592})}{(0,015 + t^{1,592})^2} \cdot t^{0,592}. \quad (8)$$

Строим график зависимостей $Ut^{kp}_i=f(t)$, $Ut^{kp}_j=f(t)$ (рис. 8).

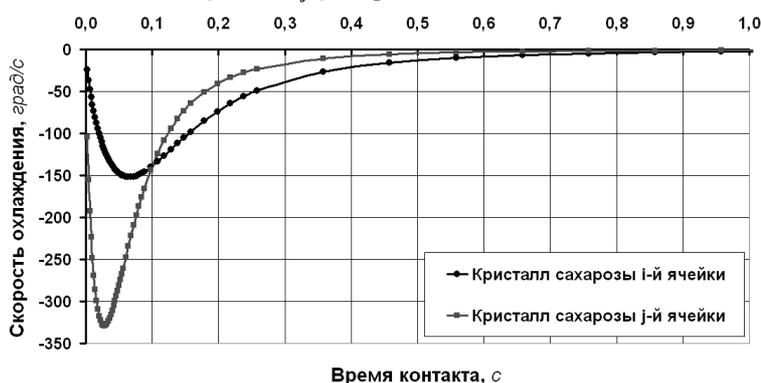


Рис. 8. График зависимостей $Ut^{kp}_i=f(t)$, $Ut^{kp}_j=f(t)$.

В соответствии к рис. 8, наиболее интенсивный теплообмен также происходит на протяжении первых **0,2-0,3** секунд. Как видим, *j*-й кристалл охлаждается более интенсивно по сравнению с *i*-м кристаллом на протяжении **0,1** секунды, а после этого момента – наоборот, как и в предыдущем случае. Подобную зависимость можно объяснить тем, что на протяжении **0,1** секунды происходит охлаждение ячеек с интенсивностью обратно пропорционально их габаритным размерам. А после **0,1** секунды *i*-я ячейка сахарозы начинает охлаждаться ещё и за счёт *j*-й ячейки, тем самым нагревая её.

Вывод.

В результате моделирования теплообмена между большей и меньшей ячейками раствора сахарозы с окружающим их раствором, при условии их попадания в охлаждённую зону рабочего объёма аппарата, были получены результаты, которые подтверждают ключевое положение теории процесса рекристаллизации по колебательному механизму. В результате моделирования были получены зависимости скорости охлаждения слоёв раствора сахарозы и кристаллов на протяжении времени их контакта (рис. 7, рис. 8), которые показывают, что наиболее интенсивный теплообмен между ячейками с источником теплоты соответствует первым **0,3** секундам. Вероятность контактов между ячейками различного размера с определённой нами продолжительностью во время уваривания в вакуум-аппарате чрезвычайно велика. Таким образом, предложенную теорию процесса массовой кристаллизации необходимо применять для описания процессов, происходящих в промышленных вакуум-аппаратах.

Литература.

1. Бажал И. Г., Куриленко О. Д. Переконденсация в дисперсных системах. — К.: Наукова думка, 1975. – 216 с.
2. Ларичев Т. А., Сотникова Л. В., Сечкарев Б. А., Бреслав Ю. А., Утехин А. Н. Массовая кристаллизация в неорганических системах: учеб. пособие. – Кемерово: Кузбассвуиздат, 2006. – 176с.
3. Мирончук В. Г., Гулий І. С., Погорілий Т. М. Взаємодія парової фази і дисперсної системи при масовій кристалізації цукру // Наукові праці УДУХТ. – Київ: – 1998. – Ч. І, № 4. – С. 68-70.
4. Мирончук В. Г., Погорілий Т. М., Дмитренко І. М. Моделювання теплообміну в процесі рекристалізації сахарози при уварюванні цукрового утфелю // Харчова промисловість. Науковий журнал – Київ.: НУХТ, 2012 – №12 – С. 232-236.
5. Погорелый Т. М., Дмитренко И. М. Моделирование процесса рекристаллизации по колебательному механизму на основе численных методов // Пищевые инновации и биотехнологии: материалы Международного научного форума. – Кемерово, 2013 – С. 220-226.