



НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ

# Харчова ПРОМИСЛОВІСТЬ

16

КИЇВ НУХТ 2014

## RATIONALE ALGORITHM FOR OPTIMAL ROBUST CONTROL

**B. M. Goncharenko, A. P. Lobok**  
*National University of Food Technologies*

### Key words:

optimization problem,  
robustness,  
the synthesis of robust controller,  
Riccati equation,  
the Hamiltonian,  
connected to the system,  
the criterion task

### Article history:

Received 22.09.2014  
Received in revised form  
10.10.2014  
Accepted 8.11.2014

### Corresponding author:

goncharenkobn@i.ua

### ABSTRACT

The problem of construction optimal robust control as a feedback connection from the state of linear dynamic system, which minimizes the integral square functional under the most adverse perturbations of the system is considered. Considered and proposed solution to the problem of constructing a guaranteed linear control system that is influenced by perturbations of unknown nature, which, however, are limited to the area in the form of an ellipsoid. Received the one-parameter family of minimax controllers for which a given criterion does not exceed a certain limit. Minimax optimal control sought by searching the minimum threshold functionality using numerical iterative methods. The foregoing should facilitate the application of the method in the food industry minimax approach for practical optimization problems of estimation and control parameter values restored states.

## ОБГРУНТУВАННЯ АЛГОРИТМУ ОПТИМАЛЬНОГО РОБАСТНОГО КЕРУВАННЯ

**Б. М. Гончаренко, д-р. техн. наук**  
**О. П. Лобок, канд. фіз.-мат. наук**  
*Національний університет харчових технологій*

*«Немає речі більш практичної, ніж хороша теорія»*

*Оптимальне робастне керування у вигляді зворотного зв'язку від стану лінійного динамічного об'єкта мінімізує інтегрально-квадратичний функціонал при найбільш несприятливих збуреннях системи. Оптимальне мінімаксне керування знаходиться шляхом пошуку мінімально допустимого порогового значення функціоналу за допомогою чисельних ітераційних методів.*

**Ключові слова:** оптимізаційна задача, робастність, синтез робастного регулятора, рівняння Ріккати, функція Гамільтона, сполучена система, критеріальна задача.

**Вступ.** Більшість об'єктів керування в реальних системах функціонує [1] в умовах невизначеності, пов'язаної з недостатньою інформацією про об'єкт, неточністю його математичної моделі, вихідних даних і т.д. Тому завданням керування об'єктами, що функціонують в умовах невизначеності, приділялася і продовжує приділятися велика увага [2]. У даній роботі розглядається і пропонується розв'язок задачі побудови гарантованого керування лінійною системою, що знаходиться під впливом збурень невідомої природи, які однак належать до обмеженої області у вигляді еліпсоїда [3].

**Постановка проблеми та аналіз стану останніх досліджень.** Динаміка стану лінійного об'єкта  $x(t)$  при керуванні  $u(t)$  і збуреннях  $f_0, f(t)$  наступна

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t) + K(t)f(t), & 0 < t < T, \\ x(0) = Lf_0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $x(t) \in \mathbf{R}^n$  — вектор стану,  $u(t) \in \mathbf{R}^m$  — вектор керування,  $f(t) \in \mathbf{R}^r$  — невідомий вектор зовнішніх збурень, що діють на систему,  $f_0 \in \mathbf{R}^l$  — також невідомий вектор, що збурює систему (1) в початковий момент часу,  $A(t) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $B(t) \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $K(t) \in \mathbf{R}^{n \times r}$ ,  $L \in \mathbf{R}^{n \times l}$  — задані матриці.

Область допустимих збурень задається у вигляді еліпсоїда [3]

$$S_f = \left\{ f : f = (f_0, f(\cdot)), (F_0 f_0, f_0) + \int_0^T (F(t)f(t), f(t)) dt < 1 \right\}, \quad (2)$$

де  $F_0 = F_0^T > 0$ ,  $F(t) = F^T(t) > 0$  — відомі вагові матриці.

Введемо [3] інтегрально-квадратичний критерій оптимальності

$$J(u, f) = (Hx(T), x(T)) + \int_0^T ((G(t)x(t), x(t)) + (D(t)u(t), u(t))) dt, \quad (3)$$

де  $H = H^T > 0$ ,  $G(t) = G^T(t) > 0$ ,  $D(t) = D^T(t) > 0$  — задані матриці і розглянемо задачу пошуку оптимального керування об'єктом (1).

Знайдемо оптимальне керування  $u^*$ , що задовільняє умову

$$J(u^*) = \inf_{u \in U} \left\{ \sup_{f \in S_f} J(u, f) \right\}, \quad (4)$$

де  $J(u, f)$  — функціонал виду (3).

**Мета статті.** Визначення можливості застосування теорії оптимального робастного керування до синтезу працездатних (робастних) систем в умовах невизначеності.

**Виклад основного матеріалу.** Для досягнення означеної мети перетворимо спочатку множину допустимих збурень  $S_f$ .

Для цього нагадаємо, що будь-яка симетрична позитивно визначена матриця  $F$  допускає факторизацію виду  $F = \Phi \Lambda \Phi^T$ , де  $\Phi$  — ортогональна матриця  $\Phi^{-1} = \Phi^T$ , яка складається з ортонормованих власних вектор-стовпців матриці  $F$ ,  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  — діагональна матриця власних значень  $\lambda_i > 0$  матриці  $F$ . Якщо позначити  $\Lambda^{1/2} = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_r})$ , то матрицю  $F$  можна представити у вигляді  $F = F^{1/2} \cdot F^{1/2}$ , де  $F^{1/2} = \Phi \Lambda^{1/2} \Phi^T$  ( $F^{1/2} = (F^{1/2})^T$ ).

Введемо тепер множину  $\Omega_{n,m}$  виду

$$\Omega_{n,m} = \left\{ \begin{pmatrix} a_0 \\ a(t) \end{pmatrix} : a_0 \in \mathbf{R}^n, a(t) \in L_2^n(0, T); a_0^T a_0 + \int_0^T a^T(t) a(t) dt < \infty \right\},$$

де

$$L_2^n(0, T) = \left\{ a : a = a(t) = (a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t))^T, a_i(t) \in L_2(0, T), i = 1, 2, \dots, n \right\}$$

і визначимо на ньому скалярний добуток норми

$$\langle a, b \rangle_{\Omega_{n,m}} = a_0^T b_0 + \int_0^T a^T(t) b(t) dt, \|a\|_{\Omega_{n,m}}^2 = \langle a, a \rangle_{\Omega_{n,m}} = a_0^T a_0 + \int_0^T a^T(t) a(t) dt,$$

$$\text{де } a = \begin{pmatrix} a_0 \\ a(t) \end{pmatrix} \in \Omega_{n,m}, \quad b = \begin{pmatrix} b_0 \\ b(t) \end{pmatrix} \in \Omega_{n,m}.$$

Якщо ввести позначення для вектора збурення

$$w_0 = F_0^{-1/2} f_0, \quad w(t) = F^{1/2}(t) f(t), \quad (5)$$

то ліву частину нерівності, що задає обмеження (2), можна перетворити так

$$(F_0 f_0, f_0) + \int_0^T (F(t) f(t), f(t)) dt = (w_0, w_0) + \int_0^T (w(t), w(t)) dt = \langle w, w \rangle_{\Omega_{r,r}} = \|w\|_{\Omega_{r,r}}^2,$$

$$\text{де } w = \begin{pmatrix} w_0 \\ w(t) \end{pmatrix} \in \Omega_{r,r}. \quad (6)$$

Таким чином, множину  $S_f$  еквівалентно перетворено на множину  $S_w$  ( $S_f \leftrightarrow S_w$ ) виду

$$S_w = \left\{ w : w = (w_0, w(t)), \|w\|_{\Omega_{r,r}} \leq 1 \right\}. \quad (7)$$

Якщо ввести позначення

$$v(t) = D^{1/2}(t) u(t), \quad B_v(t) = B(t) D^{-1/2}(t), \quad K_w(t) = K(t) F^{-1/2}(t), \quad L_w = L F_0^{-1/2}, \quad (8)$$

то система (1) запишеться так

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B_v(t)v(t) + K_w(t)w(t), & 0 < t < T, \\ x(0) = L_w w_0, \end{cases} \quad (9)$$

а функціонал критерію (3) оптимальності матиме вигляд

$$\begin{aligned} I(u, f) &= (Hx(T), x(T)) + \int_0^T ((G(t)x(t), x(t)) + (D(t)u(t), u(t))) dt = \\ &= (H^{1/2}x(T), H^{1/2}x(T)) + \int_0^T ((G^{1/2}(t)x(t), G^{1/2}(t)x(t)) + (v(t), v(t))) dt = I(v, w), \end{aligned} \quad (10)$$

де  $v$  — вектор керувального діяння.

Очевидно, що функціонал  $I(v, w)$  можна представити у вигляді

$$I(v, w) = \langle z, z \rangle_{\Omega_{n,n+m}} = \|z\|_{\Omega_{n,n+m}}^2, \quad (11)$$

$$\text{де } z = \begin{pmatrix} H^{1/2}x(T) \\ G^{1/2}(t)x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} \text{ — вектор контрольованих змінних (параметрів).}$$

Оскільки система (9) лінійна, то існує лінійний передавальний оператор  $R_v$ , який залежить від обраної стратегії керування, що відображає вектор вхідних впливів  $w \in \Omega_{r,r}$  на вектор контрольованих змінних  $z$ , т.т.

$$z = R_v(w), \quad w \in \Omega_{r,r}, \quad z \in \Omega_{n,n+m}. \quad (12)$$

Таким чином, функціонал (11) може бути записаний у вигляді

$$I(u, f) = I(v, w) = \|z\|_{\Omega}^2 = \|R_v(w)\|_{\Omega}^2 \quad (13)$$

і отримуємо наступне формулювання задачі

$$\sup_{f \in S_f} I(u, f) = \sup_{w \in S_w} \|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 = \sup_{\|w\|_{\Omega_{i,r}}^2 \leq 1} \|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 = \sup_{w \in \Omega_{i,r}, w \neq 0} \frac{\|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2}{\|w\|_{\Omega_{i,r}}^2} = \|R_v\|_{\Omega}^2, \quad (14)$$

де  $\|R_v\|_{\Omega}$  — норма передавального оператора  $R_v$ , породжена нормами просторів  $\Omega_{n,m}$ .

Врешті оптимізаційна задача (4) зводиться до еквівалентної оптимізаційної задачі виду

$$J(v) = \sup_{w \in S_w} I(v, w) = \|R_v\|_{\Omega}^2 \rightarrow \inf_{v \in V}. \quad (15)$$

Для її розв'язку знайдемо субоптимальне керування  $v$ , що задовольняє умову

$$\|R_v\|_{\Omega}^2 \leq \gamma^2, \quad (16)$$

де  $\gamma$  — деяке задане порогове значення.

Враховуючи, що

$$\sup_{w \in \Omega_{i,r}, w \neq 0} \frac{\|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2}{\|w\|_{\Omega_{i,r}}^2} = \|R_v\|_{\Omega}^2 \leq \gamma^2,$$

приходимо до еквівалентної нерівності

$$\frac{\|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2}{\|w\|_{\Omega_{i,r}}^2} \leq \gamma^2 \text{ або } \|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{i,r}}^2 \leq 0 \text{ для всіх } w \in \Omega_{i,r}.$$

Введемо позначення

$$J_{\gamma}(v, w) = \|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{i,r}}^2. \quad (17)$$

Оскільки нерівність  $J_{\gamma}(v, w) < 0$  повинна виконуватися для всіх  $w \in \Omega_{i,r}$ , то має бути справедливою і нерівність

$$\sup_{w \in \Omega_{i,r}} J_{\gamma}(v, w) < 0. \quad (18)$$

Таким чином, якщо керування задовольняє нерівність (16), то воно задовольняє і нерівність (18) і навпаки. Враховуючи вид функціоналу  $J_{\gamma}(v, w)$ , і керування  $v$  будемо знаходити з умови

$$\inf_{v \in L_2^m(0, T)} \sup_{w \in \Omega_{i,r}} J_{\gamma}(v, w) < 0. \quad (19)$$

Керування  $v$ , яке є розв'язком останньої оптимізаційної задачі, будемо називати субоптимальним керуванням [4], параметризованим за параметром  $\gamma$ .

Для розв'язку задачі (19) можна використовувати теорію динамічних (диференціальних) ігор двох осіб з нульовою сумою і з ціною гри, яка визначається функціоналом

$$J_\gamma(v, w) = \inf_{v \in L_2^m(0, T)} \|w\|_{\Omega_{n, n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l, r}}^2 = \|z\|_{\Omega_{n, n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l, r}}^2. \quad (20)$$

Першим гравцем ( $v$  — гравець) виступає конструктор, який за допомогою відповідного вибору стратегії керування намагається мінімізувати свій програш при виборі стратегії. Конструктор використовує функціонал  $J_\gamma(v, w)$  як міру «вартості», пов'язаної з вибором стратегії керування. Його метою є побудова регулятора  $v$  в формі (8), який мінімізує критерій  $J_\gamma(v, w)$  при найбільш несприятливих вхідних впливах  $w$ . Це веде до гарантованої якості виконання верхнього значення динамічної гри

$$r(\gamma) = \inf_{v \in L_2^m(0, T)} \sup_{w \in \Omega_{l, r}} J_\gamma(v, w). \quad (21)$$

Далі, якщо позначити  $r(\gamma^*) = \inf_{\gamma > 0} r(\gamma)$  або  $\gamma^* = \arg \inf_{\gamma > 0} r(\gamma)$ , то аналогічно з [5] можливо довести, що  $(\gamma^*)^2 = \inf_{v \in L_2^m(0, T)} \|R_v\|^2$  або  $\gamma^* = \inf_{v \in L_2^m(0, T)} \|R_v\|$ , де  $(\gamma^*)^2$  — мінімальне значення критерію (20) при найбільш несприятливих збуреннях  $W \in \Omega_{l, r}$ .

Враховуючи (12), перетворимо функціонал  $J_\gamma(v, w)$

$$\begin{aligned} J_\gamma(v, w) &= \|R_v(w)\|_{\Omega_{n, n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l, r}}^2 = \|z\|_{\Omega_{n, n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l, r}}^2 = \\ &= (Hx(T), x(T)) + \int_0^T ((G(t)x(t), x(t)) + (v(t), v(t))) dt - \gamma^2 ((w_0, w_0) + \int_0^T (w(t), w(t)) dt). \end{aligned} \quad (22)$$

Перед розв'язанням задачі  $\inf_{v \in L_2^m(0, T)} \sup_{w \in \Omega_{l, r}} J_\gamma(v, w)$  зазначимо, що

$$\inf_{v \in L_2^m(0, T)} \sup_{w \in \Omega_{l, r}} J_\gamma(v, w) = \sup_{w_0 \in R'} \left\{ \inf_{v \in L_2^m(0, T)} \sup_{w \in L_2^l(0, T)} J_\gamma(v, w) \right\}, \quad (23)$$

тому для розв'язання можливо використати мінімакський принцип Понтрягіна, відповідно до якого побудована функцію Гамільтона виду

$$\begin{aligned} H(x, v, w, \lambda) &= (G(t)x(t), x(t)) + (v(t), v(t)) - \gamma^2 (w(t), w(t)) + \\ &+ \lambda^T(t) (A(t)x(t) + B_v(t)v(t) + K_w(t)w(t)), \end{aligned}$$

де  $x$  і  $\lambda$  задовольняють наступну систему сполучених рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} - \nabla_x H(x, v, w, \lambda) = A(t)x(t) + B_v(t)v(t) + K_w(t)w(t), \\ \frac{d\lambda(t)}{dt} = -\nabla_\lambda H(x, v, w, \lambda) = -A^T(t)\lambda(t) - 2G(t)x(t), \end{cases}$$

з крайовими умовами

$$x(0) = L_w w_0, \quad \lambda(T) = \nabla_{x(T)} [(Hx(T), x(T))] = 2Hx(T).$$

Оптимальне значення  $v(w)$  знайдеться за умови мінімізації (максимізації) функції  $H(x, v, w, \lambda)$  за  $v(w)$ , тобто за умови

$$\nabla_v H(x, v, w, \lambda) = 2v(t) + B_v^T(t)\lambda(t) = 0, \quad \nabla_w H(x, v, w, \lambda) = -2\gamma^2 w(t) + K_w^T(t)\lambda(t) = 0.$$

Звідки знаходимо

$$v(t) = -\frac{1}{2} B_v^T(t)\lambda(t), \quad w(t) = \frac{1}{2\gamma^2} K_w^T(t)\lambda(t). \quad (24)$$

Враховуючи (24), сполучену систему перетворено так

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) - \frac{1}{2} B_v(t)B_v^T(t)\lambda(t) + \frac{1}{2\gamma^2} K_w(t)K_w^T(t)\lambda(t), \\ \frac{d\lambda(t)}{dt} = -A^T(t)\lambda(t) - 2G(t)x(t), \end{cases} \quad (25)$$

$$x(0) = L_w w_0, \quad \lambda(T) = 2Hx(T). \quad (26)$$

Сполучену функцію  $\lambda(t)$  цієї двоточечної крайової задачі знайдемо у вигляді

$$\lambda(t) = 2P(t)x(t), \quad (27)$$

де  $P(t)$  — шукана матриця.

Враховуючи сполучену систему (25), знайдемо похідну від функції (27) за часом  $t$

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda(t)}{dt} &= 2 \frac{dP(t)}{dt} x(t) + 2P(t) \frac{dx(t)}{dt} = 2 \frac{dP(t)}{dt} x(t) + \\ &+ 2P(t) \left( A(t)x(t) - \frac{1}{2} B_v(t)B_v^T(t)\lambda(t) + \frac{1}{2\gamma^2} K_w(t)K_w^T(t)\lambda(t) \right) = -2A^T(t)P(t)x(t) - 2G(t)x(t), \end{aligned}$$

звідки отримаємо

$$\begin{aligned} 2 \left( \frac{dP(t)}{dt} + P(t)A(t) - P(t)B_v(t)B_v^T(t)P(t) + \frac{1}{\gamma^2} P(t)K_w(t)K_w^T(t)P(t) + \right. \\ \left. + A^T(t)P(t) + G(t) \right) x(t) = 0. \end{aligned}$$

Враховуючи, що останнє рівняння має виконуватися для всіх  $x(t)$ , знайдемо

$$\frac{dP(t)}{dt} + P(t)A(t) - P(t)B_v(t)B_v^T(t)P(t) + \frac{1}{\gamma^2} P(t)K_w(t)K_w^T(t)P(t) + A^T(t)P(t) + G(t) = 0,$$

а з (26) і (27) знайдемо початкову умову для останнього рівняння  $P(T) = H$ .

Таким чином, отримане матричне диференціальне рівняння щодо матриці  $P(t)$ , зване рівнянням типу Ріккати

$$\begin{cases} \frac{dP(t)}{dt} = -A^T(t)P(t) - P(t)A(t) + P(t) \left( B_v(t)B_v^T(t) - \frac{1}{\gamma^2} K_w(t)K_w^T(t) \right) P(t) - G(t), \\ P(T) = H. \end{cases} \quad (28)$$

Враховуючи співвідношення (24) і (27), остаточно отримуємо оптимальні значення для функцій  $v(t)$  і  $w(t)$ , які представимо так

$$v^*(t) = -B_v^T(t)P(t)x(t), \quad w^*(t) = \frac{1}{\gamma^2} K_w^T(t)P(t)x(t). \quad (29)$$

Саме вирази функцій керування (29) є тим підґрунтям, на якому базується практична програмна реалізація знайденого оптимального керування будь-яким лінійним об'єктом, що працює в умовах невизначеності, при застосуванні, наприклад, комп'ютера в якості регулятора.

Значення функціоналу  $J_\gamma(v^*, w^*)$ , проминаючи проміжні викладки, може мати [6] кінцевий вигляд

$$J_\gamma(v^*, w^*) = w_0^T (L_w^T P(0)L_w - \gamma^2 E) w_0.$$

Тоді, враховуючи співвідношення (23), можна отримати

$$\begin{aligned} \inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in \Omega_{\gamma,r}} J_\gamma(v, w) &= \sup_{w_0 \in R^l} \left\{ \inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in L_2^l(0,T)} J_\gamma(v, w) \right\} = \sup_{w_0 \in R^l} \{J_\gamma(v^*, w^*)\} = \\ &= \sup_{w_0 \in R^l} \{w_0^T (L_w^T P(0)L_w - \gamma^2 E) w_0\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Оскільки шукане керування повинно задовольняти умову

$$\inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in \Omega_{\gamma,r}} J_\gamma(v, w) < 0, \quad (31)$$

то з (30) маємо  $\sup_{w_0 \in R^l} \{w_0^T (L_w^T P(0)L_w - \gamma^2 E) w_0\} < 0$ . Ця нерівність справедлива тільки при виконанні умови

$$L_w^T P(0)L_w - \gamma^2 E < 0, \quad (32)$$

тобто матриця  $L_w^T P(0)L_w - \gamma^2 E$  повинна бути від'ємно визначеною. В іншому випадку, як нескладно показати  $\sup_{w_0 \in R^l} \{w_0^T (L_w^T P(0)L_w - \gamma^2 E) w_0\} = \infty$ , що суперечить умові (18). Відзначимо також, що при виконанні умови (32)  $\sup_{w_0 \in R^l} \{w_0^T (L_w^T P(0)L_w - \gamma^2 E) w_0\} = 0$ , що досягається при значенні  $w_0^* = 0$ .

**Висновок.** У даній роботі запропонований розв'язок задачі побудови оптимального робастного керування лінійною системою, що знаходиться під впливом збурень невідомої природи, які проте належать до обмеженої області у вигляді заданого еліпсоїда. Отримано однопараметричне сімейство мінімакських регуляторів, при яких заданий критерій не перевищує деякого граничного значення, що забезпечує їхню робастність. Оптимальне робастне керування знаходиться шляхом пошуку мінімально допустимого порогового значення функціоналу критерію за допомогою чисельних ітераційних методів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Гончаренко, Б.М. Алгоритм синтезу оптимальних робастних регуляторів / Б.М. Гончаренко, Л.Г. Віхрова // Збірник наук. Праць Кіровоградського нац. техн. універс. Техніка в сільськогосп-му виробн-ві, галузеве машб-уд-ня, автоматизація. — 2014. — Вип 27. — С. 292—298.
2. Понтрягин, Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко, — М.: Наука, 1961. — 124—125 с.



3. Гончаренко, Б.М. Аналітичне подання збурень при розв'язуванні задачі оптимізації керування багатовимірним об'єктом [Текст] / Б.М. Гончаренко, А.О.Повзик // Журнал «Наукові праці НУХТ». №.49. — К.: НУХТ. 2013, с. 8—13

4. Киселев, О.Н. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию  $H_2$  и по критерию максимальной робастности / О.Н. Киселев, Б.Т. Поляк // Автом. телемех — М.: МГТУ, 1999 — Вып.3 — 113—115 с.

5. Шайхет, Л.Е. Устойчивость по вероятности нелинейных стохастических систем с запаздыванием / Л.Е. Шайхет // Математические заметки. 1995. Т. 57, Вып.1. — 142—146 с.

6. Афанасьев, В.Н. Аналитическое конструирование детерминированных непрерывных систем управления : учеб. пособие / В.Н. Афанасьев — М.: МГИЭМ, 2003 — 88—89 с.

## ОБОСНОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОПТИМАЛЬНОГО РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

**Б.Н. Гончаренко, А.П. Лобок**

*Национальный университет пищевых технологий*

*Оптимальное робастное управление ищется в виде обратной связи от состояния линейной динамической системы, которая минимизирует интегрально-квадратичный функционал при наиболее неблагоприятных возмущениях системы. Получено однопараметрическое семейство минимаксных регуляторов, для которых заданный критерий не превышает некоторого граничного значения. Оптимальное минимаксное управление находится путём поиска минимально допустимого порогового значения функционала при помощи числовых итерационных методов.*

**Ключевые слова:** *оптимизационная задача, робастность, синтез робастного регулятора, уравнение Риккати, функция Гамильтона, соединённая система, критериальная задача.*