

## Енергетичні співвідношення в теорії переміщення вантажів у гравітаційному полі

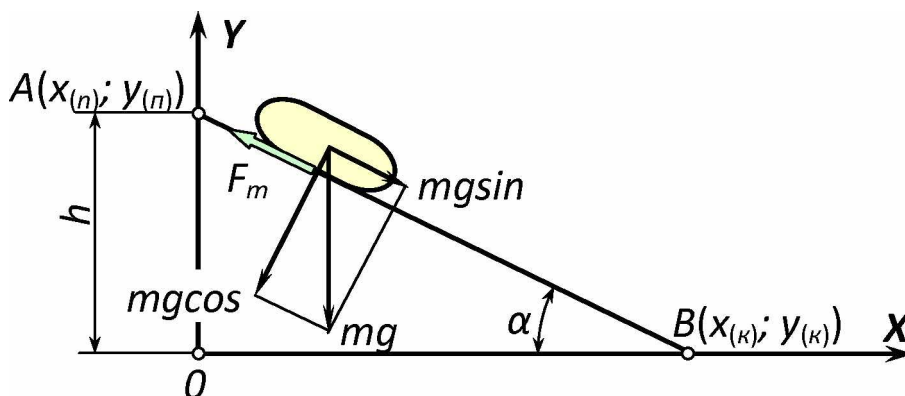
С.А. Бут, к.т.н., В.С. Костюк, к.т.н., НУХТ, м. Київ

Енергетичні співвідношення є невід'ємною і важливою складовою механіки і динаміки машин, в основу яких покладено закон збереження енергії і такі відображення його як принцип можливих переміщень, рівняння Лагранжа II роду, метод енергомас, принцип Д'Аламбера тощо [1–5].

На основі принципу Д'Аламбера ґрунтується складання рівнянь руху. У складних випадках, наприклад при взаємодії робочих органів з вантажами, кількість таких рівнянь може бути меншою за кількість невідомих, що призводить до необхідності використання інших співвідношень. До останніх належать геометричні зв'язки, які можуть суттєво доповнюватись енергетичними співвідношеннями.

Окрім того, вони можуть використовуватись для визначення кінцевих умов окремих етапів чи певних сукупностей етапів або для визначення кінематичних і силових параметрів переміщення мас у взаємодії з іншими масами та робочими органами.

Розглянемо випадок переміщення вантажу масою  $m$  під дією складової сил тяжіння  $mg\sin\alpha$  (рисунок), де  $g$  — прискорення вільного падіння;  $\alpha$  — кут нахилу опорної площини до лінії горизонту.



**Рисунок.** Розрахункова схема до переміщення вантажу по похилій площині

Початку гравітаційного спуску відповідає точка А з координатами  $x_{(п)}$  і  $y_{(п)}$ , а закінченню — точка В ( $x_{(к)}$ ;  $y_{(к)}$ ). Тоді стосовно початкового положення маса  $m$  має потенціальну енергію

$$E_{\text{пот}} = mg(y_{(п)} - y_{(к)}) = mgh, \quad (1)$$

де  $h$  — висота відносного положення.

Якщо  $y_{(к)} = 0$ , то і кінцева потенціальна енергія  $E_{\text{пот.к}} = 0$ , а початковий енергетичний потенціал витрачається на створення кінетичної енергії рухомої маси і роботу сил тертя  $A_{\text{т}}$ :

$$E_{\text{пот}} = W_{\text{кін}} + A_{\text{т}}.$$

При цьому 
$$A_T = F_T l_{AB} = fmg \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha}, \quad (2)$$

де  $F_T$  — сила тертя;  $f$  — коефіцієнт тертя в парі «вантаж – опорна площа».

Звідси 
$$W_{\text{кін}} = mgh - fmg \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha} = mgh \left( 1 - \frac{\text{tg} \rho}{\text{tg} \alpha} \right), \quad (3)$$

де  $\rho = \arctg f$  — кут тертя.

Оскільки при кінцевій швидкості  $V_k$  кінетична енергія  $W_{\text{кін}} = mV_k^2/2$ , то

$$V_k = \sqrt{2gh \left( 1 - \frac{\text{tg} \rho}{\text{tg} \alpha} \right)}. \quad (4)$$

З виразу (4) робимо висновок, що для всякого сполучення координат  $x$  та  $y$ , визначаючи  $h_i = (y_{(п)} - y_i)$ ,

$$V_i = \sqrt{2g(y_{(п)} - y(x)) \left( 1 - \frac{\text{tg} \rho}{\text{tg} \alpha} \right)}. \quad (5)$$

Якщо спуск прямолінійний, то середня швидкість

$$V_c = \frac{V_{(п)} - V_{(к)}}{2} \quad (6)$$

і якщо  $V_{(п)} = 0$  швидкість  $V_c = V_{(к)}/2$ . Шлях, який проходить тіло

$$S = \frac{y_{(п)} - y_{(к)}}{\sin \alpha}. \quad (7)$$

Тоді час переміщення визначається за формулою

$$t_{(к)} = \frac{2S}{V_{(к)}} = \frac{2(y_{(п)} - y_{(к)})}{\sin \sqrt{2gh \left( 1 - \frac{\text{tg} \rho}{\text{tg} \alpha} \right)}}. \quad (8)$$

З формули (4) можна також отримати умову самогальмування тіла на похилій площині, задаючись значенням  $V_i = 0$ . Тоді

$$2hg \left( 1 - \frac{\text{tg} \rho}{\text{tg} \alpha} \right) = 0; \quad 1 - \frac{\text{tg} \rho}{\text{tg} \alpha} = 0; \quad \text{tg} \alpha = f = \text{tg} \rho.$$

Рівняння (8) є універсальним і перехід до  $\alpha = 90^\circ$  призводить до вільного падіння тіла з часом переміщення

$$t_{(к)к} = \sqrt{2h/g}. \quad (9)$$

## Література

1. Гавва О.М. Розробка методики визначення раціональних параметрів пакетоформульних машин / О.М. Гавва, М.В. Якимчук, А.В. Чуприна // Харчова промисловість. — 2003. — № 2. — С. 79–83.
2. Справочник механика пищевой промышленности / А.И. Соколенко, А.И. Украинец, В.А. Поддубный и др. — К.: АртЭк, 2004. — 304 с.
3. Соколенко А.І. Регульовані гравітаційні пристрої / А.І. Соколенко, К.В. Васильківський, В.А. Піддубний // Упаковка. — 2005. — № 1. — С. 33–35.

4. *Соколенко А.І.* Моделювання процесів пакування : Підруч. для студ. ВНЗ / А.І. Соколенко, В.Л. Яровий, В.А. Піддубний та ін. — Вінниця: Нова книга, 2004. — 272 с.
5. *Чуприна А.В.* Наукове обґрунтування розробки функціональних модулів пакетоформувальних машин для продовольчих товарів: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.18.12 «Процеси та обладнання харчових, мікробіологічних та фармацевтичних виробництв» / Чуприна Анатолій Володимирович; НУХТ. — К., 2004. — 19 с.