

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В КИПЛЯЧИХ НИЗХІДНИХ КІЛЬЦЕВИХ ПОТОКАХ ЦУКРОВИХ РОЗЧИНІВ



***Національний університет
харчових технологій***

В.П. Петренко, О.М. Рябчук



1

Актуальність роботи

Режими теплообміну при кипінні густих концентрованих плівок під розрідженням залишаються дослідженими поверхнево, і потребують додаткового опрацювання. Саме в таких умовах експлуатуються випарні апарати останніх корпусів випарної станції цукрового заводу, і саме для цієї області відсутні надійні розрахункові рівняння для розрахунку інтенсивності тепловіддачі в режимах випаровування з вільної поверхні та кипіння. В зв'язку з цим експериментальне дослідження теплогідродинамічних процесів в густих плівках в області низьких тисків та розрідженні актуальне і має велике практичне значення.



Мета

Розроблення науково обґрунтованого комплексу аналітичних та емпіричних рівнянь для моделювання теплогідродинамічних процесів, що протікають при пароутворенні в низхідних кільцевих парорідинних течіях густих цукрових розчинів

Задачі

- **Виконати** аналітичні та експериментальні дослідження теплогідродинамічних процесів, що протікають при пароутворенні в низхідних плівках цукрових розчинів в умовах, характерних для роботи плівкових випарних апаратів.
- **Отримати** на основі аналітичних та експериментальних досліджень розрахункові залежності для визначення коефіцієнтів тепловіддачі в широкому діапазоні зміни витрат фаз та режимних параметрів, а також коефіцієнтів міжфазного гідравлічного тертя.

Основні балансові співвідношення, що характеризують теплообмін в гравітаційно-стікаючих плівках

Процес перенесення тепла в нагрітій до температури насичення плівці, з поверхні якої відбувається випаровування:

- для ламінарного режиму руху

$$q = -\lambda \frac{dt}{dy} = -\frac{\lambda}{\delta} \frac{dt}{d\eta}$$

- для турбулентного режиму руху

$$q = -(\lambda + \rho C_p a_t) \frac{dt}{dy} = -\frac{1}{\delta} (\lambda + \rho C_p a_t) \frac{dt}{d\eta}$$

$$Pr_t = \frac{v_t}{a_t}$$

$$q = -\left(\lambda + \rho C_p v \left(\frac{v_t}{v} \right) \frac{1}{Pr_t} \right) \frac{dt}{dy} = -\frac{\lambda}{\delta} \left(1 + \frac{Pr}{Pr_t} \left(\frac{v_t}{v} \right) \right) \frac{dt}{d\eta} \quad (3)$$

Коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha = \frac{q}{t_{cm} - t_i} = \frac{\lambda}{\delta \left[\eta_{лам} + \int_{\eta_{лам}}^1 \frac{d\eta}{\left(1 + \frac{Pr}{Pr_t} \frac{v_t}{v} \right)} \right]}$$

$$Nu = \frac{\alpha \delta}{\lambda} = \frac{1}{\left[\eta_{лам} + \int_{\eta_{лам}}^1 \frac{d\eta}{\left(1 + \frac{Pr}{Pr_t} \frac{v_t}{v} \right)} \right]}$$

Основні моделі розподілу турбулентної в'язкості в плівках

В межах пристінного шару $0 \leq y^+ \leq 30$ діє модель в'язкості Ван-Дріста

$$\frac{\nu_t}{\nu} = \frac{1}{2} \left\{ -1 + \left[1 + 0,64 y^{+2} \left(1 - \exp\left(-\frac{y^+}{26}\right) \right)^2 \right]^{0,5} \right\}$$

В середній частині плівки - співвідношення Річарда

$$\frac{\nu_t}{\nu} = K' \frac{Re}{\sqrt{Fr}} (2\eta - \eta^2)(3 - 4\eta + 2\eta^2)$$

$$K' = \frac{\nu_t}{\nu} \quad \text{для пристінного шару при} \quad \eta = 120 \frac{\sqrt{Fr}}{Re}$$

На зовнішньому шарі плівки - співвідношення Ламурелле і Сандаля

$$Fr = \frac{u_{cp}}{g \delta} \quad \frac{\nu_t}{\nu} = 3,153 \cdot 10^{-7} Fr^{-2/3} Re^{2,758} \left(\frac{y}{\delta} \right)$$

Модель М.Д. Мілліонщикова

В межах ламінарного шару товщиною $\delta_o^+ = 7,8$ при $\eta \leq \frac{7,8}{\delta^+}$

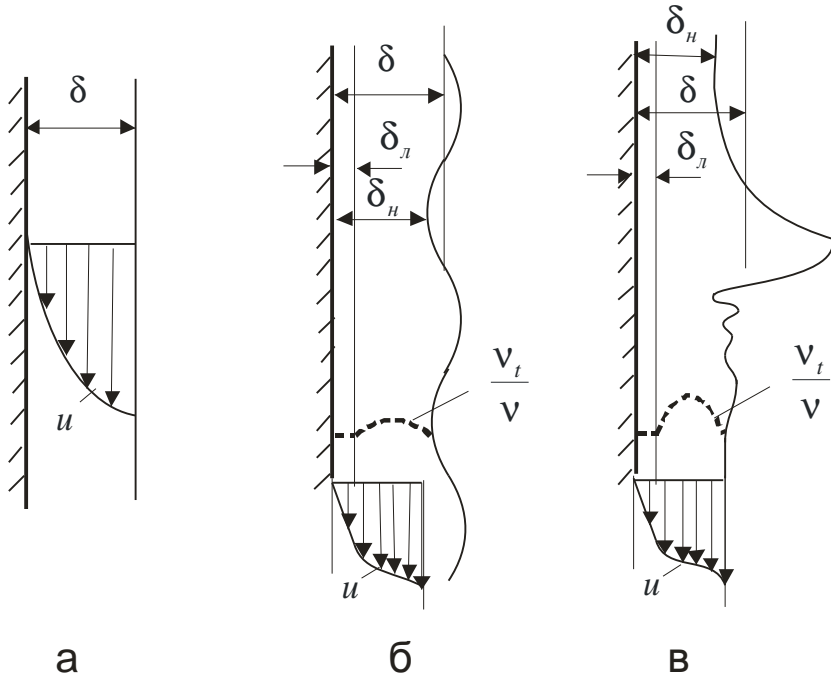
$$\frac{\nu_t}{\nu} = 0$$

В межах турбулентного шару

$$\frac{7,8}{\delta^+} \leq \eta \leq 1$$

$$\frac{\nu_t}{\nu} = 0,39(\eta \delta^+ - \delta_o^+)(1 - \eta)$$

Кореляції по теплообміну при випаровуванні з поверхні плівок



Структурні форми плівкової течії по вертикальній поверхні:

- а** – структура плівки з гладкою міжфазною поверхнею
- б** - поверхнею вкритою капілярними синусоподібними хвилями
- в** - поверхнею вкритою хвилями збурення двомірної або тримірної структури

Розподіл турбулентної в'язкості в межах турбулентного шару при $\frac{7,8}{\delta^+} \leq \eta \leq 1$

$$\frac{v_t}{v} = 0,39(\eta\delta^+ - \delta_o^+)(1 - \eta) \implies \frac{v_t}{v} = \epsilon_m (\eta\delta_n^+ - \delta_l^+)(1 - \eta)$$

$$\eta = \frac{y}{\delta_n} \quad \eta_l = \frac{\delta_l}{\delta_n} = \frac{\delta_l^+}{\delta_n^+} \quad \delta_l^+ = \frac{\delta_l u^*}{v} = 7,8 \quad \delta_n^+ = \frac{\delta_n u^*}{v} \quad u^* = \sqrt{\frac{\tau_i + \rho g \delta_n}{\rho}} \quad \delta_l = \frac{7,8 v}{u^*}$$

Кореляції по теплообміну при випаровуванні з поверхні плівок

Профіль температури в ламінарному шару

$$t(\eta) = t_{cm} - \frac{q \delta_H}{\lambda} \eta$$

Температура на границі ламінарного шару

$$t_l = t_{cm} - \frac{q \eta_l \delta_H}{\lambda}$$

Профіль температури в турбулентному ядрі

$$t = t_l - \int_{\eta_l}^{\eta} \frac{q \delta_H}{\lambda} \frac{d\eta}{1 + \frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m (\eta \delta_H^+ - \delta_l^+) (1 - \eta)} = t_l - \frac{2q \delta_H}{\lambda R_m} \left[\arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m \frac{2\delta_H^+ (\eta - 1) - \delta_l^+}{R_m} \right) - \arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m \frac{2\delta_H^+ (\eta_l - 1) - \delta_l^+}{R_m} \right) \right]$$

$$R_m = \sqrt{\left(\frac{Pr}{Pr_t} \right)^2 \epsilon_m^2 (2\delta_l^+ \delta_H^+ - \delta_l^{+2} - \delta_H^{+2}) - 4 \left(\frac{Pr}{Pr_t} \right) \epsilon_m \delta_H^+}$$

Різниця температур між ламінарним шаром та міжфазною поверхнею

$$t_l - t_i = - \int_{\eta_l}^1 \frac{q \delta_H}{\lambda} \frac{d\eta}{1 + \frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m (\eta \delta_H^+ - \delta_l^+) (1 - \eta)} = - \frac{2q \delta_H}{\lambda R_m} \left[\arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m \frac{\delta_H^+ - \delta_l^+}{R_m} \right) - \arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m \frac{2\delta_H^+ (\eta_l - 1) - \delta_l^+}{R_m} \right) \right]$$

Різниця температур між стінкою та міжфазною поверхнею

$$t_{cm} - t_i = \frac{q \eta_l \delta_H}{\lambda} + \frac{2q \delta_H}{\lambda R_m} \left[\arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m \frac{\delta_H^+ - \delta_l^+}{R_m} \right) - \arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m \frac{\delta_H^+ (2\eta_l - 1) - \delta_l^+}{R_m} \right) \right]$$

Кореляції по теплообміну при випаровуванні з поверхні плівок

Коефіцієнт тепловіддачі, віднесений до різниці температур між стінкою та міжфазною поверхнею

$$\alpha = \frac{q}{t_{cm} - t_i} = \left(\frac{\lambda}{\delta_n} \right) \left\{ \frac{R_m}{\eta_l R_m - 2 \left[\arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \varepsilon_m \frac{\delta_n^+ - \delta_l^+}{R_m} \right) - \arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \varepsilon_m \frac{\delta_n^+ (2\eta_l - 1) - \delta_l^+}{R_m} \right) \right]} \right\}$$

або у безрозмірному вигляді

$$Nu = \frac{\alpha \delta_n}{\lambda} = \left\{ \frac{R_m}{\eta_l R_m - 2 \left[\arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \varepsilon_m \frac{\delta_n^+ - \delta_l^+}{R_m} \right) - \arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \varepsilon_m \frac{\delta_n^+ (2\eta_l - 1) - \delta_l^+}{R_m} \right) \right]} \right\}$$

$$R_m = \sqrt{\left(\frac{Pr}{Pr_t} \right)^2 \varepsilon_m^2 (2\delta_l^+ \delta_n^+ - \delta_l^{+2} - \delta_n^{+2}) - 4 \left(\frac{Pr}{Pr_t} \right) \varepsilon_m \delta_n^+}$$

Експериментальна установка

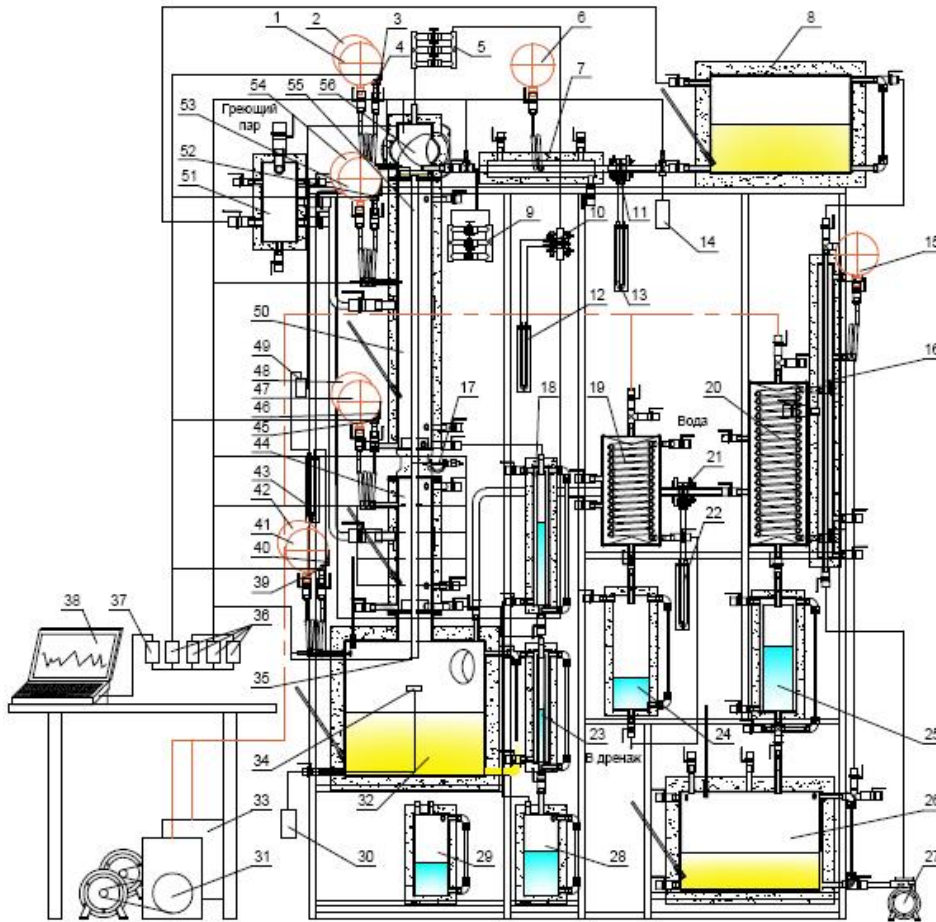


Схема експериментальної установки

Фото експериментальної установки

1, 6, 15, 41, 47, 53 – манометри; 2, 42, 48, 54 – вакуумметри; 3, 39, 45 – датчики розрідження; 4, 40, 46, 52 – датчики тиску; 5, 9 – гребінки регулювання витрати; 7, 16 – теплообмінники; 8, 26, 32 – баки; 10, 11, 21 – діафрагми; 12, 13, 22, 43 – дифманометри; 14, 30 – пробовідбірники; 17 – давач для вимірювання товщини плівки; 18, 23, 24, 25, 28, 29 – збірники конденсату; 19, 20 – конденсатори; 27 – насос; 31, 33 – вакуум-насоси; 34 – ємність для відбору проб; 35 – ємність для визначення температури соку на виході з труби; 36 – модуль аналогового вводу 7018P; 37 – модуль 7520; 38 – комп'ютер; 44, 50 – гріюч камери; 49 – урівноважуюча ємність; 51 – сепаратор гріючої пари; 55 – експериментальна труба; 56 – верхня камера.

Діапазон дослідження

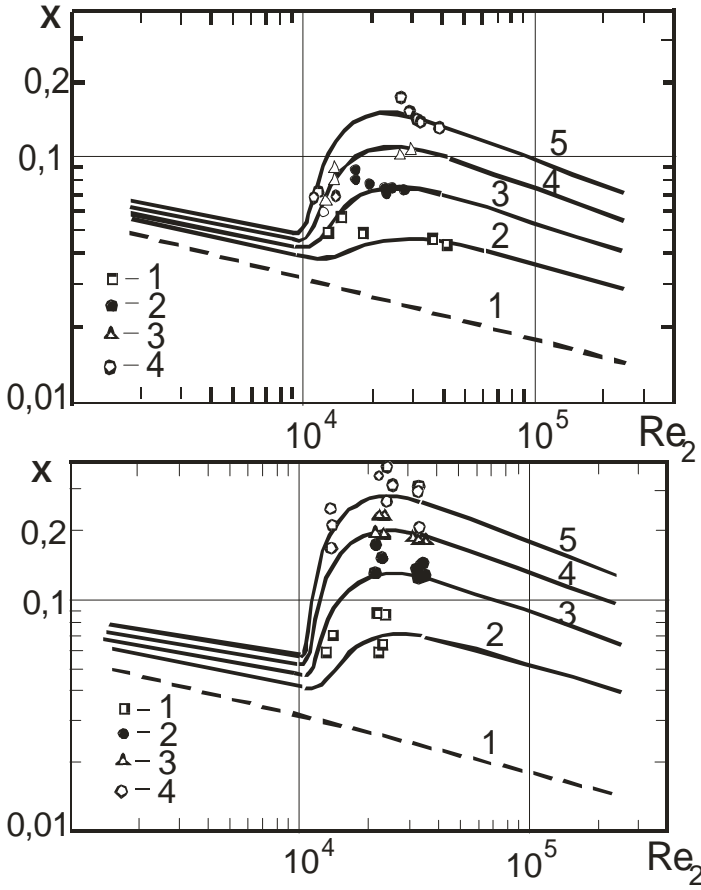
Об'ємна щільність зрошення – $(0,4...5,5) \cdot 10^{-4}$ м²/с; розрідження – 0...0,084 МПа; температурний напір – 2...20 °С; концентрація – 0 ... 72%; швидкість вторинної пари – 0,5 ... 45 м/с; кінематична в'язкість – $(0,28...30) \cdot 10^{-6}$ м²/с, Pr 1,7 ... 290.

Обробка експериментальних даних

Фрагмент бази даних проведеного експерименту

Фрагмент бази даних отриманих результатів

Коефіцієнт міжфазного тертя



Залежність $\xi = f(Re_2)$ для паро-водяного потоку при $d = 0,02$ м; $L = 1,8$ м:
 точки: 1 – $\Gamma_v = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; 2 – $0,15 \cdot 10^{-3}$; 3 – $0,3 \cdot 10^{-3}$
 4 – $0,5 \cdot 10^{-3}$; лінії відповідають розрахунку за рівнянням за витрат: 2 – $\Gamma_v = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$ 3 – $0,15 \cdot 10^{-3}$
 4 – $0,3 \cdot 10^{-3}$; 5 – $0,5 \cdot 10^{-3}$. Лінія 1 відповідає руху на суху стінку.

Залежність $\xi = f(Re_2)$ для паро-сиропного потоку з концентрацією 70% при $d = 0,02$ м; $L = 1,8$ м:
 точки: 1 – $\Gamma_v = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; 2 – $0,15 \cdot 10^{-3}$; 3 – $0,3 \cdot 10^{-3}$
 4 – $0,5 \cdot 10^{-3}$; лінії відповідають розрахунку за рівнянням за витрат: 2 – $\Gamma_v = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$ 3 – $0,15 \cdot 10^{-3}$
 4 – $0,3 \cdot 10^{-3}$; 5 – $0,5 \cdot 10^{-3}$. Лінія 1 відповідає руху на суху стінку.

Узагальнююче співвідношення

$$\xi_1 = \xi_c + 3 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-2} K_\delta$$

$$K_\delta = \sqrt[6]{\frac{\Gamma_v^3 v}{g^2} \sqrt{\frac{g \rho}{\sigma}}} \quad \xi_c = \frac{0,316}{Re_2^{0,25}}$$

$$H = \sqrt{\frac{\rho \sigma}{g d^2 \rho_2^2}} \quad Fr_2 = \frac{u_2^2}{g d} \quad d_o = 0,013 \text{ м}$$

$$\xi = \xi_1 + \frac{627 \left(\frac{d_o}{d} \right)}{Fr_2^{1,26} \left\{ \exp \left[\frac{1}{\left(Fr_2 - H^{1,1} \sqrt{\frac{d}{d_o}} \right) \cdot 1,25 \cdot 10^{-2} K_\delta^{1,5}} \right] - 1 \right\}}$$

Коефіцієнт міжфазного тертя

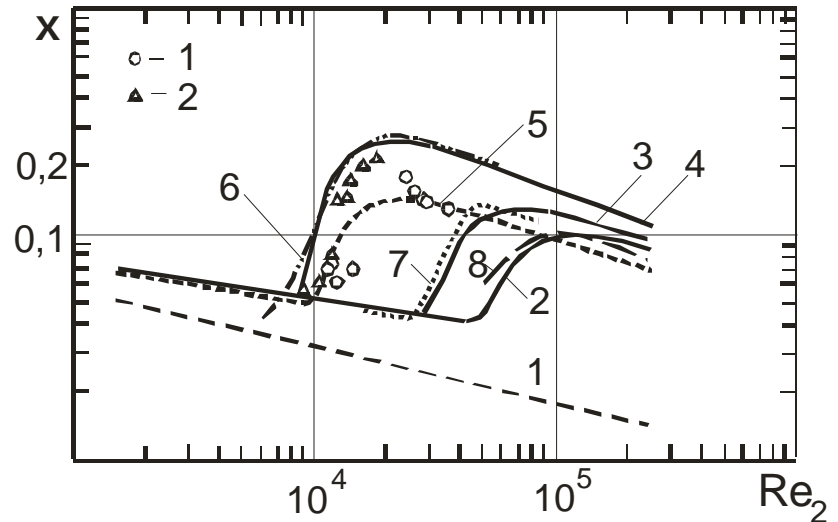
Співвідношення для розрахунку

коефіцієнта міжфазного тертя для плівкових течій

$\frac{d}{L}$	Режим руху	Розрахункове рівняння	Джерело
$\frac{25}{2000}$	2	$\xi = 0,18 \cdot 10^{-9} Re_2^{1,35} Re^{0,93}$	[43]
	3	$\xi = 0,893 Re_2^{-0,492} Re^{0,49}$	
$\frac{50}{3200}$	2	$\xi = 0,68 \cdot 10^{-7} Re_2^{0,582} Re^{0,705}$	[44]
	3	$\xi = 0,3 Re_2^{-0,468} Re^{0,517}$	
$\frac{34}{2600}$	1	$\xi = \xi_c \left[1 + 0,75 Re_2^{-0,51} \left(\frac{g \delta}{\nu} \right)^{0,505} \left(\frac{\sigma}{\rho_2 g \delta^2} \right)^{0,08} \right]$	[42]
	3	$\xi = \xi_c \left[1 + 95 Ga^{-0,705} We^{-0,32} \left(\frac{Re}{4} \right)^{0,75} \left[1 + 533 \left(\frac{L}{d} \right)^{-2,5} \right] \right]$	
$\frac{28}{3000}$	2 - 3	$\frac{1}{\sqrt{\xi}} = 1,74 - 0,87 \ln \left(\frac{2 \Delta_{ек}^*}{d} + \frac{186}{Re_2 \sqrt{\xi}} \right)$ $\Delta_{ек}^* = 7 \cdot 10^3 \frac{\tau_i^*}{\tau_i^{*2,8} + 15} Re^4 We_*^{-3,8}$	[17]

$$We = \frac{u_2^2 \rho d}{\sigma} \quad We_* = \frac{\sigma}{\rho \left(\frac{v^2}{g} \right)^{2/3}} \quad Ga = \frac{\sigma^{3/2}}{\rho^{3/2} g^{1/2} v^2} \quad \tau_i^* = \frac{\tau_i}{\rho g \left(\frac{v^2}{g} \right)^{1/3}}$$

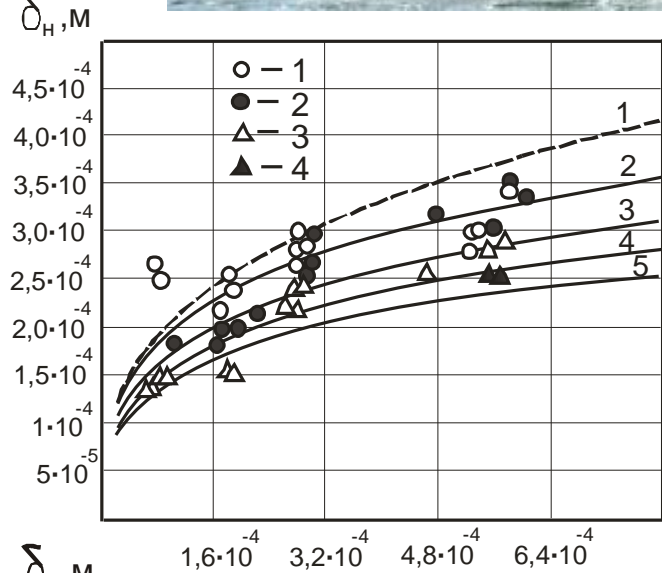
$$Re = \frac{4 \Gamma_v}{\nu} \quad \tau_i = \frac{\xi}{8} \rho_2 u_2^2$$



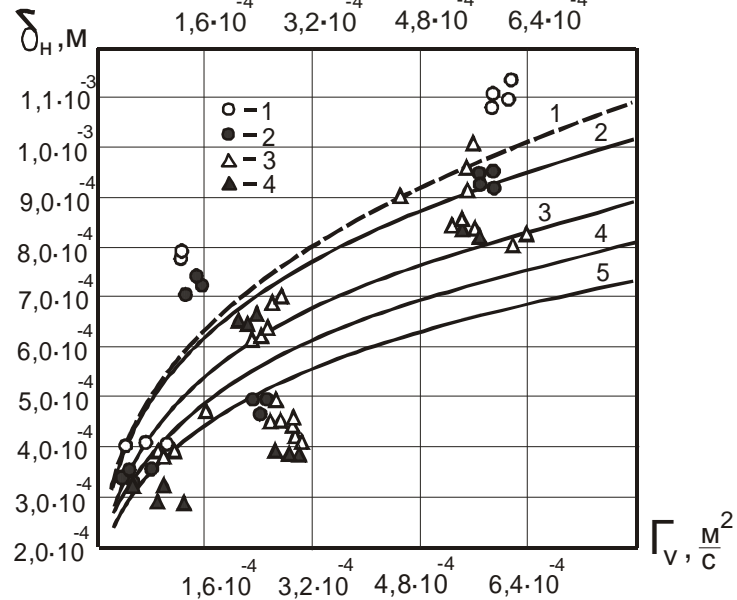
Залежність $\xi = f(Re_2)$ при $\Gamma_v = 0,5 \cdot 10^{-3} \frac{M^2}{c}$

1 – експериментальні дані, $d = 0,02$ м, $L = 1,8$ м пара-вода, $t = 100$ °С;
 2 – дані [90], $\Gamma_v = 0,45 \cdot 10^{-3} \frac{M^2}{c}$, $t = 20$ °С, $d = 0,013$, $L = 0,88$ м повітря-вода;
 лінія 1 відповідає опору на суху стінку;
 лінії 2, 3, 4 відповідають розрахунку за формулою для повітря-водяного потоку для труб діаметрами відповідно 50, 34, 13 мм;
 лінія 5 відповідає розрахунку за формулою для паро-водяного потоку для труби діаметром 20 мм;
 лінії 6, 7, 8 відповідають узагальненим даним [89, 42, 44] для повітря-водяного потоку для труб діаметрами відповідно 13, 34, 50 мм

Товщина неперервного шару плівки



$\Gamma_v, \frac{m^2}{c}$



$\Gamma_v, \frac{m^2}{c}$

Порівняння експериментальних та розрахункових даних з товщини неперервної частини плівки води при $t=100\text{ }^\circ\text{C}$:

точки: 1 - $u_2 = (2 \dots 4)$ м/с; 2 - (13 ... 17);

3 - (20 ... 24); 4 - 28;

лінії: 1 – товщина ламінарної плівки $\delta_n = \sqrt[3]{\frac{3\Gamma_v v}{g}}$

2 – товщина неперервного шару за співвідношенням при $u_2 = 15$ м/с; 3 – 20;

4 – 25; 5 – 35.

Порівняння експериментальних та розрахункових даних з товщини неперервної частини плівки сиропу, концентрацією 70% при $t=100\text{ }^\circ\text{C}$:

точки: 1 - $u_2 = (2 \dots 4)$ м/с; 2 - (13 ... 17);

3 - (20 ... 24); 4 - 28;

лінії: 1 – товщина ламінарної плівки $\delta_n = \sqrt[3]{\frac{3\Gamma_v v}{g}}$

2 – товщина неперервного шару за співвідношенням при $u_2 = 15$ м/с; 3 – 20;

4 – 25; 5 – 35.

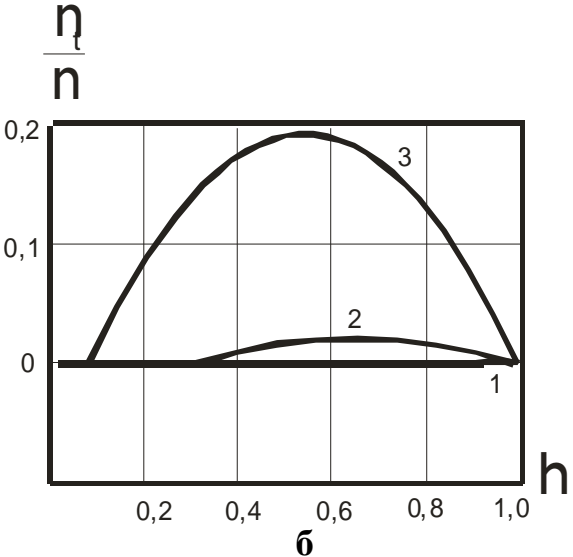
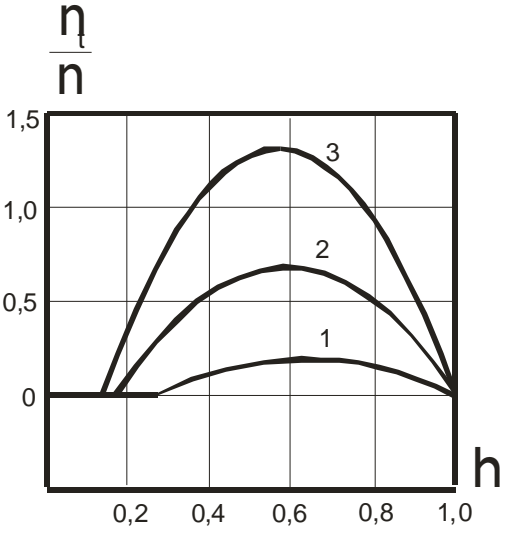
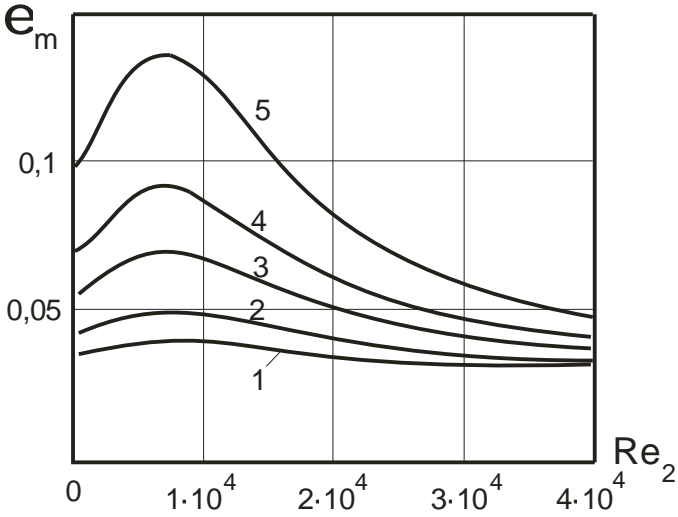
Результуюче узагальнююче співвідношення

$$\delta_n = \left[\left(\frac{3\Gamma_v v}{g} \right)^{1/3} - 0,9 \cdot 10^{-8} Re^{0,95} \right] \left[\exp(-10^{-5} Re_2) \right]$$

Результати математичного моделювання процесів теплообміну при випаровуванні з поверхні насичених плівок розчинів

Рівняння для розрахунку параметра ϵ_m

$$\epsilon_m = 0,03 + \left\{ \frac{0,7 \cdot 10^{-4} Re \left(10 + 3 \cdot 10^{-3} Re_2 \right)^{1,05} \left(\frac{v}{v_g} \right)^{1,1}}{1,5 (30 + 0,05 Re_2)^{0,2} \left\{ \left[Re_2 \left(5 \cdot 10^{-4} - \frac{3 \cdot 10^{-3}}{Re_2^{0,3}} \right) \right]^{2,3} + \frac{40}{(0,25 Re)^{0,07}} \right\}} \right\}$$



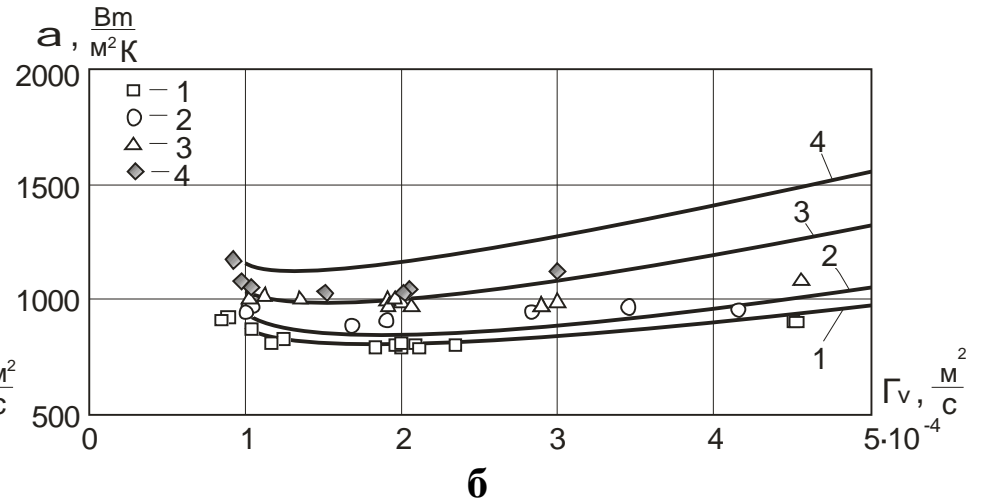
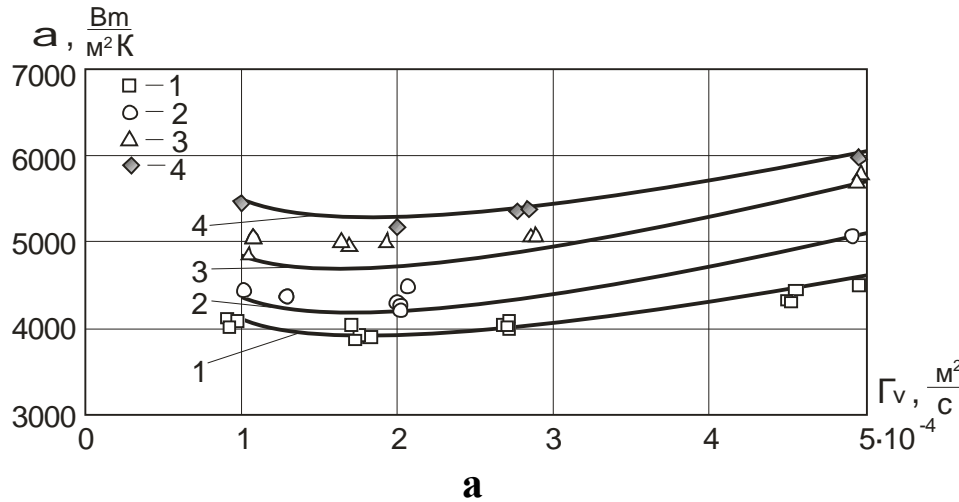
Залежність $\epsilon_m = f(Re_2)$ за співвідношенням для води при $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$:

1 – $\Gamma_v = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; 2 – $0,1 \cdot 10^{-3}$; 3 – $0,2 \cdot 10^{-3}$; 4 – $0,3 \cdot 10^{-3}$; 5 – $0,5 \cdot 10^{-3}$.

Залежність $\frac{v_t}{v} = f(\eta)$ за співвідношеннями:

а) вода при $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $u_2 = 10 \text{ м/с}$; б) цукровий сироп при $CP = 70 \text{ \%}$ $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $u_2 = 10 \text{ м/с}$. 1 – $\Gamma_v = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; 2 – $0,3 \cdot 10^{-3}$; 3 – $0,5 \cdot 10^{-3}$.

Результати математичного моделювання процесів теплообміну при випаровуванні з поверхні насичених плівок розчинів



Залежність $\alpha = f(\Gamma_v)$ при різних значеннях швидкості пари:

а) вода;

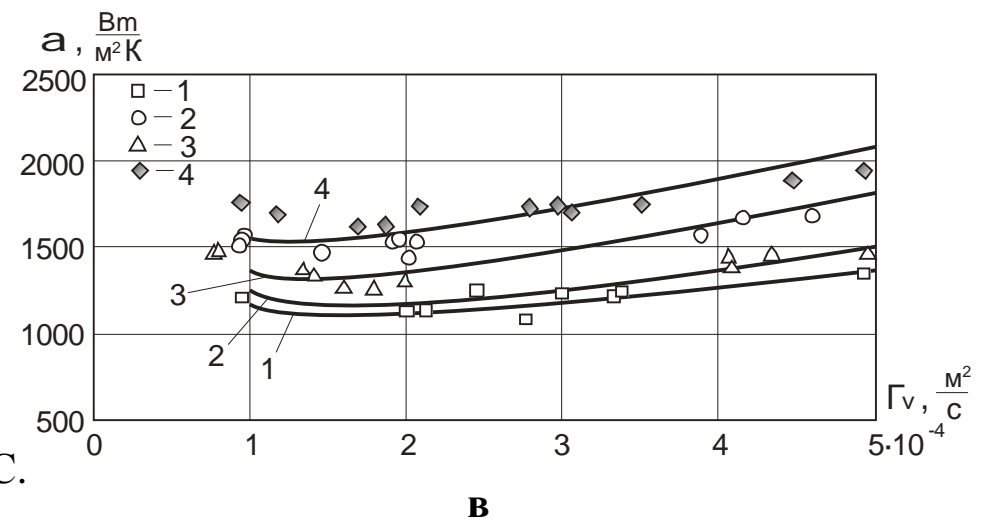
б) цукровий розчин концентрацією 70 %;

в) цукровий розчин концентрацією 60 %;

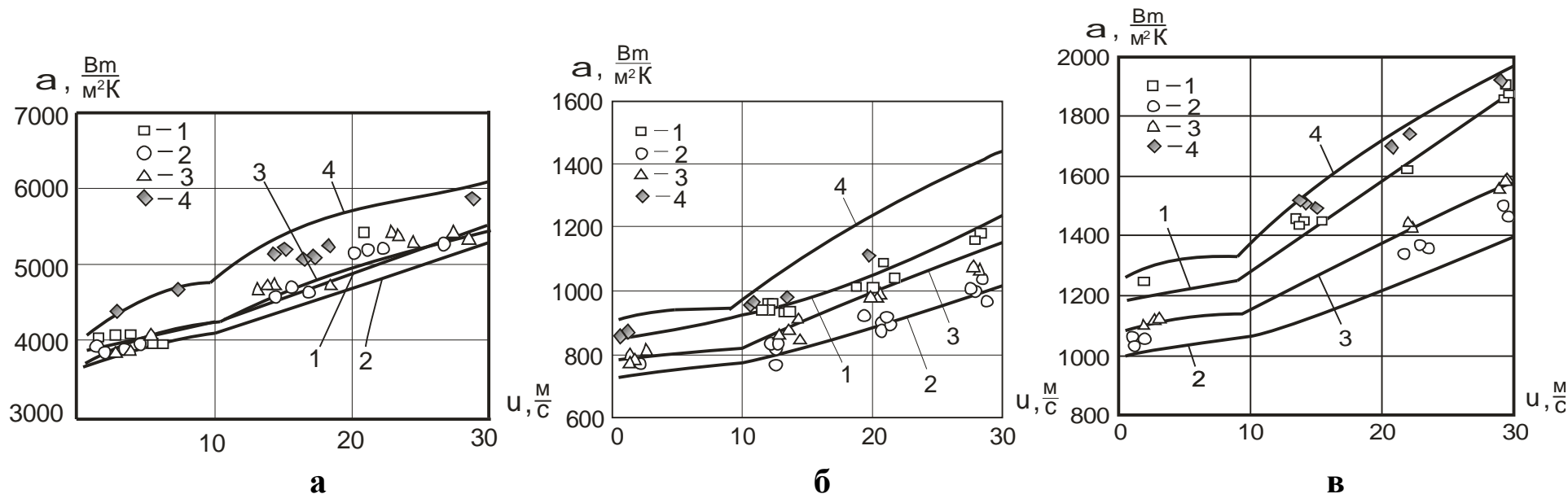
лінії відповідають розрахунку за співвідношеннями,

1 – $u_2 = 5$ м/с; 2 – 12; 3 – 20; 4 – 30;

експериментальні точки відповідають тим же значенням швидкості пари при $t = 100$ °С, $\Delta t = 2$ °С.



Результати математичного моделювання процесів теплообміну при випаровуванні з поверхні насичених плівок розчинів



Залежність $\alpha = f(u_2)$ при різних щільностях зрошення:

а) вода;

б) цукровий розчин концентрацією 70 %;

в) цукровий розчин концентрацією 60 %;

лінії відповідають розрахунку за співвідношеннями,

1 – $\Gamma_v = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; 2 – $0,2 \cdot 10^{-3}$; 3 – $0,3 \cdot 10^{-3}$; 4 – $0,5 \cdot 10^{-3}$;

експериментальні точки відповідають тим же щільностям зрошення при $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $\Delta t = 2 \text{ }^\circ\text{C}$.

- Розроблені методологічні принципи аналізу теплообмінних процесів в режимі випаровування з вільної поверхні плівок на основі модифікації моделі турбулентності з параболічним профілем турбулентної в'язкості за межами ламінарного прошарку введенням корелюючої функції, що встановлює відповідність розрахункових та дослідних даних з теплообміну.
- Експериментально досліджені процеси тепловіддачі до плівок цукрових розчинів в режимах випаровування з вільної поверхні під незначним тиском та розрідженні із супутнім рухом плівки паровим потоком.
- Експериментально досліджені процеси міжфазного гідравлічного тертя, та процеси формування неперервного шару плівки в низхідних кільцевих потоках води та густих цукрових розчинів під незначним тиском та розрідженні.
- Отримані співвідношення для розрахунку інтенсивності тепловіддачі при випаровуванні з вільної поверхні, а також співвідношення для міжфазного гідравлічного тертя можуть бути використані для моделювання теплогідродинамічних процесів, що протікають у робочих каналах плівкових випарних апаратів.