

О НУЛЯХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ПРИ ПРИБЛИЖЕНИИ
МНОГОЧЛЕНАМИ ФУНКЦИЙ $|x|^p$

С.Н. Берштейном установлен [1] тонкий результат, что при $p \in P = \{p > 0, p \neq 2k, Z_+\}$ существует предел $\lim n^p E\{|x|^p; [-1; 1]\} = E_p$.

В.К. Дзядык установил [2], что $\forall p \in P$ многочлен

$$P_{2n}(x; p) = \left[\sum_{j=0}^n \frac{2j+1}{2j-p} t_{2j} \right]^{-1} \cdot \left[\sum_{j=0}^n \frac{2j+1}{2j-p} t_{2j} x^{2j} - (-1)^n T_{2n}(x) \right], \quad \text{где}$$

$$T_{2n}(x) = \sum_{j=0}^n t_{2j} x^{2j} = \cos 2n \arccos x, \text{ хорошо приближает функцию } |x|^p :$$

$$|x|^p - P_{2n}(x; p) = \frac{A_n}{n^p} \left\{ \cos 2n\eta + 2(2n\eta)^p \int_{2n\eta}^{\infty} \frac{\sin t}{t^p} dt \right\} + O \left(\frac{\ln n}{n^{\frac{p+2}{p+1}}} \right),$$

где $0 < A < A_n < B < \infty, \eta = \arccos x$.

В связи с этим представляет интерес изучения множества нулей функций $\varphi_p(x) = -\cos x + 2x^p \int_x^{\infty} \frac{\sin t}{t^p} dt$.

В настоящем сообщении будут указаны простые формулы для вычисления значения корней $X_n^{(p)}$ с точностью до величины порядка $\frac{1}{K^5}$.

1. Берштейн С.Н., Собр. Соч. 1954, т.2, с.262-272
2. Дзядык В.К., Изв. АН СССР, сер. мат., 1974, 38, № 4, с.937-967