

Моделювання теплогідродинамічних процесів в киплячих низхідних кільцевих потоках цукрових розчинів

В.П. Петренко, кандидат технічних наук, доцент кафедри теплоенергетики та холодильної техніки, Національний університет харчових технологій

О.М. Рябчук, кандидат технічних наук, доцент кафедри теплоенергетики та холодильної техніки, Національний університет харчових технологій

О.Ю. Пилипенко, кандидат технічних наук, доцент кафедри теплоенергетики та холодильної техніки, Національний університет харчових технологій

М.М. Мирошник, кандидат технічних наук, доцент кафедри теплоенергетики та холодильної техніки, Національний університет харчових технологій

Наведені результати моделювання теплообміну та міжфазного тертя в режимах випаровування з вільної поверхні та кипіння в низхідних кільцевих потоках води та цукрових розчинів, надані відповідні рівняння для їх розрахунку.

Ключові слова: теплообмін, кипіння, плівка, міжфазне тертя.

Представлены результаты моделирования теплообмена и межфазного трения в режимах испарения со свободной поверхности и кипения в нисходящих кольцевых потоках воды и сахарных растворов, наведены соответствующие уравнения для их расчетов.

Ключевые слова: теплообмен, кипение, пленка, межфазное трение.

Results of modelling of heat exchange and interphase friction in modes of evaporation from a free surface and boiling in descending ring streams of water and sugar solutions are presented, the corresponding equations for their calculations are induced.

Keywords: heat transfer, boiling, film, interfacial friction.

Основою енергозбереження в цукровій галузі є глибоке використання ВЕР з обов'язковим зміщенням паровідборів на хвостову частину випарної установки, яка експлуатується під розрідженням. За даних умов традиційний спосіб концентрування соків у випарних апаратах Роберта проблематичний, як з причини значної гідростатичної температурної депресії, так і низької інтенсивності тепловіддачі при кипінні в трубах в'язких сиропів в режимі природної циркуляції. Позбавитись гідростатичної температурної депресії та інтенсифікувати теплообмін дозволяє плівковий низхідний режим руху сиропу у плівкових випарних апаратах, методи розрахунку яких в області високих концентрацій під розрідженням недосконалі.

Експериментальних робіт з теплообміну в низхідних кільцевих потоках в області розрідження мало; до того ж, моделювання двофазових потоків здійснювалось на установках, що копіювали реальний випарний апарат, де неможливо відокремити ряд впливових на теплообмін та гідродинаміку факторів.

Моделювання процесів теплообміну в насичених плівках в режимі випаровування з вільної поверхні виконують, як правило, на основі напівемпіричних моделей турбулентності, особливістю яких є експериментально зафіксований факт пригнічення інтенсивності турбулентних пульсацій міжфазною поверхнею [1, 2, 3]. Вважаючи на складність аналізу на основі пошарової структури турбулентності [4], видається ефективною проста модель розподілу турбулентної в'язкості, запропонованої М.Д. Мілліоншиковим, згідно якої існує ламінарій прошарок товщиною $\delta_n^+ = 7,8$, та турбулентний з параболічний профілем турбулентної в'язкості $\frac{v_t}{v} = 0,39(\eta\delta^+ - \delta_n^+)(1 - \eta)$ в діапазоні $\frac{7,8}{\delta^+} \leq \eta \leq 1$. Якщо постійний коефіцієнт замінити на функцію $\epsilon_m = f(Re, Re_2)$, то останній вираз набуває вигляду

$$\frac{v_t}{v} = \epsilon_m (\eta\delta^+ - \delta_n^+) (1 - \eta), \quad (1)$$

де v , v_t , – молекулярна та турбулентна кінематична в'язкість, відповідно; $\eta = \frac{y}{\delta_n}$ – безрозмірна відстань від стінки; δ_n – товщина неперервного шару; δ_n^+ – товщина ламінарного прошарку;

$\delta_n^+ = \frac{\delta_n u^*}{\nu}$, $\delta_n^+ = \frac{\delta_n u^*}{\nu}$ – безрозмірні товщина ламінарного прошарку та неперервного шару, відповідно; $u^* = \sqrt{\frac{\tau_i + \rho g \delta_n}{\rho}}$ – динамічна швидкість; τ_i – дотична напруга на міжфазній поверхні; $Re = 4\Gamma_v / \nu$, $Re_2 = u_2 d \rho_2 / \mu_2$ – числа Рейнольдса плівки та потоку пари, відповідно; Γ_v – об'ємна щільність зрошення; u_2 – швидкість пари; ρ, ρ_2 – густини рідини та пари, відповідно; d – діаметр; μ_2 – динамічна в'язкість пари; g – прискорення вільного падіння.

Аналіз тепло-гідродинамічних процесів в низхідних кільцевих потоках виконуємо постулюючи, що основний термічний в плівці зосереджено в неперервному шарі плівки, а розподіл турбулентної в'язкості за межами ламінарного прошарку має вигляд функції (1), в якій ϵ_m підлягає визначенню. При цьому, поверхневі хвилі виконують роль турбулізатора, дія якого реалізується через міжфазну дотичну напругу τ_i .

Враховуючи, що для ламінарного прошарку $q = \frac{\lambda}{\delta_n \eta_n} (t_{cm} - t_n)$, а для турбулентного $q = -\frac{\lambda}{\delta_n} \left(1 + \frac{Pr}{Pr_t} [\epsilon_m (\eta \delta_n^+ - \delta_n^+) (1 - \eta)] \right) \frac{dt}{d\eta}$, інтегруючи отримуємо

$$\alpha = \frac{q}{t_{cm} - t_i} = \left(\frac{\lambda R_m}{\delta_n} \right) \left[\eta_n R_m - 2 \left[\arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m \frac{\delta_n^+ - \delta_n^+}{R_m} \right) - \arctg \left(\frac{Pr}{Pr_t} \epsilon_m \frac{\delta_n^+ (2\eta_n - 1) - \delta_n^+}{R_m} \right) \right] \right]^{-1}, \quad (2)$$

де Pr_t – турбулентне число Прандтля; q, λ – тепловий потік та теплопровідність, відповідно;

$$R_m = \sqrt{\left(\frac{Pr}{Pr_t} \right)^2 \epsilon_m^2 (2\delta_n^+ \delta_n^+ - \delta_n^{+2} - \delta_n^{+2}) - 4 \left(\frac{Pr}{Pr_t} \right) \epsilon_m \delta_n^+}.$$

Аналогічно з рівняння збереження імпульсу

$$\frac{\tau_i \delta_n}{\rho \nu} + \frac{g \delta_n^2}{\nu} (1 - \eta) = \left[1 + \left(\frac{\nu_t}{\nu} \right) \right] \frac{du}{d\eta}, \quad (3)$$

знаходимо профіль швидкості на ламінарній

$$u_n = \left[\left(\frac{\tau_i \delta_n}{\rho \nu} \right) + \left(\frac{g \delta_n}{2 \nu} \right) \right] \eta - \left(g \frac{\delta_n}{2 \nu} \right) \eta^2 \quad (4)$$

та на турбулентній ділянках плівки

$$u_t = \left[\left(\frac{\tau_i \delta_n}{\rho \nu} \right) + \left(\frac{g \delta_n}{2 \nu} \right) \right] \left\{ \frac{-2}{R_v} \left[\arctg \left(\frac{\epsilon_m}{R_v} (\delta_n^+ (2\eta - 1) - \delta_n^+) \right) + \arctg \left(\frac{\epsilon_m}{R_v} (\delta_n^+ (1 - 2\eta_n) + \delta_n^+) \right) \right] \right\} + u_{n,sp}, \quad (5)$$

де $u_{n,sp} = \left[\left(\frac{\tau_i \delta_n}{\rho \nu} \right) + \left(\frac{g \delta_n}{2 \nu} \right) \right] \eta_n - \left(g \frac{\delta_n}{2 \nu} \right) \eta_n^2$ – швидкість в плівці на границі ламінарного прошарку,

$$R_v = \sqrt{\epsilon_m^2 (2\delta_n^+ \delta_n^+ - \delta_n^{+2} - \delta_n^{+2}) - 4 \epsilon_m \delta_n^+}.$$

Інтегруючи (4) та (5), отримуємо середні швидкості на ламінарній

$$\bar{u}_n = \frac{\eta_n \delta_n}{6 \rho \nu} (3 \tau_i + 3 \rho g \delta_n - \rho n \delta_n \eta_n), \quad (6)$$

та на турбулентній ділянках плівки

$$\bar{u}_t = \left(\frac{1}{1 - \eta_n} \right) \left[\left(\frac{\tau_i \delta_n}{\rho \nu} \right) + \left(\frac{g \delta_n^2}{\nu} \right) \right] \left\{ -\frac{4}{R_v} \arctg \left[\frac{\delta_n^+ (1 - 2\eta_n) + \delta_n^+}{R_v} \right] + \frac{1}{R_v} \arctg \left[\frac{\epsilon_m \delta_n^+ (1 - 2\eta_n) + \delta_n^+}{R_v} \right] - \frac{1}{\epsilon_m \delta_n^+} \ln [R_v^2 + \epsilon_m^2 (\delta_n^+ + \delta_n^+) + 4 \epsilon_m^2 (\delta_n^2 \eta_n^2 - \delta_n^2 \eta_n - \delta_n^+ \delta_n^+ \eta_n)] \right\} + \left[\left(\frac{\tau_i \delta_n}{\rho \nu} \right) + \left(\frac{g \delta_n^2}{\nu} \right) \right] \eta_n - \left(\frac{g \delta_n^2}{\nu} \right) \eta_n^2. \quad (7)$$

З виразів (6) та (7), враховуючи, що $\Gamma_{v,n} = K_n \Gamma_v = \delta_n \eta_n \bar{u}_n + (1 - \eta_n) \delta_n \bar{u}_t$, можна отримати товщину неперервного шару плівки δ_n , як функцію від параметра ϵ_m , якщо відома частка потоку рідини, що рухається в неперервному шарі $K_n = \frac{\Gamma_{v,n}}{\Gamma_v}$.

Для замикання даної моделі теплоперенесення та отримання явного виду функції $\epsilon_m = f(Re, Re_2)$, крім даних з інтенсивності теплообміну необхідні залежності для τ_i та δ_n .

Дослідження тепло-гідродинамічних процесів в низхідних кільцевих потоках виконані на вертикальній трубі із нержавіючої сталі діаметром 22 x 1 мм довжиною 1,8 м з ділянкою стабілізації 1 м, та дослідною ділянкою довжиною 0,5 м, на якій забезпечувалось незалежне формування витрат фаз, концентрацій, температурного напору та розрідження. Модельні рідини – вода та цукрові розчини концентрацією до 72%, об'ємна щільність зрошення яких змінювалась від $0,04 \cdot 10^{-3}$ до $0,55 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$. Діапазон зміни швидкості парової фази – 0,5...45 м/с, розрідження – 0...0,8 бар, чисел Прандтля – 1,7...290. Нагрівання здійснювалось сухою насиченою паром. Вимірювались: температура стінки труби, температура парового ядра, середньомасова температура плівки, витрати фаз, перепад тиску, розрідження, товщина неперервного шару плівки, тепловий потік.

В результаті аналізу отримана функція $\epsilon_m = f(Re_1, Re_2)$, за якої має місце відповідність розрахункових та дослідних даних з інтенсивності тепловіддачі в режимі випаровування з вільної поверхні плівки при супутньому паровому потоці за умови $Pr_t = 1$

$$\epsilon_m = 0,03 + \left\{ \frac{0,7 \cdot 10^{-4} Re (10 + 3 \cdot 10^{-3} Re_2)^{1,05} \left(\frac{v}{v_g} \right)^{1,1}}{1,5(30 + 0,05 Re_2)^{0,2} \left[Re_2 \left(5 \cdot 10^{-4} - \frac{3 \cdot 10^{-3}}{Re_2^{0,3}} \right) \right]^{2,3} + \frac{40}{(0,25 Re)^{0,07}}} \right\}, \quad (8)$$

яка коректна в діапазоні витрат фаз $0,04 \cdot 10^{-3} \leq \Gamma_v \leq 0,55 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; $0,5 \leq u_2 \leq 45 \text{ м/с}$; v_g - в'язкість води.

Графічно залежність (8) для води наведена на **рис. 1**.

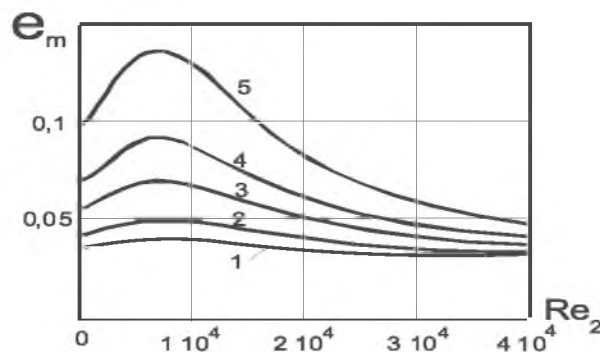


Рис.1. Залежність $\epsilon_m = f(Re_2)$ за рівнянням (8) для води при $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.
 1 – $\Gamma_v = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; 2 – $0,1 \cdot 10^{-3}$; 3 – $0,2 \cdot 10^{-3}$; 4 – $0,3 \cdot 10^{-3}$; 5 – $0,5 \cdot 10^{-3}$.

Графіки залежність розподілу турбулентної в'язкості згідно (1, 8) наведені на **рис. 2**.

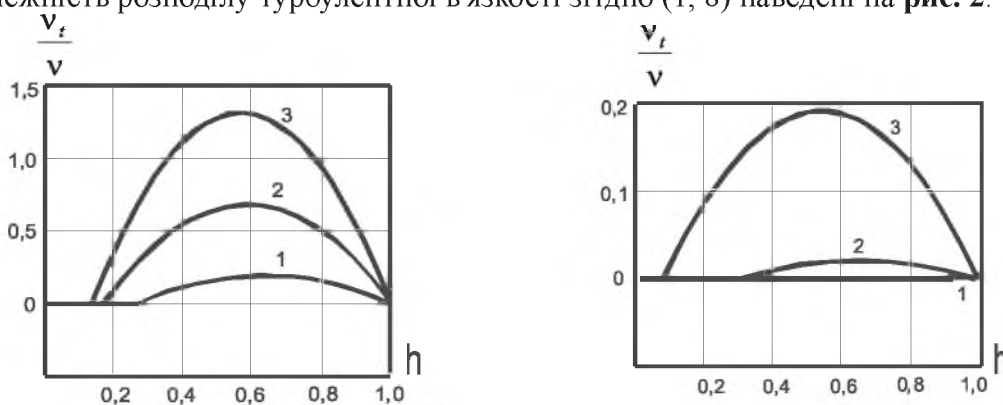


Рис. 2. Залежність $\frac{v_t}{v} = f(\eta)$ за співвідношеннями (1, 8).

а) – вода при $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $u_2 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ б) – цукровий розчин $CP = 70 \%$; $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $u_2 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

1 – $\Gamma_v = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; 2 – $0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; 3 – $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$.

Результати вимірювань товщини неперервного прошарку плівки води та цукрових розчинів узгалянені рівнянням

$$\delta_u = \left[\left(\frac{3\Gamma_v v}{g} \right)^{1/3} - 0,9 \cdot 10^{-8} Re^{0,95} \left[\exp(-10^{-5} Re_2) \right] \right] \quad (9)$$

Коефіцієнт міжфазного тертя отримано з аналізу як власних експериментальних даних, так і даних інших авторів, які використовували водо-повітряні потоки в трубах діаметрами від 13 до 55 мм

$$\xi_i = \xi_c + 3 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-2} K_8 + \frac{627(d_o / d)}{Fr_2^{1,26} \{ \exp(1/S) - 1 \}} \quad (10)$$

де $S = (Fr_2 - H^{1,1} \sqrt{d/d_o}) 1,25 \cdot 10^{-2} K_8^{1,5}$; $K_8 = \sqrt[6]{\frac{\Gamma_v^3 v}{g^2} \sqrt{\frac{g\rho}{\sigma}}}$; $H = \sqrt{\frac{\rho\sigma}{gd^2\rho_2^2}}$; $d_o = 0,013$ м; де $\xi_c = \frac{0,316}{Re_2^{0,25}}$ – коефіцієнт гідравлічного тертя на суху стінку; σ – поверхневий натяг; $Fr_2 = u_2^2 / gd$ – число Фруда.

Співвідношення (10) дійсне при $Fr_2 - H^{1,1} \sqrt{d/d_o} \geq 0$. У іншому випадку $\xi_i = \xi_c + 3 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-2} K_8$. Порівняння результатів розрахунку інтенсивності тепловіддачі в режимі випаровування з вільної поверхні за співвідношеннями (2, 8, 9, 10) для води та цукрового розчину з концентрацією 70% при атмосферному тиску наведено на **рис. 3**.

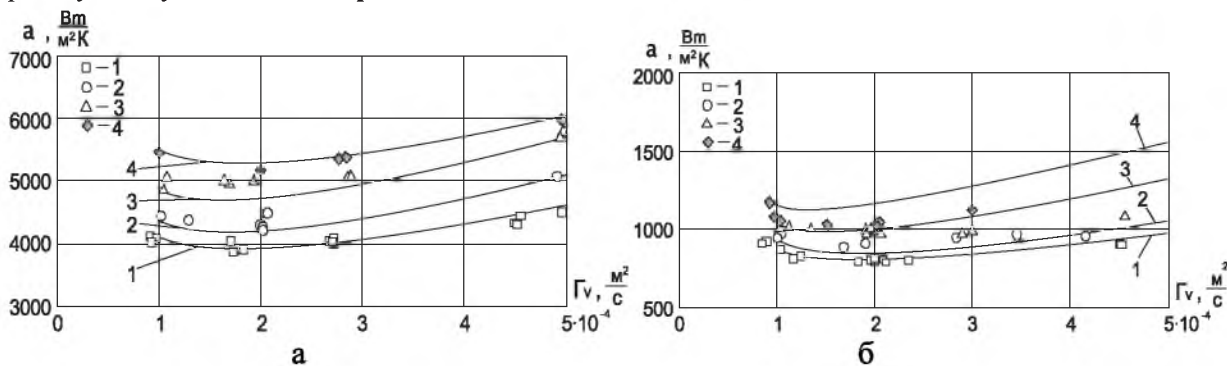


Рис. 3. Залежність $\alpha = f(\Gamma_v)$ при різних значеннях швидкості пари.

(а) – вода; (б) – цукровий розчин, $CP = 70\%$.

Лінії відповідають розрахунку за співвідношеннями (3, 4, 5, 6), 1 – $u_2 = 5$ м/с; 2 – 12; 3 – 20; 4 – 30. Експериментальні точки відповідають тим же значенням швидкості пари при $t = 100^\circ\text{C}$

Отримані залежності справедливі в режимі випаровування з вільної поверхні за умови відсутності поверхневого кипіння. Аналіз даних показав, що перехід до поверхневого кипіння в плівці води відбувається, якщо досягнута гранична різниця температур між стінкою $t_{ст}$ та ядром потоку $t_{нас}$ рівній $\Delta t_{min} = \frac{2\sigma T_{нас}}{r\rho R}$ при розмірах мікрозаглиблень на поверхні теплообміну радіусом $R_c = 0,5 \cdot 10^{-5}$ м. В разі кипіння цукрових розчинів мінімальна різниця температур повинна бути більша на величину фізико-хімічної температурної депресії $\Delta\phi x(CP)$ при середній масовій концентрації CP .

$$\Delta t_{min} = \frac{2\sigma T_{нас}}{r\rho R} + \Delta\phi x(CP) \quad (11)$$

Ефект інтенсифікації теплообміну в діапазоні $\Delta t \geq \Delta t_{min}$, внаслідок виникнення поверхневого кипіння, враховується множителем $K_b = 1 + 0,4 \left(\frac{\Delta t - \Delta t_{min}}{\Delta t_{min}} \right)^{1,2}$. Якщо температурний напір не перевищує граничного значення $\Delta t \leq \Delta t_{min}$, то величина $K_b = 1$.

Для інженерних розрахунків коефіцієнт тепловіддачі до насичених плівок води та цукрових розчинів з концентрацією до 72 % як режимах випаровування з вільної поверхні, так і поверхневого кипіння з супутнім паровим потоком, при незначному тиску та розрідженні пропонується визначати за емпіричним рівнянням, справедливого в усьому дослідженому діапазоні витрат фаз

$$\frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{v^2}{g} \right)^{1/3} = 1,1 Re^{-1/3} \frac{0,85 + 0,01 Pe^{0,2} + 4,5 \cdot 10^{-4} Pe^{0,86} Pr^{-0,2} \left(\frac{L}{L_o} \right)^{0,1}}{\exp(-1,2 \cdot 10^{-5} Re_2)} K_b \quad (12)$$

де $Pe = \frac{4\Gamma_v}{a}$ – число Пекле; a – температуропровідність; $L_o = 1,5$ м.

Порівняння дослідних даних з інтенсивності тепловіддачі до плівок води та цукрових розчинів з результатами розрахунку по співвідношенню (12) наведено на рис. 4, 5, 6.

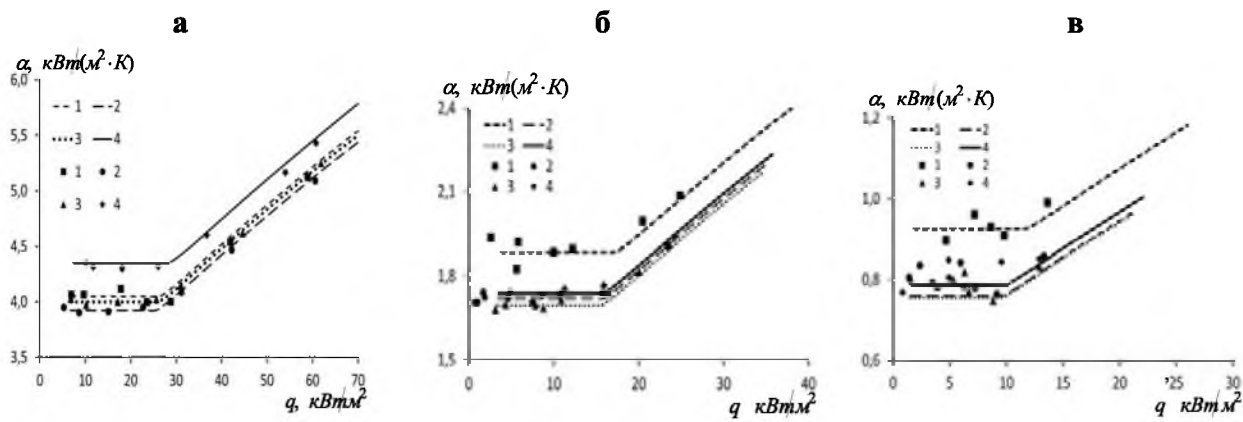


Рис. 4. Залежність $\alpha = f(q)$ при атмосферному тиску ($u_2 = 1...3$ м/с).

а. – вода, $1 - \Gamma_v = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$; $2 - 2 \cdot 10^{-4}$; $3 - 3 \cdot 10^{-4}$; $4 - 5,5 \cdot 10^{-4}$; **б.** – цукровий розчин концентрацією $CP = 50 \%$, $1 - \Gamma_v = 0,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$; $2 - 1,5 \cdot 10^{-4}$; $3 - 2,2 \cdot 10^{-4}$; $4 - 4 \cdot 10^{-4}$; **в.** – $CP = 70 \%$, $1 - \Gamma_v = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$; $2 - 2 \cdot 10^{-4}$; $3 - 3 \cdot 10^{-4}$; $4 - 5,5 \cdot 10^{-4}$. Лінії відповідають розрахунку за рівнянням (12).

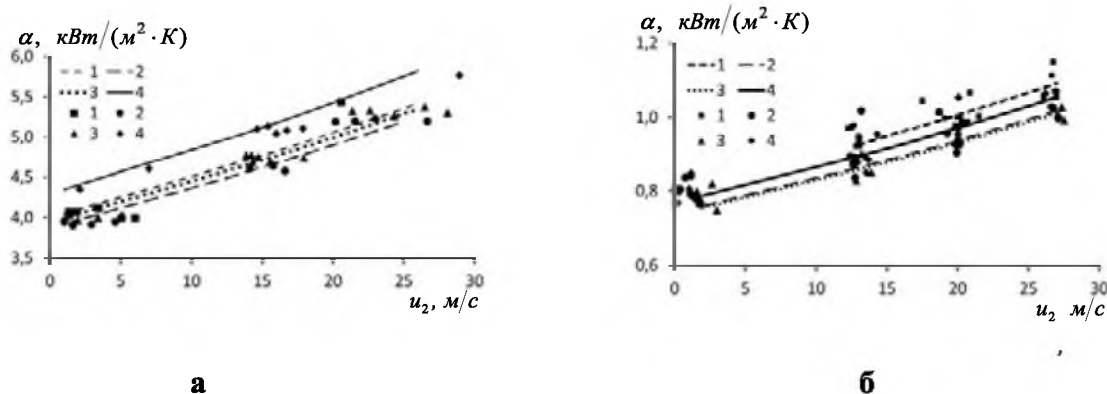


Рис. 5. Залежність $\alpha = f(u_2)$ при атмосферному тиску.

а. – вода; $1 - \Gamma_v = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$; $2 - 2 \cdot 10^{-4}$; $3 - 3 \cdot 10^{-4}$; $4 - 5,5 \cdot 10^{-4}$; **б.** – цукровий розчин концентрацією $CP = 70 \%$, $1 - \Gamma_v = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$; $2 - 2 \cdot 10^{-4}$; $3 - 3 \cdot 10^{-4}$; $4 - 5,5 \cdot 10^{-4}$. Лінії відповідають розрахунку за рівнянням (12)

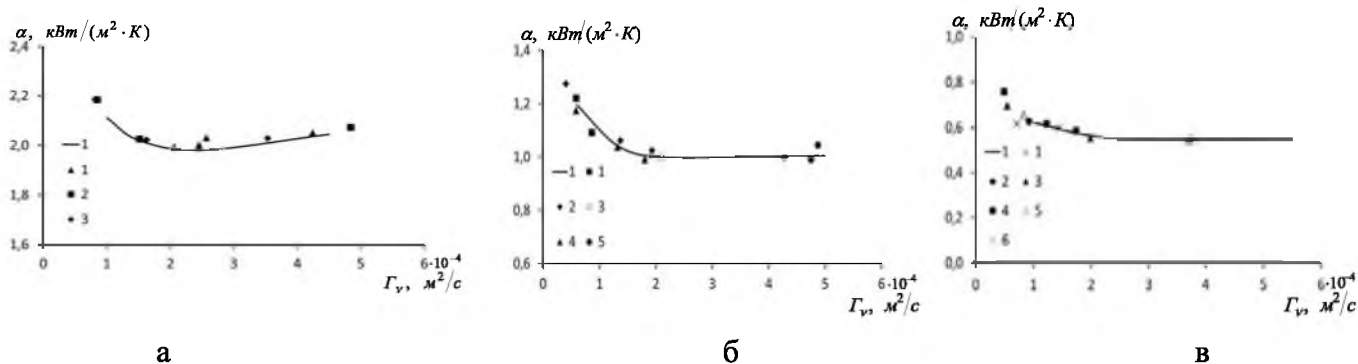


Рис. 6. Залежність $\alpha = f(\Gamma_v)$ в області розрідження ($P_{\text{вак}} = 74$ кПа)

при швидкості пари $u_2 = 45$ м/с

а. – цукровий розчин концентрацією $CP = 40 \%$, $1 - \Delta t = 6^\circ\text{C}$; $2 - 11$; $3 - 12$; **б.** – $CP = 60 \%$, $1 - \Delta t = 3^\circ\text{C}$; $2 - 5$; $3 - 6$; $4 - 7$; $5 - 10$; **в.** – $CP = 70 \%$, $1 - \Delta t = 5^\circ\text{C}$; $2 - 6$; $3 - 7$; $4 - 8$; $5 - 10$; $6 - 11$. Лінії відповідають розрахунку за рівнянням (12).

Встановлено, що середньомасова температура плівки розчинів в режимі випаровування з вільної поверхні $t_{\text{ср.т}}^{\text{досл}}$, отриманої в результаті прямих вимірювань, менша за $t_{\text{нас}} + \Delta\phi x(\overline{CP})$ в залежності від u_2

швидкості парового ядра та щільності зрошення Γ_v . Тому, враховуючи, що рівнянням (12) узагальнені дані, визначених як $\alpha = q / (t_{ст} - t_{оп.м}^{досл})$, розрахунок теплового потоку при використанні рівняння (12) слід виконувати як $q = \alpha [t_{ст} - t_{нас} - \Delta\phi x(CP) + \delta\Delta t]$

Вираз для температурної поправки $\delta\Delta t$ має вигляд

$$\delta\Delta t = \Delta\phi x(CP) \left[1 - \exp \left(-0,014 \cdot \sqrt[3]{\frac{u_2^3 \Gamma_v}{g}} \left(\frac{\sigma}{g\rho} \right)^{-0,5} \right) \right]. \quad (13)$$

Порівняння дослідних даних з інтенсивності тепловіддачі до насичених плівок води та цукрових розчинів з результатами розрахунку за співвідношенням (12) наведено на **рис. 7**.

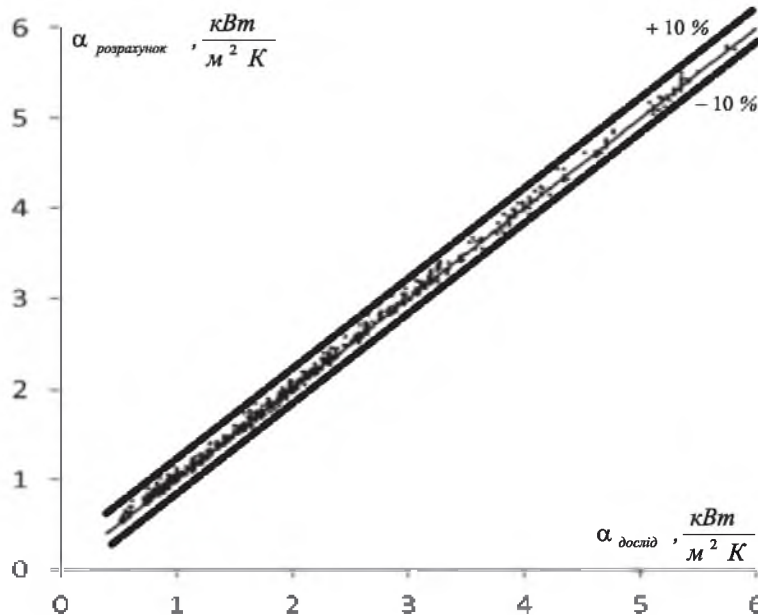


Рис. 7. Результати порівняння дослідних та розрахункових за співвідношенням (12) даних з інтенсивності тепловіддачі до насичених плівок води та цукрових розчинів.

Висновки:

1. Модель процесу теплоперенесення в низхідних кільцевих потоках в режимі випаровування з вільної поверхні, згідно якої основний термічний опір зосереджено в неперервному прошарку плівки, а поверхневі хвилі виконують роль її турбулізатора через механізм дії міжфазної дотичної напруги, задовільно відображає отримані експериментально закономірності залежності інтенсивності тепловіддачі від витратних характеристик двофазового потоку при застосуванні моделі турбулентності з пригніченням її інтенсивності міжфазною поверхнею.

2. Отримані співвідношення для розрахунку інтенсивності тепловіддачі при кипінні та випаровуванні з вільної поверхні, а також співвідношення для міжфазного гідравлічного тертя можуть бути використані в проектних та перевірних розрахунках плівкових випарних апаратів при концентруванні цукрових розчинів в усьому, з технологічних умов допустимому, діапазоні змін витратних та режимних параметрів двофазового потоку.

Список використаних джерел:

- 1 Jepsen J.C. The effect of wave induced turbulence on the rate of absorption of gases in falling liquid films / J. C. Jepsen, O. K. Grosser, R. H. Perry // A.I.Ch.E. Journal. – 1966. – № 12. – P. 186-192.
- 2 Lamourelle A.P. Gas absorption into a turbulent liquid / A. P. Lamourelle, O. C. Sandal // Chemical Engineering Science. – 1972. – Vol. 27, № 3. – P. 1035-1043.
- 3 Ганчев Б.Г. Экспериментальное исследование гидродинамической структуры пленки жидкости при свободном стекании по вертикальной поверхности / Б. Г. Ганчев, В. М. Козлов // Теоретические основы химической технологии. – 1973. – № 5. – С. 727-733.
- 4 Grossman G. Simultaneous heat and mass transfer in absorption of gases in turbulent liquid films / G. Grossman, M. Heath // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1984. – Vol. 27, № 12. – P. 2365-2376.

Рецензент:
С.М. Василенко д.т.н. проф.