

УДК 681.513.5:664.12

## ДОСЛІДЖЕННЯ РОБАСТНОСТІ ОПТИМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ТЕПЛОВИМ ОБ'ЄКТОМ

*Н. М. Луцька, кандидат технічних наук*

*Національний університет харчових технологій*

*Наведена математична модель об'єкта керування, що описує температурний режим нахиленої дифузійної установки цукрового заводу та показні джерела невизначеностей її параметрів. Проведені дослідження оптимальної системи керування з регулятором, що синтезований при мінімізації  $H_\infty$ -норми передатної функції системи, показали доцільність його застосування при дії різних видів збурень та при зміні параметрів об'єкта.*

***Тепловий об'єкт,  $H_\infty$ -оптимізація, оптимальний регулятор, робастна якість, робастна стійкість, математична модель.***

На сьогодні вагоме місце в сучасній теорії керування технологічними процесами має робастна теорія [1]. Це пов'язано з простотою використання лінійної моделі об'єкта керування, де всі неточності математичної моделі від реального об'єкта керування вкладаються в деякий клас невизначеностей. Відомі різні методи синтезу оптимального таробастного регулятора в просторі станів, зокрема  $H_2$ ,  $H_\infty$ -оптимізація, мінімізація зважених норм, анізотропійні регулятори [1, 2]. Ґрунтуючись на мові функціонального аналізу, оптимальний регулятор шукається зважаючи на те, що вхідні та вихідні дії обмежені в деякій нормі. Синтезований регулятор за кожним з методів є оптимальним лише при обмежених відповідних нормах вхідних та вихідних сигналах та їх характеристик, при невідповідності останніх з'являється статична похибка в системі керування.

Технологічні об'єкти функціонують в умовах невизначеності, при чому лише частину з них можна розрахувати чисельно. Для теплових технологічних об'єктів керування, математична модель яких описує множину температур, важливим питанням залишається якість та стійкість системи керування при зміні параметрів об'єкта.

**Мета дослідження** – оцінити якість та стійкість системи керування тепловим об'єктом з регулятором, що синтезований за критерієм мінімізації  $H_{\infty}$ -норми замкненої системи при зміні параметрів об'єкта. Об'єктом дослідження взято математичну модель теплового режиму нахиленої дифузійної установки цукрового заводу потужністю 3000 т/добу, що оснащена чотирма паровими камерами.

**Методика та результати дослідження.** Розглянемо математичну модель об'єкта керування в просторі станів:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{C}_1\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{21}\mathbf{w}(t). \end{cases} \quad (1)$$

Тут  $\mathbf{x}(t)$  – вектор стану,  $\mathbf{y}(t)$  – вектор вимірювань,  $\mathbf{z}(t)$  – вектор контрольованих виходів,  $\mathbf{u}(t)$  – вектор керування,  $\mathbf{w}(t)$  – вектор зовнішніх входів системи.

Перше рівняння, як правило, складається на основі теплового балансу та лінеаризується в околі робочої точки. Для температурнахиленої дифузійної установки цукрового заводу матриці першого рівняння математичної моделі (1) приймають наступні значення [3]:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.8643 & 0.4667 & 0 & 0 & 0.0259 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3678 & -0.8554 & 0.4619 & 0 & 0 & 0.0257 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3641 & -0.8467 & 0.4572 & 0 & 0 & 0.0254 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3604 & -0.8382 & 0 & 0 & 0 & 0.0251 \\ 11.27 & 0 & 0 & 0 & -11.27 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25.45 & 0 & 0 & 0 & -25.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20.45 & 0 & 0 & 0 & -20.45 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 13.99 & 0 & 0 & 0 & -13.99 \end{bmatrix} \cdot 10^{-2};$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0.3717 & -0.2334 & 0.1299 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1198 & 0.0342 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0339 & 0.0254 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0754 & -0.7293 & 0.2766 & 0.1760 & 0.7712 & 0.7712 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-2},$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3155.69 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7351.15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5858.90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3948.25 \end{bmatrix} \cdot 10^{-2},$$

при чому координатами стану є температури сокостружки та гріючої пари за зонами установки, керуючими діями є витрати пари в парову камеру кожної з зон, а збуреннями температури та витрати вхідних потоків.

Враховуючи, що метою керування є підтримання оптимальної температури сокостружкової суміші за зонами установки та саме ці температури вимірюються, то матриці другого та третього рівняння в (1) запишуться:

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

а матриці  $\mathbf{D}_{12}\mathbf{D}_{21}$  – нульові відповідних розмірностей.

Для теплового технологічного об'єкта, математична модель якого описує множину температур, при проектуванні системи керування невизначеності можна поділити на два види:

- невизначеності в описі математичної моделі (припущення, лінеаризація, дискретизація);

- невизначеності у функціонуванні технологічного об'єкта (невизначеність зовнішнього середовища, непередбачувані невизначеності).

При описі математичної моделі об'єкта всі названі невизначеності необхідно описати деяким класом невизначеностей. Основу невизначеності матриць першого рівняння в моделі (1) складають постійні часу математичної моделі об'єкта, що в свою чергу залежать від зміни робочого об'єму та теплоємності робочої рідини.

При проектуванні системи керування тепловим технологічним об'єктом невизначеності виникають при:

- математичному описі критерію керування, що впливає з мети керування (невизначеність мети);
- похибці розрахунку спостерігача;
- похибці розрахунку регулятора.

Останні дві похибки можна розрахувати чисельно, використовуючи відповідний метод синтезу спостерігача та регулятора, тобто їх точність залежить від методики синтезу.

Крім цього при експлуатації спроектованої системи керування додатково виникають похибки, що ведуть до виникнення експлуатаційних невизначеностей:

- похибки первинних та вторинних перетворювачів температури;
- похибки цифрових перетворювачів пристрою керування (АЦП, ЦАП, ЦИП і т.д.);
- похибки ліній зв'язку системи керування;
- похибки розрахунку пристрою керування.

Всі названі експлуатаційні невизначеності вкладаються в клас точності відповідних технічних пристроїв, а їх загальну похибку можна розрахувати за формулою:

$$D = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2, \quad (2)$$

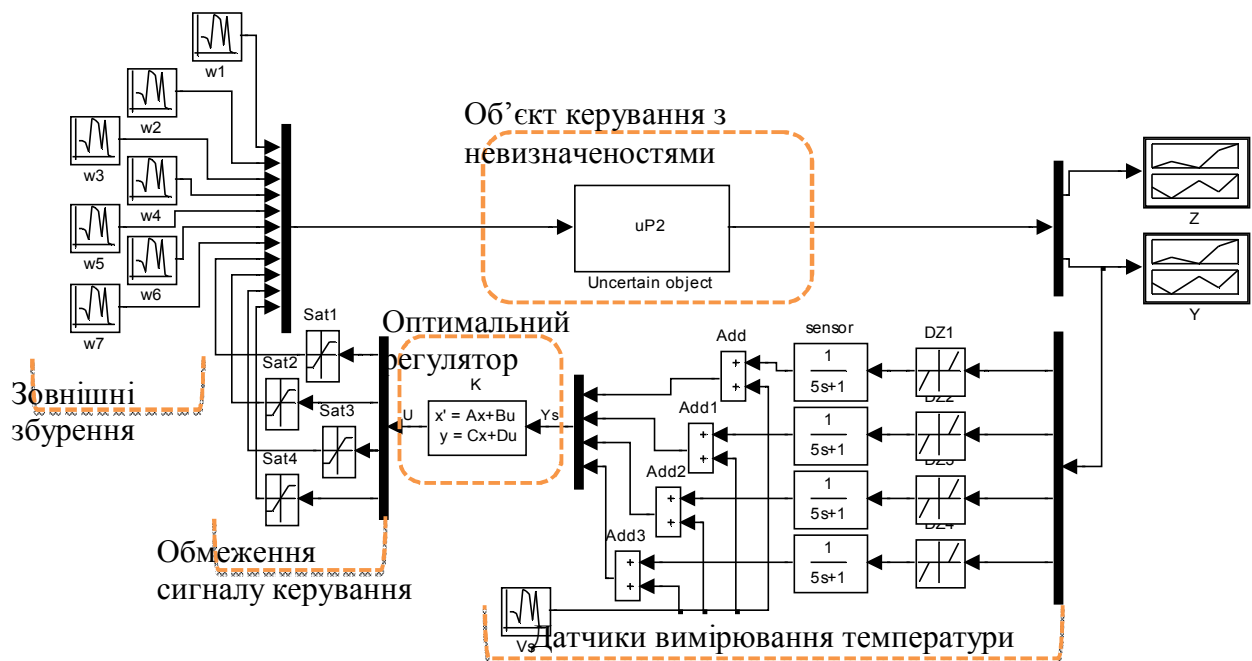
де  $D$  – дисперсія технічної складової системи керування;  $\sigma_i$  – середньоквадратичне відхилення кожного пристрою технічної складової системи керування відповідно. Тоді за правилом  $3\sigma$  визначається абсолютна похибка технічної системи, за допомогою якої описується статистична невизначеність системи.

Підсумовуючи викладене, можна зробити висновок, що розрахувати всі невизначеності в технологічній системі керування не можливо, а можна лише з деякою достовірністю описати невизначеності технологічного об'єкта у вигляді найбільшого відсотку  $d$  від матриці  $A_0$ , що можна представити у формі інтервального матричного сімейства:

$$A(q) = A_0 + \Delta, \quad |\Delta_{ij}| \leq \gamma, \quad i, j = 1, \dots, n \quad (3)$$

при  $\Delta = d A_0$  або  $|d a_{ij}^0| \leq \gamma$ , де  $\gamma$  – розмах невизначеності. Для температур дифузійної установки параметри математичної моделі змінюються в межах 30% від розрахованих значень.

Структурна схема оптимальної системи керування наведена на рис.1.



1. Структурна схема оптимальної системи керування

В структурі враховані типові нелінійності, що завжди існують в реальній системі керування, а також моделі датчиків вимірювання температури та їх

шуми. Субоптимальний регулятор  $\mathbf{K}$ , щосинтезований при мінімізації  $H_\infty$ -норми номінальної передатної функції замкненої системи від зовнішніх збурень  $\mathbf{w}(t)$  до контрольованого виходу  $\mathbf{z}(t)$ , має вигляд:

$$\mathbf{K}(s) \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\infty & -\mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty \\ \mathbf{F}_\infty & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

де параметри регулятора  $\mathbf{A}_\infty, \mathbf{Z}_\infty, \mathbf{L}_\infty, \mathbf{F}_\infty$  розраховуються за 2-Ріккати підходом[2]. При цьому отримане значення критерію керування становить:  $\|\mathbf{H}(s)\|_\infty = 8.62 \cdot 10^{-6}$ .

Моделювання системи відбувалося при різних зовнішніх збуреннях: статистичний сигнал зі стаціонарними характеристиками та гармонічний сигнал. Як видно з сімейств перехідних процесів (рис.2), відхилення контрольованих виходів  $\mathbf{z}(t)$  настільки мале, що ним можна знехтувати, а заданий розмах невизначеності параметрів математичної моделі об'єкта керування мало впливає на одержаний результат.

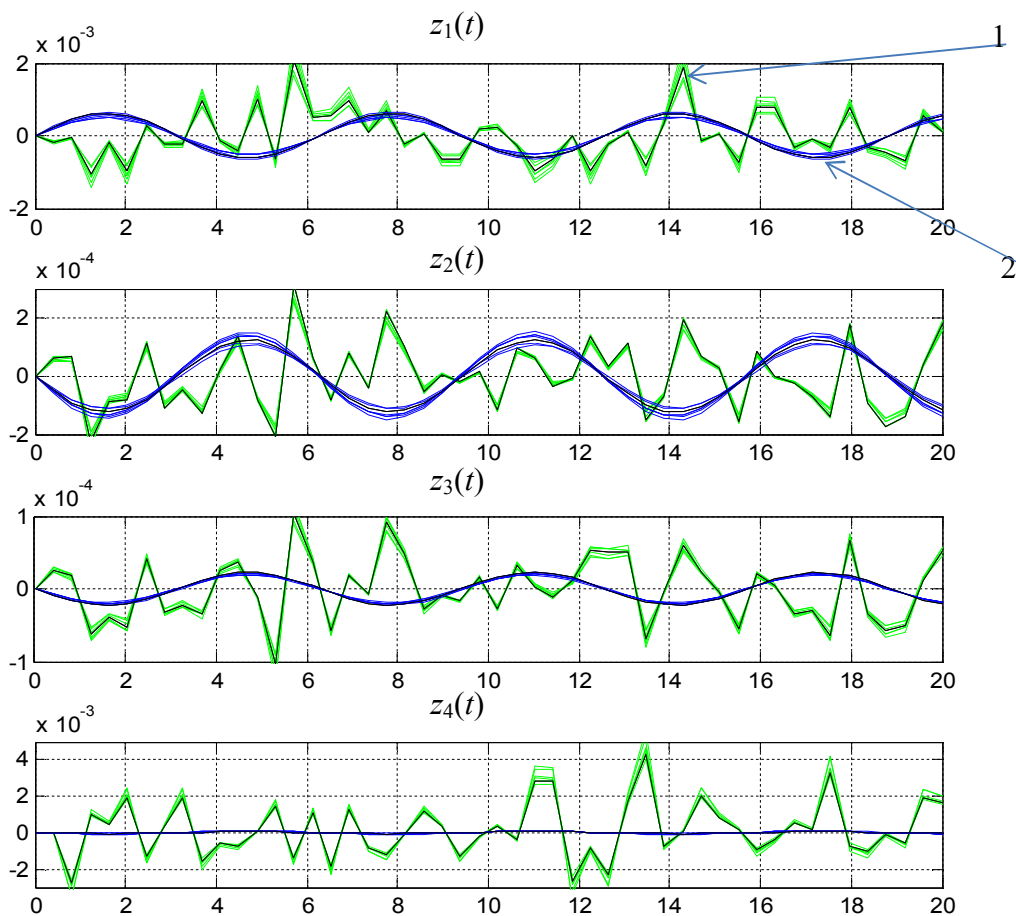


Рис . 2. Сімейство перехідних процесів в оптимальній системі керування при дії збурень: 1 – випадковий сигнал; 2 – гармонічний сигнал

## Висновки

При використанні оптимального регулятора, що синтезований за критерієм мінімізації  $H_\infty$ -норми передатної функції замкненої системи від вектора зовнішніх збурень до вектора контрольованих виходів, якісні показники перехідних процесів в системі керування задовольняють технологічним вимогам процесу. Стійкість системи не втрачається при зміні параметрів математичної моделі об'єкта на заданий відсоток. При введені нелінійностей в систему керування суттєвих змін не спостерігалось.

Отже, дослідження показали працездатність та доцільність застосування  $H_\infty$ -оптимального регулятора для теплового об'єкта.

## Список літератури

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.4: Теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. — М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 744 с.
2. R. Sanchez-Pena and M. Sznajder. Robust system. Theory and application - Wiley & Sons, Inc, 1998.
3. Луцька Н.М. Дослідження та синтез оптимальних регуляторів для систем автоматизації технологічних комплексів неперервного типу [Текст]: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.13.07 / Луцька Наталія Миколаївна; Національний ун-т харчових технологій. - К., 2006. – 16 с.

*Представлена математическая модель объекта управления, описывающая температурный режим наклонной диффузионной установки сахарного завода и показаны примеры расчета неопределенностей ее параметров. Проведенные исследования оптимальной системы управления с регулятором, синтезированным при минимизации  $H_\infty$ -нормы передаточной функции системы, показали целесообразность его применения при воздействии различных видов возмущений и при изменении параметров объекта.*

***Тепловой объект,  $H_\infty$ -оптимизация, оптимальный регулятор, робастное качество, робастная устойчивость, математическая модель.***

*Presented the mathematical model of control object, which describes the temperature regime inclined diffusion plant sugar factory and show examples of the calculation of uncertainties of parameters. Studies optimal control system with controller, synthesized by minimizing  $H_\infty$ -norm of the transfer function of the system shown the expediency of its use under the influence of various kinds of perturbations and change object's parameters.*

***Heat object,  $H_\infty$ -optimization, optimal control, robust quality, robust stability, mathematical model.***