

РОЗПОДІЛЕНЕ ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ДЛЯ ОДНІЄЇ НЕСАМОСПРЯЖЕНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ

В.О. КАПУСТЯН¹, О.А. КАПУСТЯН², О.К. МАЗУР³

¹Кафедра математичного моделювання економічних систем,
Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут"

kapustyanv@ukr.net

² Кафедра системного аналізу та теорії прийняття рішень
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
olena.kap@gmail.com

³ Кафедра вищої математики

Київський національний університет харчових технологій
okmazur@ukr.net

В круговому секторі $Q = \{(r, \theta) | r \in (0, 1), \theta \in (0, \pi)\}$ розглядається задача оптимального керування для рівняння Пуассона з нелокальними крайовими умовами

$$\begin{cases} \Delta y := \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial y}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 y}{\partial \theta^2} = u(r, \theta), & (r, \theta) \in Q, \\ y(1, \theta) = p(\theta), & p(0) = 0, \\ y(r, 0) = 0, & r \in (0, 1), \\ \frac{\partial y}{\partial \theta}(r, 0) = \frac{\partial y}{\partial \theta}(r, \pi), & r \in (0, 1), \end{cases} \quad (1)$$

$$J(y, u) = \|y(\alpha)\|_D^2 + \int_0^1 \|u^2(r)\| dr \rightarrow \inf, \quad (2)$$

де $p \in C^1([0, \pi])$ – задана функція, $\alpha \in (0, 1)$ – фіксоване, $\|\cdot\|_D$ – норма в $L^2(0, \pi)$, еквівалентна стандартній, що задається рівністю

$$\|v\|_D = \left(\sum_{n=1}^{\infty} v_n^2 \right)^{1/2},$$

де $\forall n \geq 1, v_n = \int_0^{\pi} v(\theta) \psi_n(\theta) d\theta, \psi_0(\theta) = \frac{2}{\pi^2}, \psi_{2n}(\theta) = \frac{4}{\pi^2} (\pi - \theta) \sin 2n\theta, \psi_{2n-1}(\theta) = \frac{4}{\pi^2} \cos 2n\theta.$

У роботі доводиться класична розв'язність задачі (1)-(2), тобто знаходиться оптимальний серед допустимих процесів $\{u, y\} \in C(Q) \times (C(\bar{Q}) \cap C^2(Q)).$