

Міністерство освіти і науки України
Національний університет харчових технологій

С.А. Бут, М.І. Южно, В.Л. Яровий

ГРАВІТАЦІЙНІ ОПУСКНІ ПРИСТРОЇ

ББК 22.21 я 73
УДК 622.8. : 531.3
621.86/87

С.А. Бут, М.І. Юхно, В.Л. Яровий

Гравітаційні опускні пристрої. К.: Національний університет харчових технологій, 2004. – 40 с.

Розглянуті питання розрахунку гравітаційних опускних пристроїв. Вперше представлено методики визначення співвідношень між геометрією пристроїв і кінематичними параметрами руху вантажів за змінних радіусів кривизни тректорії переміщення. Запропоновано конструкції опускних пристроїв, які дозволяють одержувати різні закони переміщення вантажів, у тому числі і оптимальні по швидкодії.

Вперше запропоновано методики розрахунків гравітаційних елеваторів.

Видання призначено для наукових, інженерно-технічних працівників, аспірантів та студентів.

Табл. 5, іл. 21.

ISBN 966-612-036-4

© Бут С.А.

Юхно М.І.

Яровий В.Л.

ВСТУП

В гравітаційних опускних пристроях передбачається передавання вантажів з верхніх рівнів в нижні за рахунок сил тяжіння. Використовуються пасивні пристрої, в яких опорні площини виконано у вигляді прямолінійної, криво-лінійної або спіральної напрямної або у вигляді роликодоріжок та активні гравітаційні пристрої з приводними за рахунок сил тяжіння елементами, що супроводжують вантажі. До останніх відносяться гравітаційні елеватори та круто встановлені конвесери.

Використання сил тяжіння для створення гравітаційних двигунів або виконання певних операцій здавна було в сфері інтересів науки та техніки. Добре відомою є задача про брахистохрону, що була сформульована ще у 1696 році і в вирішенні якої брали участь І. Бернуллі, Лейбніц, Я. Бернуллі, Лопіталь та Ньютон. В результаті було встановлено, що найбільшій швидкодії в опускному русі тіла в гравітаційному полі і без врахування сил тертя відповідає спуск виконаний у формі циклоїди.

Відносна простота конструктивного виконання гравітаційних опускних пристроїв пояснює їх широке розповсюдження. За сталих по довжині пристроїв параметрів досягається постійне зростання швидкості руху вантажів, а регулювання кінематичних параметрів їх руху здійснюється відповідним вибором геометрії спуску. Переміщення вантажів криволінійними спусками супроводжується виникненням відцентрових сил інерції. Пристрої можуть мати різні форми кривих, однак частіше використовуються криволінійні поверхні, виконані по дугам кіл. Це означає, що радіуси кривизни опорних поверхонь окремих ділянках будуть сталими і, в результаті суттєво спрощуються математичні моделі переміщень вантажів. Проте в багатьох випадках існує потреба в використанні інших форм кривих з одночасним вирішенням задачі швидкодії. Разом з тим актуальною залишається проблема створення гравітаційних пристроїв з регульованою змінною або стабілізованою швидкістю переміщення вантажів. Останнє відноситься як до штучних, так і до насипних вантажів.

Стосовно широкого спектру вантажів за формою, розмірами, масами, жорсткістю тощо перспективним є використання гравітаційних елеваторів або круто нахилених конвеєрів. Розвиток теорії їх розрахунків в частинах, що стосуються динаміки перехідних процесів, завантаження та розвантаження є актуальним.

1. Розробка узагальненої теорії розрахунків криволінійних гравітаційних спусків

Розв'язання задачі про брахистохрону здійснювалося з припущенням, за яким нехтувалися сили тертя. Останнє давало можливість скористатися відомим законом Галілея, у відповідності з яким швидкість тіла у точці з координатами $(x; y(x))$ не залежить від форми кривої між точками A та $(x; y(x))$, а залежить лише від ординати $y(x)$ (рис. 1).

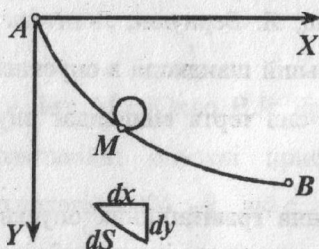


Рис. 1. Схема до визначення параметрів брахистохрони

Кінетична енергія тіла у точці $(x; y(x))$ дорівнює $mV^2/2$ і вона дорівнює $mg \cdot y(x)$. Тоді швидкість тіла:

$$V = \sqrt{2gy(x)}. \quad (1)$$

Розглядаючи ділянку на кривій між точками $(x; y(x))$ та $x + dx; y(x + dx)$, де dx – елементарне прирощення абсциси, визначимо довжину ділянки dS :

$$dS = \sqrt{dx^2 + (y(x + dx) - y(x))^2}.$$

Оскільки маємо $y(x + dx) - y(x) \approx y'(x)dx$, то

$$dS = \sqrt{1 + (y'(x))^2} \cdot dx. \quad (2)$$

Звідси час проходження ділянки dS

$$dt = \frac{dS}{V} = \frac{\sqrt{1 + (y'(x))^2}}{\sqrt{2g \cdot y(x)}} dx,$$

а час переміщення тіла від точки A до точки B

$$T = \int_0^a \frac{\sqrt{1 + (y'(x))^2}}{\sqrt{2g \cdot y(x)}} dx. \quad (3)$$

Знайшовши мінімум інтеграла $\int_0^a \frac{\sqrt{1 + (y'(x))^2}}{\sqrt{2g \cdot y(x)}} dx$ по всіх функціях y , для яких $y(0) = 0$; $y(a) = b$, було зроблено висновок про те, що брахистохроною є циклоїда. Однак використання цього висновку в інженерній практиці обмежено, оскільки нехтувати силами тертя найчастіше неможливо.

Зробимо оцінку можливих похибок.

Нехай крива, що з'єднує точки A та B (рис. 1) є циклоїдою. вона звернена вигнутістю догори і точка A є її початковою точкою. Параметри утворювального круга визначається за умови, коли циклоїда проходить через точку B . Точка B по вертикалі знаходиться нижче точки A на $0,83$ м, а по горизонталі – на відстані $1,54$ м від точки A . Припустимо, що початок координат знаходиться в точці A , тоді координати точки B :

$$x_1 = 1,54 \text{ м}; \quad y_1 = 0,83 \text{ м}.$$

Циклоїда в загальному випадку записується рівняннями

$$x = r(\varphi - \sin \varphi); \quad y = r(1 - \cos \varphi), \quad (4)$$

де φ – кут повороту утворювального круга.

З умови (4) можливо знайти радіус утворювального круга та значення $\varphi = \varphi_B$, відповідно точці B . Для цього, виключивши r з формули (4), записуємо

$$1,54(1 - \cos \varphi) = 0,83(\varphi - \sin \varphi). \quad (5)$$

Розв'язавши ітераціями рівняння (5) одержуємо $\varphi_B = 195^\circ (\approx 3,4 \text{ радіана})$ і з другого рівняння (4) визначаємо $r \approx 0,42$ м.

Для можливості наступних порівнянь запишемо, що час t найшвидшого опускання визначається за формулою

$$t = \sqrt{\frac{r}{g}} \varphi_B = \sqrt{\frac{0,42}{3,81}} \cdot 3,4 \approx 0,7 \text{ с}. \quad (6)$$

Відмітимо, що опускання з точки A до точки B по похилій площині без врахування сил тертя продовжувалося б $0,87$ с.

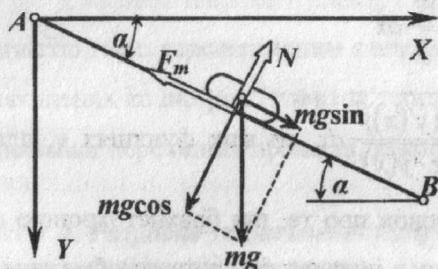


Рис. 2. Розрахункова схема до прямолінійного спуску

Введемо заміну $\ddot{x} = \frac{dx}{dt}$. Тоді

$$d\dot{x} = (g \sin \alpha \cdot \cos \alpha - fg \cos^2 \alpha) dt \quad (8)$$

Інтегруванням виразу (8) одержуємо

$$\dot{x} = (g \sin \alpha \cdot \cos \alpha - fg \cos^2 \alpha) t + C_1. \quad (9)$$

Для визначення сталої інтегрування задаємося початковими умовами

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{(n)} = 0; \quad \dot{x}_{(n)} = 0. \quad (10)$$

Підстановкою початкових умов одержуємо $C_1 = 0$.

Використаємо заміну $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ і тоді

$$dx = (g \sin \alpha \cdot \cos \alpha - fg \cos^2 \alpha) dt; \\ x = (g \sin \alpha \cdot \cos \alpha - fg \cos^2 \alpha) \frac{t^2}{2}. \quad (11)$$

Звідси знайдемо

$$t_{(x)} = \sqrt{\frac{2x}{g \sin \alpha \cdot \cos \alpha - fg \cos^2 \alpha}}. \quad (12)$$

З врахуванням вхідних даних знайдемо

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,83}{1,54} = 0,539; \quad \alpha = 28,3^\circ; \quad \sin 28,3 = 0,4744; \quad \cos 28,3 = 0,88; \quad f = 0,2;$$

$$t_{(x)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,54}{9,81 \cdot 0,4744 \cdot 0,88 - 0,2 \cdot 9,81 \cdot 0,88^2}} = 1,093 \text{ с.}$$

У випадку врахування сил тертя на похилій площині будемо мати розрахункову схему, наведену на рис. 2.

Рівняння руху вантажу в проекції на вісь x записується у формі

$$\ddot{x} = g \sin \alpha \cdot \cos \alpha - fg \cos^2 \alpha. \quad (7)$$

Таким чином, врахування сили тертя порівняно з попереднім випадком збільшує час сходження вантажу з 0,87 до 1,093 с.

Не виключено, що значення кінематичних параметрів руху вантажів будуть залежати від геометрії спуску в межах, які представляють практичний інтерес. Знайдемо вплив геометричних параметрів на кінематику переміщення

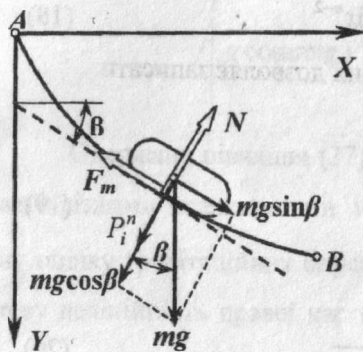


Рис. 3. Розрахункова схема до випадку криволінійного спуску

вантажів (рис. 3). Припустимо, що форма спуску відповідає якійсь елементарній функції, наприклад, степеневій, тобто має вигляд:

$$y = ax^n. \quad (13)$$

Числове значення показника степені вказує на те опуклою чи ввігнутою догори буде крива, а саме: якщо $n > 1$, то вона буде опуклою, а коли $n < 1$ – ввігнутою. Останнє має принципове значення, оскільки нормальна реакція спуску має визначатися

з врахуванням нормальної складової сил інерції:

$$P_i^n = m\dot{\phi}^2 R = m \frac{V^2}{R}, \quad (14)$$

де $\dot{\phi}$ – кутова швидкість під час руху тіла по спуску зі змінним радіусом кривизни; $V = \frac{\dot{x}}{\cos \beta}$ – модуль вектора швидкості тіла у проекції на дотичну до кривої. Тоді

$$P_i^n = m \frac{\dot{x}^2}{\cos^2 \beta \cdot R}. \quad (15)$$

Радіус R кривизни кривої знайдемо за виразом

$$R = \frac{1}{k},$$

де k – кривизна плоскої лінії.

Відомо, що кривизна лінії $y = y(x)$ визначається за формулою

$$k = \frac{|y''|}{\left(1 + (y')^2\right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (16)$$

Тоді

$$R = \frac{\left(1 + (y')^2\right)^{\frac{3}{2}}}{|y''|}. \quad (17)$$

Для нашого випадку маємо

$$y' = anx^{n-1}; \quad y'' = an(n-1)x^{n-2}. \quad (18)$$

Підстановка значень першої та другої похідних дозволяє записати

$$R = \frac{\left(1 + (anx^{n-1})^2\right)^{\frac{3}{2}}}{|an(n-1)x^{n-2}|}. \quad (19)$$

Тоді

$$P_i^n = \frac{m|an(n-1)x^{n-2}|\dot{x}^2}{\cos^2 \beta \left(1 + (anx^{n-1})^2\right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (20)$$

Відомо, що кут нахилу кривої до осі X в даній точці визначається з умови $\operatorname{tg} \beta = y'$ і $\beta = \operatorname{arctg} y'$, або

$$\beta = \operatorname{arctg}(anx^{n-1}). \quad (21)$$

Тоді знайдемо

$$P_i^n = \frac{m \cdot |an(n-1)x^{n-2}|\dot{x}^2}{\cos^2 \operatorname{arctg}(anx^{n-1}) \cdot \left(1 + (anx^{n-1})^2\right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (22)$$

Нормальну реакцію N визначаємо за формулою

$$N = mg \cos \beta + P_i^n = mg \cos \operatorname{arctg} y' + P_i^n. \quad (23)$$

Тоді сила тертя

$$F_m = fN = f \left(mg \cos \operatorname{arctg} y' + P_i^n \right), \quad (24)$$

а її проекція на вісь X

$$\begin{aligned} F'_m &= F_m \cos \beta = f \left(mg \cos \operatorname{arctg} y' + P_i^n \right) \cos \beta = \\ &= f \left(mg \cos \operatorname{arcsos} y' + P_i^n \right) \cos \operatorname{arctg} y'. \end{aligned} \quad (25)$$

За відомих складових параметрів запишемо рівняння руху вантажу в проекції на вісь X :

$$m\ddot{x} = mg \sin \beta \cdot \cos \beta - F'_0 = mg \sin \arctg y' \cdot \cos \arctg y' - f(mg \cos \arctg y' + P_i^n) \cos \arctg y'. \quad (26)$$

Після перетворення одержуємо вираз

$$\ddot{x} = g \sin \arctg y' \cdot \cos \arctg y' - f \left(g \cos \arctg y' + \frac{\dot{x}|y''|}{\cos^2 \arctg y' (1 + (y')^2)^{3/2}} \right) \cos \arctg y'. \quad (27)$$

Одержане рівняння (27) записане у загальному вигляді і дозволяє оперувати різними залежностями $y = y(x)$. Це означає можливість робити порівняльну оцінку гравітаційних опускних пристроїв різної форми, незважаючи на суттєву нелінійність правої частини рівняння (27), його розв'язання можливе чисельними методами з використанням стандартних програм (наприклад "Mathcad Pro. 7"). Якщо рух вантажів починається з нульовою швидкістю, то початкові умови записуються у вигляді $t_{(n)} = 0$; $x_{(n)} = 0$; $\dot{x}_{(n)} = 0$.

За заданої на початок руху швидкості V початкові умови записуються так:

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{(n)} = 0; \quad \dot{x}_{(n)} = V.$$

Якщо функція $y = ax^n$ повинна задовольняти поставленій умові відповідності заданим координатам початку та завершенням спуску, то за вибраного значення n одержуємо можливість знайти величину a . Припустимо, $n = 0,5$, а координати точок O та B складають відповідно $(0; 0)$ та $(1,54; 0,83)$ м. Тоді підстановка значень координат точки B дає можливість записати $0,83 = a \cdot 1,54^{0,5}$ та

$$a = \frac{0,83}{1,54^{0,5}} = 0,669. \quad \text{Тоді маємо } y = 0,669 \cdot x^{0,5}.$$

Знайдемо значення першої та другої похідних

$$y' = 0,669 \cdot 0,5 \cdot x^{0,5-1} = 0,3345x^{-0,5}; \quad (28)$$

$$y'' = -0,3345 \cdot (-0,5)x^{-0,5-1} = 0,16725x^{-1,5}. \quad (29)$$

Тоді для нашого випадку рівняння руху запишеться у вигляді

$$\ddot{x} = g \sin \operatorname{arctg}(0,3345x^{-0,5}) \cos \operatorname{arctg}(0,3345x^{-0,5}) -$$

$$- f \left(g \cos \operatorname{arctg}(0,3345x^{-0,5}) + \frac{\dot{x}^2 |0,16725x^{-1,5}|}{\cos^2 \operatorname{arctg}(0,3345x^{-0,5}) \cdot \left(1 + (0,3345x^{-0,5})^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \times$$

$$\times \cos \operatorname{arctg}(0,3345x^{-0,5}). \quad (30)$$

Аналогічним чином для будь-якої іншої залежності $y = y(x)$ маємо можливість скласти рівняння руху виду (30) і зробити висновок про можливість використання гравітаційного опускного пристрою з точки зору інтересів досягнення заданої швидкості. Розв'язання рівняння (30) дає можливість знайти залежності $x = x(t)$; $\dot{x} = \dot{x}(t)$ і одночасно залежності $y = y(t)$ та $\dot{y} = \dot{y}(t)$. Аналіз одержаних рівнянь показує, що факторами впливу на кінематику переміщення вантажів є форма кривої спуску і коефіцієнт тертя f . Здійснити комбінацію матеріалів опускного пристрою з метою одержання різних значень f на практиці відносно складно, тому цей шлях залишається нереалізованим. Проте існує можливість певним чином розв'язати питання кінематичного синтезу гравітаційних опускних пристроїв для штучних і насипних вантажів за рахунок надання спеціальної форми опорним поверхням.

2. Кінематичний синтез регульованих гравітаційних спускних пристроїв

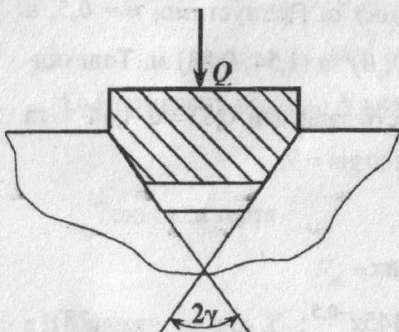


Рис. 4 Схема до визначення приведенного коефіцієнта тертя

В теорії механізмів і машин відомим є поняття приведенного коефіцієнта тертя. Воно стосується тертя в клинастих повзунах і приведенний коефіцієнт тертя (рис. 4) визначається за формулою

$$f_{np} = \frac{f}{\sin \gamma},$$

де γ – кут розклинки жолоба (табл. 1).

Таблиця 1

Залежність приведенного коефіцієнта тертя f_{np} від величини f і γ $\left(f_{np} = \frac{f}{\sin \gamma} \right)$

$f \backslash \gamma$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
0,1	0,576	0,386	0,292	0,237	0,2	0,1743	0,156	0,1414	0,13	0,122	0,115	0,11	0,106
0,15	0,864	0,58	0,439	0,355	0,3	0,262	0,233	0,212	0,196	0,183	0,173	0,166	0,16
0,2	1,152	0,773	0,583	0,471	0,4	0,349	0,311	0,283	0,261	0,244	0,231	0,221	0,213
0,25	1,44	0,966	0,730	0,592	0,5	0,436	0,389	0,354	0,326	0,305	0,289	0,276	0,266
0,3	1,728	1,159	0,877	0,71	0,6	0,523	0,467	0,4243	0,392	0,366	0,346	0,331	0,319

Якщо гравітаційний опускний пристрій виконати з опорною поверхнею у вигляді жолобу, то для вантажів у м'якій упаковці і для насипних вантажів ефект приведенного коефіцієнта тертя буде мати місце.

У зв'язку з цим виникає можливість силу опору переміщення (силу тертя) зробити змінною і регульованою. Оскільки рушійна сила визначається значенням $mg \sin \alpha$, то за рахунок зміни кута α одержуємо можливість змінювати і її. Таким чином, існує можливість, наприклад, на прямолінійному гравітаційному опускному пристрої реалізувати сталу швидкість переміщення вантажу. Покажемо це. Рівняння руху вантажу на останньому пристрої

$$m\ddot{x} = mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha.$$

Руху тіла з прискоренням $\ddot{x} = 0$ відповідає умова

$$mg \sin \alpha = fmg \cos \alpha \quad \text{або} \quad \sin \alpha = f \cos \alpha. \quad (32)$$

З останнього виразу одержуємо

$$\operatorname{tg} \alpha = f = \operatorname{tg} \rho,$$

де ρ – кут тертя в парі утвореній вантажем і опорною площиною.

Таким чином, для забезпечення переміщення вантажу зі сталою швидкістю необхідно кут нахилу опускного прямолінійного пристрою вибрати рівним

куту тертя. Перехід до жолобчатого профілю дозволяє суттєво підвищити коефіцієнт тертя f_{np} і тоді

$$tg\alpha = f_{\gamma} \quad \text{і} \quad \alpha = \arctg f_{\gamma}, \quad \alpha = \arctg \frac{f}{\sin \gamma}$$

Таблиця 2

Значення α , за яких забезпечується переміщення вантажів

$$\text{зі сталою швидкістю} \quad \left(\alpha = \arctg \frac{f}{\sin \gamma} \right)$$

$f \backslash \gamma$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
0,1	30°	21°15'	16°15'	13°20'	11°20'	9°55'	8°50'	8°5'	7°25'	6°55'	6°30'	6°15'	6°8'
0,15	40°50'	30°	23°40'	19°32'	16°4'	14°40'	13°5'	12°	11°5'	10°25'	9°50'	9°25'	9°
0,2	49°	37°40'	30°15'	25°20'	22°	19°20'	17°15'	15°15'	14°40'	13°40'	13°	12°30'	12°
0,25	55°20'	44°	36°	30°40'	26°35'	23°30'	21°20'	19°30'	18°	17°	16°10'	15°30'	14°
0,3	59°52'	49°12'	41°16'	35°30'	31°	27°35'	25°	23°	21°25'	20°5'	19°	18°20'	17°40'

Переміщення вантажу зі швидкістю $\dot{x} = const$ можливе, якщо йому буде задано початкову швидкість \dot{x} , або пристрій буде мати ділянку розгону, на якій $f'_{np} < f_{np}$. При цьому кут α буде залишатися сталим. Можливим є і інший

варіант, за якого на ділянці

$$\alpha_{розг} > \alpha = \arctg \frac{f}{\sin \gamma}$$

Розглянемо кінематику переміщення вантажу на пристрої, у якого всю трасу розбито на дві частини (рис. 5).

На ділянці траси I жолоб характеризується кутом розклинки γ_1 , а на ділянці II – кутом γ_2 і при цьому $\gamma_1 > \gamma_2$. разом з тим

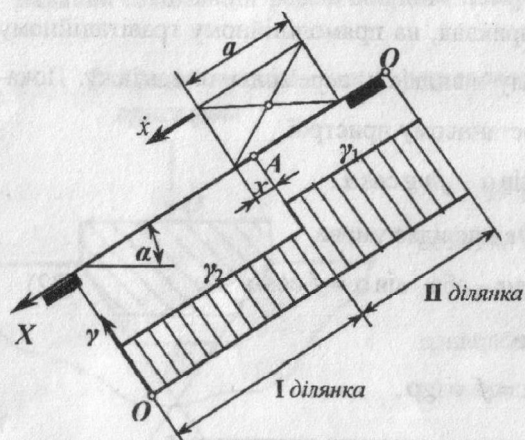


Рис. 5. Розрахункова схема до пристрою з двома ділянками

має місце співвідношення

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{f}{\sin \gamma_2}. \quad (34)$$

В такому випадку на ділянці I рух вантажу буде прискореним і до досягнення передньої його гранню точки A описується рівняннями

$$\dot{x} = g \sin \alpha \cdot t - f_{np1} g \cos \alpha \cdot t + V_o, \quad (35)$$

де V_o – початкова швидкість, яку вантаж має в точці O ;

$$f_{np1} = \frac{f}{\sin \gamma_1}$$

Інтегруванням виразу (35) одержуємо

$$x = g \frac{t^2}{2} \sin \alpha - f_{np1} \frac{t^2}{2} \cos \alpha + V_o t. \quad (36)$$

Якщо довжина першої ділянки l_1 , то кінцевою умовою руху вантажу по ній є $x_{(k)}^I = l_1$. Підстановкою $x = x_{(k)}^I = l_1$ і розв'язанням умови (36) відносно часу знайдемо $t_{(k)}^I$. Підстановкою $t_{(k)}^I$ до виразу (35) знайдемо значення $\dot{x}_{(k)}^I$. Розв'язуючи питання синтезу доцільним може бути призначення кінцевої швидкості $\dot{x}_{(k)}^I$ і тоді з формули (35) при $\dot{x} = \dot{x}_{(k)}^I$ необхідно знайти $t_{(k)}^I$. Підстановкою $t_{(k)}^I$ в рівняння (36) визначається $x_{(k)} = l_1$.

Максимальну швидкість $\dot{x}_{(k)}^I$, можна одержати за інших рівних умов, якщо вибрати $\gamma_1 = 90^\circ$.

На другому етапі руху прискорення \ddot{x} буде зменшуватись від значення

$$\ddot{x} = g \sin \alpha - f_{np1} g \cos \alpha \quad (37)$$

до значення $\ddot{x} = 0$. Другому етапу відповідає переміщення вантажу на відстань, рівну його довжині a від моменту завершення першого етапу.

Тут рівняння руху запишемо у вигляді

$$m\ddot{x} = mg \sin \alpha - f_{np1} mg \cos \alpha \frac{a-x}{a} - f_{np2} mg \cos \alpha \frac{x}{a}. \quad (38)$$

Звідси знайдемо

$$\ddot{x} = g \sin \alpha - f_{np1} g \cos \alpha - f_{np1} g \frac{x}{a} \cos \alpha - f_{np2} g \frac{x}{a} \cos \alpha;$$

$$\ddot{x} + \frac{gx}{a} \cos \alpha (f_{np2} - f_{np1}) = g \sin \alpha - f_{np1} g \cos \alpha. \quad (39)$$

Характеристичне рівняння останнього диференціального рівняння записується у формі

$$r^2 + \frac{g \cos \alpha}{a} (f_{np2} - f_{np1}) = 0.$$

Це означає, що корені характеристичного рівняння

$$r_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{g \cos \alpha}{a} (f_{np2} - f_{np1})} = 0$$

є уявними, а тому розв'язання рівняння (39) записуємо так:

$$x = A \sin \beta t + B \cos \beta t + \frac{(\sin \alpha - f_{np1} \cos \alpha) a}{f_{np2} - f_{np1}}, \quad (40)$$

$$\text{де } \beta = \sqrt{\frac{g(f_{np2} - f_{np1}) \cos \alpha}{a}}.$$

Сталі інтегрування A та B знайдемо за початкових умов: $t_{(n)}^{\text{II}} = 0$; $x_{(n)}^{\text{II}} = 0$;

$$\dot{x}_{(n)}^{\text{II}} = \dot{x}_{(n)}^{\text{I}}.$$

Підставивши початкові умови в рівняння (40), одержуємо

$$B = -\frac{(\sin \alpha - f_{np1} \cos \alpha) a}{f_{np2} - f_{np1}}. \quad (41)$$

Для знаходження сталої інтегрування A виконаємо диференціювання рівняння (40):

$$\dot{x} = A\beta \cos \beta t - B\beta \sin \beta t;$$

$$\dot{x}_{(n)}^{\text{I}} = A\beta \quad \text{і} \quad A = \frac{\dot{x}_{(n)}^{\text{I}}}{\beta} = \dot{x}_{(n)}^{\text{I}} \sqrt{\frac{a}{g(f_{np2} - f_{np1}) \cos \alpha}}. \quad (42)$$

Тоді остаточно одержуємо:

$$x = \dot{x}_{(x)}^I \sqrt{\frac{a}{g(f_{np2} - f_{np1}) \cos \alpha}} \sin \beta t - \frac{(\sin \alpha - f_{np1} \cos \alpha) a}{f_{np2} - f_{np1}} \cos \beta + \frac{(\sin \alpha - f_{np1} \cos \alpha) a}{f_{np2} - f_{np1}} \quad (43)$$

$$x = \dot{x}_{(x)}^I \cos \beta t + \frac{(\sin \alpha - f_{np1} \cos \alpha) a}{f_{np1} + f_{np2}} \sin \beta \quad (44)$$

Другий етап руху завершується за умови

$$x = x_{(x)}^{II} = a = \dot{x}_{(x)}^I \sqrt{\frac{a}{g(f_{np2} - f_{np1}) \cos \alpha}} \sin \beta t_{(x)}^{II} - \frac{(\sin \alpha - f_{np1} \cos \alpha) a}{f_{np2} - f_{np1}} \cos \beta t_{(x)}^{II} + \frac{(\sin \alpha - f_{np1} \cos \alpha) a}{f_{np2} - f_{np1}} \quad (45)$$

Тоді подальший рух вантажу буде відбуватися зі сталою швидкістю

$$\dot{x} = \dot{x}_{(x)}^{II} = \dot{x}_{(x)}^I \cos \beta t_{(x)}^{II} + \beta \frac{(\sin \alpha - f_{np1} \cos \alpha) a}{f_{np2} - f_{np1}} \sin \beta t_{(x)}^{II} \quad (46)$$

Таким чином, на першій ділянці переміщення за виключенням граничної частини де відбувається другий перехідний етап маємо сталі значення прискорення,

максимальна величина якого складає для вибраного α

$$\ddot{x}_{\max} = g \sin \alpha - f \cos \alpha,$$

якщо $\gamma = 90^\circ$. Збільшити значення $\ddot{x} = \text{const}$ можливо тільки за рахунок зростання кута нахилу α .

Макимум максимум значень \ddot{x} відповідає величині прискорення g вільного падіння, проте це вже не буде стосуватися гравітаційного спуску.

Графіки залежностей $\dot{x} = \dot{x}(t)$;

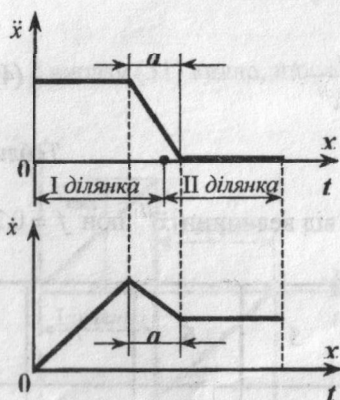


Рис. 6. Графіки зміни прискорення і швидкості руху вантажу на двох ділянках

$\dot{x} = \dot{x}(t)$ або $\ddot{x} = \ddot{x}(x)$; $\dot{x} = \dot{x}(x)$ показано на рис. 6.

Для досягнення стабілізованої швидкості $\dot{x} = const$ на II ділянці необхідно забезпечити значення

$$\gamma = \arcsin \frac{f}{tg \alpha} \quad (47)$$

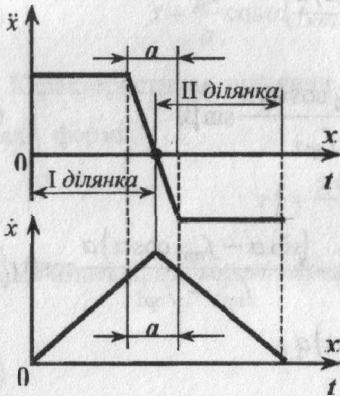


Рис. 7. Графіки кінематичних параметрів рівноприскореного і рівносповільненого рухів вантажу

За необхідності можливо вибрати геометричні параметри спуска, які забезпечать рівноприскорений рух на ділянці I і рівносповільнений рух на ділянці II.

Графіки прискорення і швидкості для такого випадку показано на рис. 7.

Вказана закономірність зміни прискорення наближена до випадку реалізації найбільшої швидкості.

Якщо для другої ділянки руху прийняти $\ddot{x} = -\ddot{x}^{II}$; то

$$-\ddot{x}^{II} = g \sin \alpha - \frac{f}{\sin \gamma} g \cos \alpha \quad (48)$$

Звідси знайдемо

$$\gamma = \arcsin \frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha + \ddot{x}^{II}} \quad (49)$$

Таблиця 3

Залежність кута $\gamma = \arcsin \frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha + \ddot{x}^{II}}$ від величини \ddot{x}^{II} при $f = 0,2$

\ddot{x}^{II} м/с ²	1	2	3	4	5	6	7	8
20	25°	20°10'	16°50'	14°30'	12°40'	11°20'	10°12'	9°20'
30	16°30'	14°	12°11'	10°45'	9°40'	8°50'	8°	7°30'
40	11°50'	10°20'	9°20'	8°20'	7°40'	7°5'	6°30'	6°
50	8°30'	7°50'	6°25'	6°15'	5°45'	5°25'	4°55'	4°35'
60	5°55'	5°25'	4°55'	4°30'	4°10'	3°55'	3°35'	3°25'

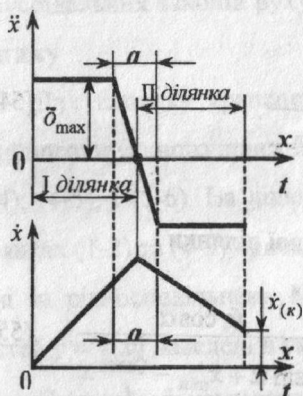


Рис. 8. Графіки кінематичних параметрів руху вантажів з одержанням на II ділянці $\dot{x}_{(k)}$

В цьому випадку одержуємо кінцеве значення $\dot{x}_{(k)} = 0$, проте можливою є реалізація геометрії спуску, за якою $\dot{x}_{(k)} > 0$. (рис. 8).

Розглянемо випадок, коли необхідно забезпечити лінійний закон зміни прискорення (рис. 9).

На ділянці I маємо $\ddot{x} = k_I x$. (50)

Тому

$$k_I x = g \sin \alpha - \frac{f}{\sin \gamma} g \cos \alpha;$$

$$\frac{f}{\sin \gamma} g \cos \alpha = g \sin \alpha - k_I x;$$

$$\sin \gamma = \frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha - k_I x};$$

$$\gamma = \arcsin \frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha - k_I x}. \quad (51)$$

З виразу (51) видно, що кут γ повинен змінюватись по довжині спуску.

Для ділянки II маємо залежність

$$\ddot{x} = -\ddot{x}_{\min} + k_{II} x. \quad (52)$$

Відповідною підстановкою одержимо

$$-\ddot{x}_{\min} + k_{II} x = g \sin \alpha - \frac{f}{\sin \gamma} g \cos \alpha; \quad (53)$$

$$\frac{f}{\sin \gamma} g \cos \alpha = g \sin \alpha + \ddot{x}_{\min} - k_{II} x;$$

$$\sin \gamma = \frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha + \ddot{x}_{\min} - k_{II} x}$$

Рис. 9. Графіки кінематичних параметрів, що відповідають лінійному закону зміни прискорення



Оскільки маємо $k_{II} = \frac{\ddot{x}_{\min}}{l_{II}}$, то

$$\gamma = \arcsin \frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha + \ddot{x}_{\min} - \frac{\ddot{x}_{\min}}{l_{II}} x} \quad (54)$$

З врахуванням того, що $k_{II} = \frac{\ddot{x}_{\min}}{l_I}$, то для першої ділянки

$$\gamma = \arcsin \frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha + \ddot{x}_{\min} - \frac{\ddot{x}_{\min}}{l_I} x} \quad (55)$$

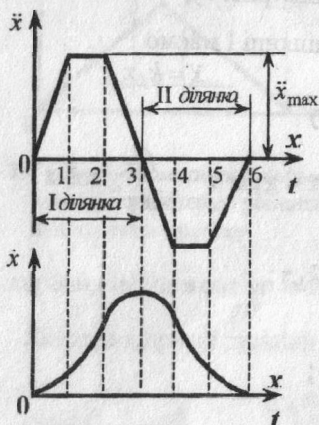


Рис. 10. Графіки кінематичних параметрів з трапецеїдальним законом зміни прискорення

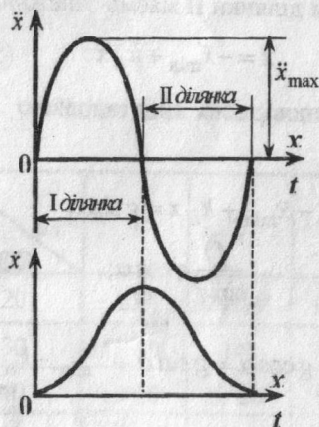


Рис. 11. Графіки кінематичних параметрів з синусоїдальним законом зміни прискорення

За одержаними залежностями, здійснюючі перебирання параметра x в межах від $x = 0$ до $x = l_I$, знайдемо залежність $\gamma = \gamma(x)$ для першої ділянки (вираз 55), а для другої ділянки – за виразом (54). Завдяки змінним значенням γ будуть реалізовані закони руху, які відповідають залежностям по рис. 9. У зв'язку з тим, що завдяки відповідному пошуку геометричних параметрів досягаються певні закони руху вантажів, то такий пошук слід вважати кінематичним синтезом гравітаційних опускних пристроїв.

До числа недоліків розглянутих законів руху належить стрибкоподібна зміна прискорення. В динаміці машин таку зміну прийнято називати м'якими ударами. Уникнути їх можливо за рахунок комбінації лінійних законів, або

синусоїдальних законів руху. На рис. 10 наведено трапецеїдальний закон руху вантажу.

Для випадку трапецеїдального закону зміни прискорення траса гравітаційного опускного пристрою розбивається на п'ять ділянок, а саме (0-1); (1-2); (2-4); (4-5); і (5-6). На ділянках (0-1), (2-4) та (5-6) маємо лінійні закони, а на ділянках (1-2) та (4-5) прискорення стали і рух вантажів відповідно рівноприскорені та рівносповільнені. Методики визначення на вказаних ділянках залежностей $\gamma = \gamma(x)$ наведені в умовах (49), (51), (54), (55).

Синусоїдальному закону руху вантажів відповідає графік на рис. 11.

Закон зміни прискорення на всій трасі переміщення

$$\ddot{x} = \ddot{x}_{\max} \sin 2\pi \frac{x}{l_I + l_{II}}. \quad (56)$$

Повернувшись до рівняння руху, запишемо:

$$\ddot{x}_{\max} \sin 2\pi \frac{x}{l_I + l_{II}} = g \sin \alpha - \frac{f}{\sin \gamma} g \cos \alpha; \quad (57)$$

$$\frac{f}{\sin \gamma} g \cos \alpha = g \sin \alpha - \ddot{x}_{\max} \sin 2\pi \frac{x}{l_I + l_{II}};$$

$$\frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha - \ddot{x}_{\max} \sin 2\pi \frac{x}{l_I + l_{II}}} = \sin \gamma;$$

$$\gamma = \arcsin \frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha - \ddot{x}_{\max} \sin 2\pi \frac{x}{l_I + l_{II}}}. \quad (58)$$

Аналогічно для косинусоїдального закону одержуємо

$$\ddot{x} = \ddot{x}_{\max}^{(56)} \cos \frac{2\pi}{l_I + l_{II}} x; \quad (59)$$

$$\gamma = \arcsin \frac{fg \cos \alpha}{g \sin \alpha - \ddot{x}_{\max} \cos \frac{2\pi}{l_I + l_{II}} x}. \quad (60)$$

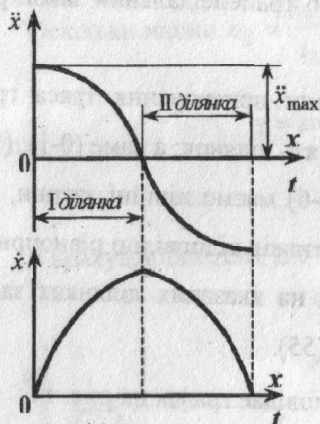


Рис. 12. Графіки кінематичних параметрів руху вантажів з косинусоїдальним законом зміни прискорення

Кожен з наведених законів руху характеризуються максимальною величиною прискорення \ddot{x}_{\max} . За законів руху зі сталими прискореннями \ddot{x}_{\max} будуть найменшими. Порівняно з цим випадком за лінійного закону і за інших рівних умов максимальні прискорення будуть вдвічі більшими.

Співставлення по відношенню максимальних прискорень для рівноприскореного-рівносповільненого законів руху, косинусоїдального і синусоїдального законів дає ряд 1 : 1,23 : 1,57. Таким чином, найбільш суттєве обмеження за максимумами інерційних навантажень досягається використанням рівноприскореного-рівносповільненого законів руху.

Розглянутими в цьому розділі питаннями кінематичного синтезу зроблено одночасно оцінку меж впливу такого геометричного параметру, як кут γ . Діапазон значень кута γ в загальній оцінці може обиратися від 20 до 90°, проте для певних вантажів з врахуванням характеристик останніх він може бути значно меншим.

Певні можливості регулювання кінематичних параметрів руху вантажів можуть досягатися за рахунок використання поворотного жолобу.

3. Визначення зв'язків між геометричними і кінематичними параметрами опускних пристроїв з поворотними жолобами

Жолоб опускного пристрою (рис. 13) виконано поворотним навколо осі O_1 . За зміни кута δ відбувається перерозподіл між нормальними реакціями N_1 та N_2 , що в результаті приводить до можливості регулювання сили опору P_{on} переміщенню, яка визначається силами тертя F_1 та F_2 на гранях жолобу.

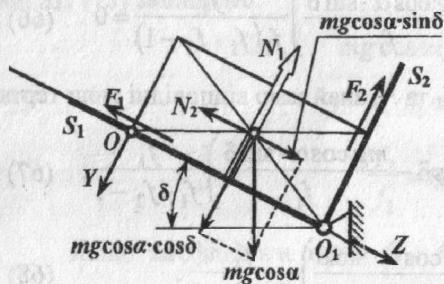


Рис. 13. Розрахункова схема до визначення параметрів поворотного жолобу

Зображені на рис. 13 напрямки F_1 та F_2 відповідають нерухомому вантажу. При цьому існує певний вплив F_1 та F_2 на нормальні реакції N_1 та N_2 . Числові співвідношення між вказаними параметрами та складовою сил тяжіння вантажу знайдено з умов його рівноваги. Маючи на увазі, що кут нахилу осі жолоба до лінії горизонту складає величину α , складову сили тяжіння визначимо, як $mg \cos \alpha$. Тоді проекція $mg \cos \alpha$ на площину S_2 — $mg \cos \alpha \cdot \cos \delta$, а на площину S_1 — $mg \cos \alpha \cdot \sin \delta$.

Нормальні реакції опорних площин показано як N_1 та N_2 і визначимо їх за умов

$$\sum Z = mg \cos \alpha \cdot \sin \delta - N_2 - F_1 = 0; \quad (61)$$

$$\sum Y = mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - N_1 - F_2 = 0. \quad (62)$$

Оскільки $F_1 = f_1 N_1$; $F_2 = f_2 N_2$, де f_1 та f_2 — відповідні коефіцієнти тертя, то

$$\begin{cases} mg \cos \alpha \cdot \sin \delta - N_2 - f_1 N_1 = 0; \\ mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - N_1 - f_2 N_2 = 0. \end{cases}$$

Звідси:

$$N_1 = \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{f_1} - \frac{N_2}{f_1}. \quad (63)$$

$$mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{f_1} + \frac{N_2}{f_1} - f_2 N_2 = 0;$$

$$N_2 = \left(mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{f_1} \right) \frac{f_1}{f_1 \cdot f_2 - 1}; \quad (64)$$

$$mg \cos \alpha \cdot \sin \delta - \left(mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{f_1} \right) \frac{f_1}{f_1 \cdot f_2 - 1} - f_1 N_1 = 0; \quad (65)$$

$$N_1 = \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{f_1} - \left(mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{f_1} \right) \frac{f_1}{f_1(f_1 \cdot f_2 - 1)} = 0. \quad (66)$$

За значеннями нормальних реакцій N_1 та N_2 знайдемо відповідні сили тертя:

$$F_1 = mg \cos \alpha \cdot \sin \delta - \left(mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{f_1} \right) \frac{f_1}{f_1 \cdot f_2 - 1}; \quad (67)$$

$$F_2 = \left(mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{f_1} \right) \frac{f_1}{f_1 \cdot f_2 - 1}. \quad (68)$$

Вказаний перерозподіл сил має місце за умови, що кут δ більший за кут тертя і за відсутності переміщення вантажу. Від початку руху вантажу вдовж осі OX вектори сил тертя F_1 та F_2 змінюють свій напрямок на такий, який є протилежним вектору відносної швидкості ковзання. Це означає, що і нормальні реакції N_1 та N_2 також змінять свою величину. Оскільки за руху вантажу проекції F_1 та F_2 на осі OZ і OY дорівнюють нулю, то умови рівноваги запишемо у формі:

$$\sum Z = mg \cos \alpha \cdot \sin \delta - N_2 = 0;$$

$$\sum Z = mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - N_1 = 0.$$

Звідси знайдемо:

$$N_2 = mg \cos \alpha \cdot \sin \delta; \quad (69)$$

$$N_1 = mg \cos \alpha \cdot \cos \delta. \quad (70)$$

Зі схеми на рис. 14 видно, що сили тертя повинні визначатися за виразом

$$F_1 = f_2 mg \cos \alpha \cdot \cos \delta; \quad (71)$$

$$F_2 = f_2 mg \cos \alpha \cdot \sin \delta. \quad (72)$$

Тоді загальний опір переміщенню складає

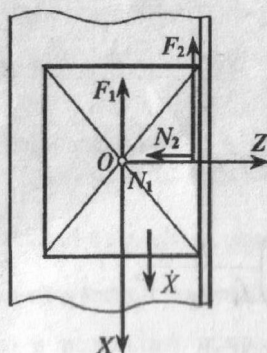
$$P_{on} = F_1 + F_2 = mg \cos \alpha (f_1 \cos \delta + f_2 \sin \delta).$$

Для визначення екстремумів функції

$P_{on} = P_{ок}(\delta)$ виконаємо диференціювання останнього виразу:

$$\dot{P}_{on} = mg \cos \alpha (f_2 \cos \delta - f_1 \sin \delta). \quad (73)$$

Рис. 14. Схема до розрахунку параметрів руху вантажу в поворотному жолобі



Прирівнявши до нуля праву частину

виразу (73) запишемо:

$$mg \cos \alpha (f_2 \cos \delta - f_1 \sin \delta) = 0;$$

$$f_2 \cos \delta - f_1 \sin \delta = 0;$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \operatorname{tg} \delta \quad \text{і} \quad \delta = \operatorname{arctg} \frac{f_2}{f_1}. \quad (74)$$

Якщо коефіцієнти тертя f_1 і f_2 однакові, то це означає, що екстремум функції досягається при значенні $\delta = 45^\circ$. Найменше значення P_{on} одержимо за умови $\delta = 0$.

Діапазон можливих значень P_{on} залежить від співвідношення коефіцієнтів тертя f_1 і f_2 .

Позначимо $\frac{f_2}{f_1} = k$, тоді

$$f_2 = f_1 k \quad \text{і} \quad P_{on} = mg \cos \alpha f_1 (\cos \delta - k \sin \delta). \quad (75)$$

Таким чином, функції $\Phi = (\cos \delta + k \sin \delta)$ є визначальною і збільшення параметра k супроводжується зростанням діапазону зміни P_{on} .

Значення складових функції $\Phi = \Phi(\delta)$ і самої функції наведено в табл. 4. та в табл. 5.

Таблиця 4

Значення складових і функцій $\Phi = \Phi(\delta)$ за умови $k = 1$

	Кут δ , град.									
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$\sin \delta$	0,0872	0,174	0,259	0,342	0,423	0,5	0,574	0,643	0,707	0,766
$\cos \delta$	0,996	0,985	0,966	0,94	0,906	0,866	0,819	0,766	0,707	0,673
$\Phi(\delta)$	1,083	1,159	1,225	1,282	1,329	1,366	1,393	1,409	1,414	1,409

Значення складових і функції $\Phi = \Phi(\delta)$ за умови $k = 2$

	Кут δ , град.										
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$k \sin \delta$	0,174	0,348	0,518	0,684	0,846	1,0	1,148	1,284	1,414	1,532	1,634
$\cos \delta$	0,996	0,985	0,966	0,94	0,906	0,866	0,819	0,766	0,707	0,873	0,574
$\Phi(\delta)$	1,170	1,334	1,484	1,624	1,752	1,866	1,967	2,05	2,121	2,205	2,208

Збільшення величини k приводить до зростання кута $\delta_{екс}$, що відповідає екстремуму $P_{он}$, а максимальне значення δ складає 90° .

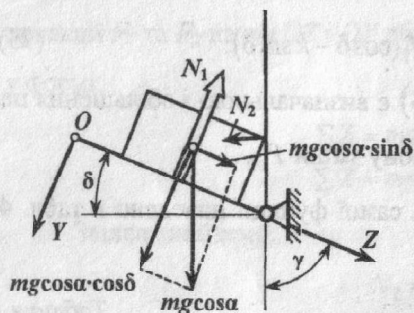


Рис. 15. Схема до розрахунку поворотного жолобу з кутом $\gamma < 90^\circ$

Певні резерви в розширенні діапазону по величині $P_{он}$ є у виконанні кута перетину опорних площин $\gamma < 90^\circ$ (рис 15). Порівняно з попереднім випадком тут маємо зміну лінії дії результуючої нормальної реакції N_2 . Умови рівноваги при цьому запишемо у формі.

$$\sum Z = mg \cos \alpha \cdot \sin \delta - N_2 \cdot \sin \gamma = 0;$$

$$\sum Y = mg \cos \alpha \cdot \cos \delta - N_1 + N_2 \cos \gamma.$$

Звідси знайдемо:

$$N_2 = \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{\sin \gamma}; \quad (78)$$

$$mg \cos \alpha \cos \delta - N_1 + \frac{mg \cos \alpha \sin \delta}{\sin \gamma} \cos \gamma = 0;$$

$$N_1 = mg \cos \alpha \cos \delta + \frac{mg \cos \alpha \sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma}. \quad (79)$$

Тоді маємо:

$$F_1 = f_1 mg \cos \alpha \cdot \cos \delta + \frac{f_1 mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma}; \quad (80)$$

$$F_2 = f_2 \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma}. \quad (81)$$

Загальний опір переміщенню визначається

$$\begin{aligned} P_{on} = F_1 + F_2 &= f_1 mg \cos \alpha \cdot \cos \delta + \frac{f_1 mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma} + f_2 \frac{mg \cos \alpha \cdot \sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma} = \\ &= mg \cos \alpha \left(f_1 \cos \delta + f_1 \frac{\sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma} + f_2 \frac{\sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma} \right). \end{aligned} \quad (82)$$

Введемо позначку $f_2 = kf_1$. Тоді:

$$P_{on} = f_1 mg \cos \alpha \left(\cos \delta + \frac{\sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma} + k \frac{\sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma} \right). \quad (83)$$

Позначимо

$$\Phi_1 = \cos \delta + \frac{\sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma} + k \frac{\sin \delta}{\operatorname{tg} \gamma} \quad (84)$$

та візьємо похідну від Φ_1 за кутом δ :

$$\frac{d\Phi_1}{d\delta} = -\sin \delta + \frac{\cos \delta}{\operatorname{tg} \gamma} + k \frac{\cos \delta}{\operatorname{tg} \gamma}.$$

Прирівнявши до нуля результат диференціювання, одержимо:

$$\begin{aligned} \cos \delta_e \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} + \frac{k}{\operatorname{tg} \gamma} \right) &= \sin \delta_e; & \operatorname{tg} \delta_e &= \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} + \frac{k}{\operatorname{tg} \gamma} \right); \\ \delta_e &= \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} + \frac{k}{\operatorname{tg} \gamma} \right). \end{aligned} \quad (85)$$

Таким чином, функція Φ_1 досягає екстремуму за умови, що $\delta = \delta_e$.

Одержані для випадків $\gamma < 90^\circ$ результати легко трансформуються в залежності (69-74) при підстановці $\gamma = 90^\circ$.

Для порівняння визначимо значення функції Φ при значеннях $\gamma = 45^\circ$ і

$\delta = 45^\circ$; $k = 1$; $k = 2$.

$$\cos 45^\circ + \frac{\sin 45^\circ}{\operatorname{tg} 45^\circ} + 1 \frac{\sin 45^\circ}{\operatorname{tg} 45^\circ} = 0,707 + 0,707 + 1 = 2,414;$$

$$\cos 45 + \frac{\sin 45}{\operatorname{tg} 45} + 2 \frac{\sin 45}{\sin 45} = 0,707 + 0,707 + 2 = 3,414.$$

Подвійний вплив кутів γ і δ , як бачимо, приводить до ґрунтового розширення значень функції Φ і до зростання можливості в керуванні процесом.

4. Дослідження гравітаційного елеватора

Гравітаційні елеватори використовуються для організації вертикальних переміщень вантажів за рахунок сил тяжіння. В якості робочих органів, які здійснюють переміщення вантажів, використовуються ланцюги або стрічки зі

встановленими на них вантажоутримувальними елементами.

Загальну схему транспортної системи з гравітаційним елеватором наведено на рис. 16.

Вона складається з гравітаційного завантажувального пристрою 1, елеватора 2, гравітаційного розвантажувального пристрою 3 та відповідного конвеєра 4.

До числа динамічних проце

сів цієї системи відноситься:

- 1) перехід вантажів з гравітаційного завантажувального пристрою на вантажоутримувальний елемент;
- 2) навантаження вантажоутримувального елемента і тягового органу в процесі переходу вантажу;
- 3) навантаження тягового органу в процесі опускання вантажу в умовах змінної жорсткості системи;

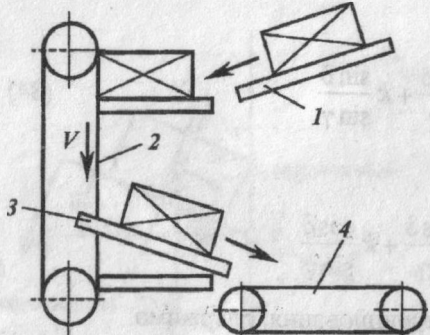


Рис. 16. Схема транспортної системи з гравітаційним елеватором: 1 – гравітаційний завантажувальний пристрій; 2 – гравітаційний елеватор; 3 – гравітаційний розвантажувальний пристрій; 4 – відповідний конвеєр

4) взаємодія вантажу з елементами гравітаційного розвантажувального пристрою;

5) перехід вантажу з гравітаційного розвантажувального пристрою на відповідний конвеєр.

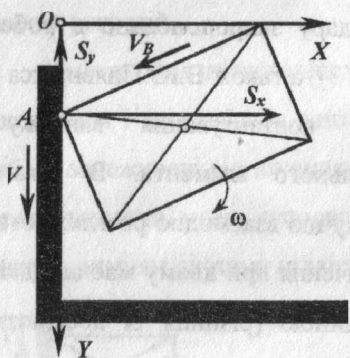


Рис. 17. Схема до ударної взаємодії вантажу з рухомих елементом: S_x і S_y – проєкції ударного імпульсу S на осі X та Y відповідно

На момент початку сходження з гравітаційного пристрою 1 вантаж має певну кінетичну енергію, за рахунок якої перехід між здійснюватися в умовах зупинки або безперервного руху тягового органу і вантажоутримувального елемента. В залежності від кінематичних параметрів руху вантажу і тягового органу перехід може здійснюватися без контактування з вантажоутримувальним елементом в основний час і завершуватися їх ударною взаємодією. Обидві ці складові процесу переходу знайшли своє відображення в літературних джерелах. За певного набору геометричних і кінематичних параметрів від початку переходу можливий потрібний контакт між вантажоутримувальними елементами, вантажем і гравітаційним спуском. В цьому випадку у відповідності з умовами переходу вантажів з однієї нерухомої площини на іншу нерухому також представлено в теоретичних дослідженнях. Однак в умовах опускного руху вантажоутримувального елемента слід очікувати першого прояву взаємодії як удару з ним вантажу кромкою в точці A (рис. 17).

Такий удар супроводжується деформацією вантажу в зоні контакту. Дослідження явищ удару не вкладаються в рамки класичної теорії – ударної взаємодії абсолютно твердих тіл. Проте інтереси співставлення кінематичних параметрів руху вантажів до удару і після нього, а також визначення ударних імпульсів досягаються без врахування рівня деформування тіл на основі поняття коефіцієнта k відновлення.

В цьому випадку явище удару уявляють стрибкоподібним процесом, час проходження якого є нескінченно малим. Врахування коефіцієнта відновлення k дозволяє знайти кінематичні параметри руху вантажу після удару. В нашому випадку принципове значення має рух його розвороту. Методику визначення параметрів руху вантажу внаслідок косого удару запропоновано в роботах О.П.Кривопляса, А.А.Бурова, В.М.Любімова [1, 3], а також В.Ю.Плявнієкса [2]. Внаслідок вказаних процесів відбудеться контактування вантажу з горизонтальною частиною вантажоутримувального елемента. В багатьох випадках і у зв'язку з характеристиками вантажу цю взаємодію розглядають як близьку до не пружного удару. Принципове значення при цьому має швидкість контактування вантажу з прийнятною площиною (різниця їх абсолютних швидкостей). Час перехідного процесу за таких умов навантаження визначається співвідношенням взаємодіючих мас та жорсткостей і дисипативними властивостями досліджуваної системи.

Від моменту контактування вантажу з опорною площиною гравітаційний елеватор моделюється двомасовою системою. Рушійною силою в ній виступає вага вантажу (вантажів), ведучою є маса вантажу, а веденою – приведена маса системи. Важливо, що по мірі переміщення вантажу довжина ділянки підвіски вантажоутримувального елемента зростає і це призводить до зменшення жорсткості підвіски. Таким чином, окрім кінематичного збурення системи, має місце і збурення динамічне. У зв'язку з викладеним виникає необхідність в дослідженні системи змінної жорсткості. Врахування змінної довжини підвіски перетворює систему на нелінійну. В літературних джерелах аналіз подібних систем наводиться на основі припущення про стабілізовану жорсткість системи. Якщо час перехідних процесів порівняно з часом суттєвої зміни довжини підвіски є відносно малим, то припущення про сталу жорсткість системи не супроводжується значними похибками моделі, проте в іншому випадку вони можуть приводити до значних помилок. Остаточний вибір тієї чи іншої моделі, очевидно, слід здійснювати лише після кількісної оцінки результатів підрахунку.

Аналіз нелінійних моделей на основі двомасових систем ускладнений відсутністю можливості розв'язання диференціальних рівнянь руху або систем з них в явному вигляді. У зв'язку з цим можливо використати теорію обчислювального експерименту для одержання динамічних моделей у формі рівнянь регресій.

Конструкція гравітаційного елеватора передбачає автоматичне його розвантаження і передавання вантажу на розвантажувальний гравітаційний пристрій. В залежності від кінематичних і динамічних параметрів системи процес перевантаження може супроводжуватись миттєвим або розподіленим в часі розвантаженням системи підвіски.

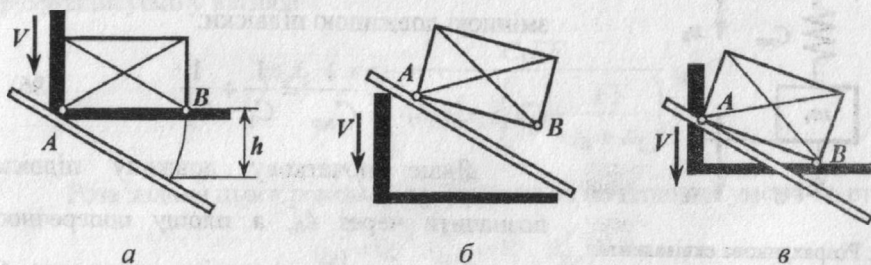


Рис. 18. Схема до пояснення складових перевантаження: *a* і *б* – випадки, коли вертикальна складова швидкості точки *B* в розвороті тіла менша за швидкість опускного руху вантажоутримувального елемента; *в* – випадок, коли вертикальна складова швидкості точки *B* дорівнює швидкості вантажоутримувального елемента

Якщо вертикальна складова швидкості V_B^a точки *B* вантажу менша за швидкість руху вантажоутримувального елемента (рис. 18, *a* і *б*), то розвантаження відбувається за час $t = h/V$. Очевидно, що кутова швидкість розвороту вантажу навколо ребра *A* визначається його геометрією і масою.

Наступним після розвороту є етап сходження вантажу і сума часу розвороту та сходження вантажу визначатимуть мінімальний інтервал до підведення наступного вантажоутримувального елемента.

У зв'язку з викладеним до числа задач цього розділу віднесено динаміку навантаження системи з урахуванням кінематичних та динамічних збурень, динаміку розвороту вантажу та сходу його в гравітаційному розвантажувальному пристрої.

5. Дослідження динаміки навантаження системи

Дослідження динаміки навантаження і пуску гравітаційного елеватора здійснимо на основі двомасової моделі. На рис. 19 зображено розрахункову еквівалентну модель. Ведучою тут є маса вантажу m_1 , веденою – приведена маса пристрою m_2 . Рушійною силою є сила тяжіння m_1g . Приведена сила опору переміщення систем прикладена до веденої маси m_2 .

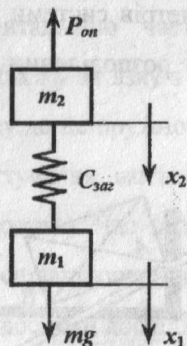


Рис. 19. Розрахункова еквівалентна схема гравітаційного елеватора

Приведена загальна жорсткість C_{zag} визначається з урахуванням її стабілізованої частини C_1 і змінної частини C_2 , пов'язаної зі змінною довжиною підвіски:

$$\frac{1}{C_{zag}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (86)$$

Якщо початкову довжину підвіски позначити через l_0 , а площу поперечного перерізу через F , то змінне значення C_2 знайдемо за формулою

$$\tilde{N}_2 = \frac{EF}{l_0 + x_1} \quad (87)$$

де E – модуль пружності матеріалу підвіски першого роду, Па.

Відповідною підстановкою одержуємо:

$$C_{zag} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 \frac{EF}{l_0 + x_1}}{C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_1}} \quad (88)$$

Рівняння руху ведучої і веденої мас запишемо у формі

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = mg - \frac{C_1 EF}{(l_0 + x_1) \left(C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_1} \right)} (x_1 - x_2); \\ m_2 \ddot{x}_2 = \frac{C_1 EF}{(l_0 + x_1) \left(C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_1} \right)} (x_1 - x_2) - P_{on}. \end{cases} \quad (89)$$

Системою рівнянь (89) описується етап, на якому має місце одночасний рух ведучої і веденої мас. Починається він від моменту навантаження пружного елемента до величини $P_{np} = P_{on}$. До цього після контакту вантажу з вантажоутримувальним елементом рухається тільки ведуча маса. Її рівняння руху запишемо у вигляді

$$m_1 \ddot{x}_1 = mg - \frac{C_1 EF}{(l_0 + x_1) \left(C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_1} \right)} x_1. \quad (90)$$

Розв'язання цього рівняння здійснюємо за початкових умов I-го етапу:

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{1(n)}^I = 0; \quad \dot{x}_{1(n)}^I = 0. \quad (91)$$

Рівняння (90) є нелінійним і його розв'язання дає можливість визначити кінцеві умови I-го етапу, опис якого здійснюється з використанням системи рівнянь (89). Кінцеву умову $x_{1(k)}^I$ знайдемо за виразом:

$$x_{1(k)}^I = \frac{P_{on}}{C_{заг}} = \frac{P_{on} \left(C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_1} \right)}{C_1 \frac{EF}{l_0 + x_1}}. \quad (92)$$

Знайденому значенню $x_{1(k)}^I$ відповідає певний час $t_{(k)}^I$ і швидкість $\dot{x}_{1(k)}^I$.

Таким чином початкові умови другого етапу:

$$t_{(n)}^{II} = 0; \quad x_{1(n)}^{II} = x_{1(k)}^I; \quad \dot{x}_{1(n)}^{II} = \dot{x}_{1(k)}^I; \quad x_{2(n)}^{II} = 0; \quad \dot{x}_{2(n)}^{II} = 0. \quad (93)$$

Розв'язання системи рівнянь (89) потребує для визначення сталих інтегрування початкових умов $\dot{x}_{1(n)}^{II}$ та $\dot{x}_{2(n)}^{II}$.

Знайдемо їх використовуючи рівняння руху та відомих початкових умов:

$$\ddot{x}_{1(n)}^{\text{II}} = g - \frac{C_1 EF}{m_1(l_0 + x_{1(k)}^{\text{I}}) \left(C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_{1(k)}^{\text{I}}} \right)} \cdot x_{1(k)}^{\text{I}}; \quad (94)$$

$$\ddot{x}_{2(n)}^{\text{II}} = \frac{C_1 EF}{m_2(l_0 + x_{1(k)}^{\text{I}}) \left(C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_{1(k)}^{\text{I}}} \right)} \cdot x_{1(k)}^{\text{I}} - \frac{P_{on}}{m_2}. \quad (95)$$

Якщо передавання вантажів на вантажоутримувальний елемент здійснюється за рухомої системи, то початкові умови другого етапу записуються у вигляді:

$$t_{(n)}^{\text{II}} = 0; \quad x_{1(n)}^{\text{II}} = x_{1(k)}^{\text{I}}; \quad \dot{x}_{1(n)}^{\text{II}} = \dot{x}_{1(k)}^{\text{I}}; \quad x_{2(n)}^{\text{II}} = 0; \quad \dot{x}_{2(n)}^{\text{II}} = V.$$

$$\ddot{x}_{1(n)}^{\text{II}} = g - \frac{C_1 EF}{m_1(l_0 + x_{1(k)}^{\text{I}}) \left(C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_{1(k)}^{\text{I}}} \right)} \cdot x_{1(k)}^{\text{I}};$$

$$\ddot{x}_{2(n)}^{\text{II}} = \frac{C_1 EF}{m_2(l_0 + x_{1(k)}^{\text{I}}) \left(C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_{1(k)}^{\text{I}}} \right)} \cdot x_{1(k)}^{\text{I}} - \frac{P_{on}}{m_2}. \quad (96)$$

Розв'язання рівнянь руху може здійснюватись числовими методами і в результаті знаходяться залежності $x_1 = x_1(t)$ та $x_2 = x_2(t)$. Тоді навантаження пружного елемента

$$P_{np} = C_{заг} (x_1(t) - x_2(t)) = \frac{C_1 EF}{(l_0 + x_1) \left(C_1 + \frac{EF}{l_0 + x_1} \right)} (x_1(t) - x_2(t)). \quad (97)$$

5. Дослідження динаміки гравітаційного розвантажування елеватора

В багатьох випадках розвантажування елеваторів здійснюється за рахунок сил тяжіння при взаємодії з робочими органами. Такими робочими органами можуть бути ролики, упори, гравітаційні спуски тощо. Розглянемо випадок, коли взаємодія вантажу в цьому процесі здійснюється з гравітаційним спуском,

встановленим під кутом α д лінії горизонту (рис. 20) і $\alpha > \rho$, де ρ – кут тертя в парі “вантаж-спуск”.

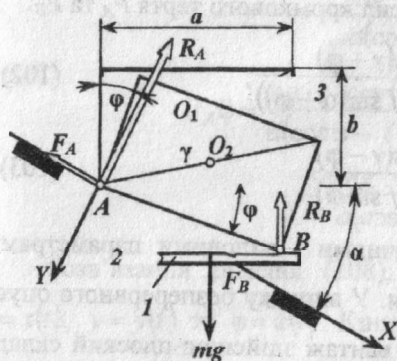


Рис. 20. Розрахункова схема до динаміки розвантажування: 1 – вантажоутримувальний елемент; 2 – гравітаційний спуск; 3 – вантаж

вантажень позначимо як реакції опор R_A та R_B . Довжину проекції діагоналі вантажу на вертикальну площину позначимо $2c$ і відмітимо, що реакції R_A та R_B будуть змінними в процесі переорієнтації.

Взаємне положення вантажоутримувального елемента і спуска відповідає конструкції жолоба і завдяки розвороту тіла відносно точки A і її фіксованого положення маємо зробити оцінку величини результуючих R_A та R_B .

Запишемо умови рівноваги тіла як суми моментів сил:

$$\sum M_B = R_A \cdot a \cos(\alpha - \varphi) - mg \cdot c \cos(\gamma + \varphi) + F_A \cdot a \cdot \sin(\alpha - \varphi) \quad (98)$$

$$\sum M_A = R_B \cdot a \cos \varphi - mg \cdot c \cos(\gamma - \varphi) - F_B \cdot a \cdot \sin \varphi \quad (99)$$

Оскільки $F_A = fR_A$ і $F_B = fR_B$, то одержуємо

$$R_A(a \cos(\alpha - \varphi) + fa \cdot \sin(\alpha - \varphi)) = mg \cdot c \cos(\gamma + \varphi);$$

$$R_A = \frac{mg \cdot c \cos(\gamma + \varphi)}{a \cos(\alpha - \varphi) + fa \cdot \sin(\alpha - \varphi)}; \quad (100)$$

$$R_B a (\cos \varphi - f \sin \varphi) = mg \cdot c \cos(\gamma - \varphi);$$

$$R_B = \frac{mg \cdot c \cos(\gamma - \varphi)}{a (\cos \varphi - f \sin \varphi)}. \quad (101)$$

При опусканні вантажоутримувального елемента в точці A відбувається контактування вантажу зі спуском 2 і ударна взаємодія, після якої настає етап розвороту. На початку цього процесу вантаж займає горизонтальне положення, але з подальшим переміщенням елемента 1 відбувається перехід на кромковий контакт. Рівнодіючі розподілених по кромках навантажень

В записаних формулах значення коефіцієнтів тертя в парах A та B прийнято однаковими і рівними f . За відомими значеннями R_A та R_B маємо можливість визначити відповідні результуючі сил кромкового тертя F_A та F_B :

$$F_A = \frac{fmg \cdot c \cos(\gamma + \varphi)}{a(\cos(\alpha - \varphi) + f \sin(\alpha - \varphi))}; \quad (102)$$

$$F_B = \frac{fmg \cdot c \cos(\gamma - \varphi)}{a(\cos \varphi - f \sin \varphi)}. \quad (103)$$

Записані співвідношення між геометричними і силовими параметрами відповідають умовам статичного навантаження. У випадку безперервного опускного руху вантажоутримувального елемента вантаж здійснює плоский складний рух, в якому одночасно здійснюється його розворот і ковзання кромками A та B . Однак, за певних співвідношень геометричних, кінематичних та динамічних параметрів вантажоутримувальний елемент може відриватись від вантажу і контакт їх в точці B зникає. За таких умов вантаж буде розвертатися навколо кромки A до моменту контакту його опорною гранню з гравітаційним спуском.

Для випадку безперервного контакту вантажу з вантажоутримувальним елементом рівняння руху запишемо в проекції на осі вибраної частини координат і в обертальному русі:

$$m\ddot{x} = mg \sin \varphi - F_A - F_B \cos \alpha - R_B \sin \alpha; \quad (104)$$

$$m\ddot{y} = mg \cos \varphi - R_A - R_B \cos \alpha + F_B \sin \alpha; \quad (105)$$

$$J_A \ddot{\phi} = R_B a \cos \varphi - mg \cos(\gamma - \varphi) - F_B a \sin \varphi. \quad (106)$$

Початкові умови, необхідні для розв'язання системи рівнянь руху, записуються у вигляді:

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{(n)} = 0; \quad \dot{x}_{(n)} = V \sin \alpha; \quad y_{(n)} = 0; \quad \dot{y}_{(n)} = V \cos \alpha; \quad \varphi_{(n)} = 0; \quad \dot{\varphi}_{(n)} = 0. \quad (107)$$

Підстановкою значень параметрів до рівнянь системи (104), (105), (106) одержуємо

$$m\ddot{x} = mg \sin \varphi - \frac{fmg \cdot c \cdot \cos(\gamma + \varphi)}{a(\cos(\alpha - \varphi) + f \sin(\alpha - \varphi))} - \frac{fmg \cdot c \cdot \cos(\gamma - \varphi)}{a(\cos \varphi - f \sin \varphi)} \cos \alpha - \frac{mg \cdot c \cdot \cos(\gamma - \varphi)}{a(\cos \varphi - f \sin \varphi)} \sin \alpha; \quad (108)$$

$$m\ddot{y} = mg \cos \varphi - \frac{mg \cdot c \cdot \cos(\gamma + \varphi)}{a(\cos(\alpha - \varphi) + f \sin(\alpha - \varphi))} - \frac{mg \cdot c \cdot \cos(\gamma - \varphi)}{a(\cos \varphi - f \sin \varphi)} \cos \alpha + \frac{fmg \cdot c \cdot \cos(\gamma - \varphi)}{a(\cos \varphi - f \sin \varphi)} \sin \alpha; \quad (109)$$

$$J_A \ddot{\varphi} = \frac{mg \cdot c \cdot \cos(\gamma - \varphi)}{a(\cos \varphi - f \sin \varphi)} a \cos \varphi - mg \cos(\gamma - \varphi) - \frac{fmg \cdot c \cdot \cos(\gamma - \varphi)}{a(\cos \varphi - f \sin \varphi)} a \sin \varphi. \quad (110)$$

Розв'язання рівнянь (108), (109), (110) дозволяє знайти залежності $x = x(t)$, $y = y(t)$ та $\varphi = \varphi(t)$. Кінцевим умовам етапу складного руху вантажу відповідає досягнення $y_{(k)} = \alpha$. По досягненню $\varphi_{(k)}$ визначається $y_{(k)}$ та $\dot{y}_{(k)}$. Кінцеві умови цього етапу будуть початковими умовами наступного етапу. Для непружного удару між спуском і вантажем знехтуємо зміною вказаних початкових умов і подальші розрахунки слід виконувати у відповідності з раніше викладеною методикою.

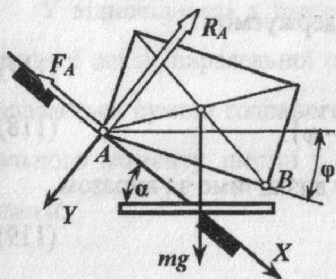


Рис. 21. Схема до розрахунку динаміки розвороту вантажу без контакту з вантажоутримувальним елементом

Розглянемо динаміку розвороту вантажу за випадку, коли має місце його відрив від вантажоутримувального елемента в точці B (рис 21).

Вантаж контактує зі спуском в точці A зі швидкістю V і початкові умови при цьому за напруженого удару:

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{(n)} = 0; \quad \dot{x}_{(n)} = V \sin \alpha; \quad y_{(n)} = 0; \\ \dot{y}_{(n)} = V \cos \alpha; \quad \varphi_{(n)} = 0; \quad \dot{\varphi}_{(n)} = 0.$$

За умови розвороту без ковзання в точці A рівняння руху записується у вигляді:

$$J_A \ddot{\varphi} = mgc \cos(\gamma - \varphi). \quad (111)$$

Якщо підставити $J_A = \frac{mc^2}{k}$, то одержимо:

$$\ddot{\varphi} = \frac{kg}{c} \cos(\gamma - \varphi), \quad c = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2};$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{2gk}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos(\gamma - \varphi). \quad (112)$$

Чистий розворот буде мати місце за умови $F_A \geq m\ddot{x}$.

В загальному випадку для опису розвороту скористаємося системою рівнянь:

$$m\ddot{x} = -F_A; \quad (113)$$

$$m\ddot{y} = -R_A; \quad (114)$$

$$J_A \ddot{\varphi} = mgc \cos(\gamma - \varphi). \quad (115)$$

За невідомі тут маємо координати (φ, x, y) або їх похідні, а також реакцію R_A . В зв'язку з тим, що кількість невідомих перевищує кількість рівнянь, складемо ще одне рівняння геометричних зв'язків між параметрами x та y :

$$x = x_0 + c \cdot \cos(\gamma - \varphi). \quad (116)$$

Подвійним диференціюванням виразу (116) одержуємо:

$$\dot{x} = c\dot{\varphi} \sin(\gamma - \varphi); \quad (117)$$

$$\ddot{x} = c\ddot{\varphi} \sin(\gamma - \varphi) + c\dot{\varphi}^2 \cos(\gamma - \varphi). \quad (118)$$

Аналогічно координату y у центру мас вантажу визначимо за виразом

$$y = y_0 + c \sin(\gamma - \varphi). \quad (119)$$

Диференціювання виразу (119) дозволяє записати:

$$\dot{y} = -\dot{\varphi} c \cdot \cos(\gamma - \varphi); \quad (120)$$

$$\ddot{y} = -\ddot{\varphi} c \cdot \cos(\gamma - \varphi) - \dot{\varphi}^2 c \cdot \sin(\gamma - \varphi) \quad (121)$$

В рівняння руху (104), (105), (106) входять п'ять невідомих величин. Це координати центру мас (x, y) , кутова координата φ та результуючі розподілених по кромках навантажень R_A та R_B . Доповнюючи вказану систему рівняннями (118) та (121), одержуємо систему з п'яти диференціальних нелінійних рівнянь другого порядку, розв'язання якої може здійснюватись з використанням обчислювальної техніки.

В рівняння (106) входить величина J_A моменту інерції вантажу відносно осі, яка співпадає з його ребром A , відносно якого здійснюється розворот. Відомо, що момент інерції тіла є мірою інертності його в обертальному русі навколо осі. Відносно осей декартової системи координат:

$$J_x = \int_{(m)} (y^2 + z^2) dm = \iiint_{(V)} (y^2 + z^2) \rho dx dy dz; \quad (122)$$

$$J_y = \int_{(m)} (x^2 + z^2) dm = \iiint_{(V)} (x^2 + z^2) \rho dx dy dz; \quad (123)$$

$$J_z = \int_{(m)} (x^2 + y^2) dm = \iiint_{(V)} (x^2 + y^2) \rho dx dy dz. \quad (124)$$

де m , ρ та V – маса, густина і об'єм тіла відповідно; x , y та z – координати елементарної частинки тіла, яка має об'єм dV і масу dm .

Радіуси інерції тіла відносно осей відповідно

$$r_x = \sqrt{\frac{J_x}{m}}; \quad r_y = \sqrt{\frac{J_y}{m}}; \quad r_z = \sqrt{\frac{J_z}{m}}. \quad (125)$$

У відповідності з теоремою Штейнера момент інерції J_A тіла відносно довільної осі A , паралельної осі O , що проходить через центр інерції вантажу визначається сумою головного центрального моменту інерції і головного центрального моменту інерції і добутком маси тіла m на квадрат відстані між осями d :

$$J_A = J_0 + md^2.$$

Для тіла у формі прямокутного паралелепіпеда зі сторонами a , b та e , паралельними відповідно осям OX , OY та OZ :

$$J_x = \frac{m}{12}(b^2 + e^2); \quad J_y = \frac{m}{12}(a^2 + e^2); \quad J_z = \frac{m}{12}(a^2 + b^2). \quad (126)$$

В нашому випадку відстань d складає $\sqrt{\frac{a^2 + e^2}{2}}$.

Тоді знайдемо

$$J_A = \frac{m}{12}(a^2 + e^2) + \frac{m}{4}(a^2 + e^2) = \frac{m}{3}(a^2 + e^2). \quad (127)$$

Розв'язання системи рівнянь (113), (114), (115) завершуємо при досягненні $\varphi_{(k)} = \alpha$. Останньому відповідають також значення $x_{(k)}$; $\dot{x}_{(k)}$; $y_{(k)}$; $\dot{y}_{(k)}$ та $t_{(k)}$.

Після завершення переорієнтації вантажу продовжиться його сходження на гравітаційному спуску чергового вантажу необхідно визначити час, за який вантаж звільнить його повністю.

Це означає, що загальне його переміщення повинно складати величину a . Етап сходження будемо вважати другим і тоді:

$$x''_{(k)} = (a - x_{(k)}) + x_{(k)} = a.$$

Звідси переміщення вантажу на другому етапі повинно становити

$$x'' = a - x_{(k)}.$$

Рівняння руху вантажу на цьому етапі:

$$m\ddot{x} = mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha;$$

або

$$\ddot{x} = g \sin \alpha - fg \cos \alpha.$$

Тоді

$$\dot{x} = gt \sin \alpha - fgt \cos \alpha + \dot{x}_{(k)}; \quad (128)$$

$$x = \frac{gt^2}{2} \sin \alpha - f \frac{gt^2}{2} \cos \alpha + \dot{x}_{(k)}t + x_{(k)}. \quad (129)$$

Час сходження $t''_{(k)}$ знайдемо, підставивши $x = a$.

Тоді

$$a = t''_{(k)} \left(\frac{g}{2} \sin \alpha - \frac{fg}{2} \cos \alpha \right) + \dot{x}_{(k)}t''_{(k)} + x_{(k)}.$$

Позначимо $\frac{g}{2} \sin \alpha - \frac{fg}{2} \cos \alpha = P$; $(x_{(k)} - a) = M$.

Тоді маємо

$$Pt''_{(k)} + \dot{x}_{(k)}t''_{(k)} + M = 0;$$

$$t_{(k)} = \frac{-\dot{x}_{(k)} \pm \sqrt{(\dot{x}_{(k)})^2 - 4PM}}{2P} = \frac{-\dot{x}_{(k)} \pm \sqrt{(\dot{x}_{(k)})^2 - 4\left(\frac{g}{2} \sin \alpha - \frac{fg}{2} \cos \alpha\right)(x_{(k)} - a)}}{g \sin \alpha - fg \cos \alpha} \quad (130)$$

До числа факторів впливу, як бачимо, відносяться коефіцієнт тертя та кут нахилу спуска. Від'ємні корені в розв'язанні умови (130) фізичного змісту не мають.

Таким чином, в розв'язанні задач цієї частини складено розрахункові фізичні моделі та одержано динамічні математичні моделі, наведено розрахункові формули по визначенню складових, що входять до них. Одержано можливість в залежності від параметрів системи визначити час переорієнтації і переміщення гравітаційним спуском.

В залежності від геометричних параметрів вантажу і його маси та кінематичних параметрів руху вантажоутримувальних елементів залежать особливості процесу переорієнтації. Одночасно з оцінкою кінематики і динаміки самого процесу одержано можливість закону зменшення навантаження на вантажоутримувальний елемент і тяговий орган гравітаційного елеватора.

У випадку відсутності контакту між вантажем та вантажоутримувальним елементом має місце практично миттєве розвантаження тягового органу.

Література

1. Кривопляс А.П., Буров А.А., Любимов В.М. и др. Исследование удара тары с пищевыми продуктами в перегрузочных устройствах конвейеров. – В кн.: Пищевая промышленность, Киев: Техніка, 1978, вып. 24, с. 98-102.
2. Плявникс В.Ю. Расчет косога удара о препятствие. – В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига: Знатне, 1969, вып. 18, с. 87-109.
3. Кривопляс А.П., Кукибный А.А., Безпалько А.П. и др. Пакетоформирующие машины. – М. Машиностроение, 1982. – 239 с.

4. Соколенко А.И., Украинец А.И., Яровой В.Л. и др.. Справ очник
специалиста пищевых производств. Книга I. Механика. – К.: АртЕк, 2001, 300 с.

$$v = \frac{1}{2} \left(\frac{v_1 + v_2}{2} + \frac{v_1 - v_2}{2} \cos \alpha \right)$$

После чего можно найти среднюю скорость движения тела v .

По мере фактур в явном, как правило, выносятся коэффициенты μ и ν в формулу (1.10) для упрощения вычислений.

Таким образом, в результате расчета можно определить среднюю скорость движения тела v .

Важно отметить, что при расчете необходимо учитывать все параметры, влияющие на движение тела.

Для определения скорости движения тела необходимо использовать формулу (1.10).

В результате расчета можно определить среднюю скорость движения тела v .

Важно отметить, что при расчете необходимо учитывать все параметры, влияющие на движение тела.

Для определения скорости движения тела необходимо использовать формулу (1.10).

В результате расчета можно определить среднюю скорость движения тела v .

Важно отметить, что при расчете необходимо учитывать все параметры, влияющие на движение тела.

Для определения скорости движения тела необходимо использовать формулу (1.10).

В результате расчета можно определить среднюю скорость движения тела v .

Важно отметить, что при расчете необходимо учитывать все параметры, влияющие на движение тела.

Бут Сергій Анатолійович, інж.

Юхно Михайло Іванович, к.т.н.

Яровий Володимир Леонідович, к.т.н.

Гравітаційні опускні пристрої

Підписано до друку 20.01.04. Формат 60x80 1/16. Папір тип № 3.

Друк офсетний. Наклад 200.

Національний університет харчових технологій

01033, м. Київ, вул. Володимирська, 68