

Аналітичні дослідження та моделювання різання харчових продуктів

В.С. Гуць, д.т.н., О.О. Губеня, к.т.н., Національний університет харчових технологій, м. Київ,
О.А. Коваль, к.т.н., Київський національний торговельно-економічний університет

Попит споживача на нарізану і паковану харчову продукцію зростає. Різання може бути обов'язковим процесом виробництва певного продукту, а також фінішною операцією, від якої залежить зовнішній вигляд готового продукту, його відповідність вимогам споживача. Виробництво нарізних харчових продуктів має вищу рентабельність порівняно із реалізацією звичайної продукції, що спонукає виробника збільшувати частку такої продукції.

значних виробничих площ та допоміжного обладнання, додаткових енергетичних ресурсів. Різання більш свіжого хліба ускладнене, тому що завдяки особливостям своїх структурно-механічних властивостей він деформується, між ним та різальним інструментом виникають значні адгезійні зв'язки та тертя, що призводить до застирання, викришування поверхні зрізу, налипанню м'якуша хліба на поверхні різального інструменту. При стисканні для м'якуша свіжого хліба

більш досконалий, дає можливість частково автоматизувати процес, забезпечити високу продуктивність (до 2 тис. виробів за годину) та достатню добру якість поверхні зрізу за умови правильного вибору режимів різання. У більшості конструкцій різального обладнання в якості робочих органів зазвичай використовуються пластинчасті та стрічкові ножі із зубчатою хвилеподібною різальною кромкою. Розробка нових конструкцій і удосконалення існуючого різального облад-



Технологія нарізання більшості харчових продуктів досить складна. Це пояснюється недосконалістю самого процесу різання, особливістю структурно-механічних властивостей різних харчових продуктів, які безпосередньо пов'язані з характером навантажень при різанні, що призводить до деформування продукту.

Складність різання можна спостерігати на прикладі хліба, при його масовому нарізанні на підприємствах великої продуктивності. На вітчизняних хлібопекарських підприємствах нарізується від 5 % випеченої продукції до 100 % в деяких регіонах, де населення віддає перевагу лише нарізаному хлібу. Перед нарізанням хліб охолоджують і витримують 2–4 год, тому він надходить до споживача з частковою втратою свіжості. Охолодження хліба потребує

притаманне в'язко-пружно-пластичне деформування, тому під кромкою леза він заминається і тільки частково відновлює попередню форму — в результаті отримуємо хліб нарізаний, але м'який.

Для нарізання використовується обладнання двох типів. Це різальні машини, в яких пакет пластинчастих зубчастих ножів здійснює зворотно-поступальний рух, та машини, в яких продукт нарізується пакетом стрічкових ножів, які зварені торцями та рухаються між двома барабанами, що обертаються. Перший тип машин має порівняно невисоку вартість, використовується при незначних об'ємах виробництва; всі допоміжні операції нарізання (подача, виведення нарізаної продукції з робочої зони) виконуються вручну. Другий тип машин

навання ускладнене через недосконалість теоретичних розробок і неповноту експериментальних даних, що характеризують різання харчових продуктів, їх структурно-механічні властивості.

Відомо, що на різання в'язко-пружно-пластичних продуктів суттєво впливає швидкість різання. При певних швидкостях леза можливе зменшення зусилля різання, при цьому зменшується і деформування продукту під кромкою леза. Як результат — висока якість поверхні зрізу та висока продуктивність процесу при низьких енерговитратах.

Аналіз аналітичних досліджень з цієї проблеми встановив, що на сьогодні не існує методів, які дають можливість визначити безпосередньо зусилля різання.

Авторами розроблено науковий підхід до моделювання процесу різання, методику дослідження та експериментальну установку, яка дає можливість визначити зусилля різання залежно від швидкості різання, конструктивних особливостей леза та структурно-механічних властивостей продукту. Для розгляду механізму різання складемо диференціальне рівняння, що описує рух леза у шарі продукту. На лезо, що занурюється в продукт, діють такі сили опору (рис. 1): P_i — зусилля інерції; F_r — зусилля різання; G — складова зусилля тертя між боковою поверхнею леза і продуктом або зусилля F_{ad} адгезії (в залежності від структурно-механічних властивостей продукту).

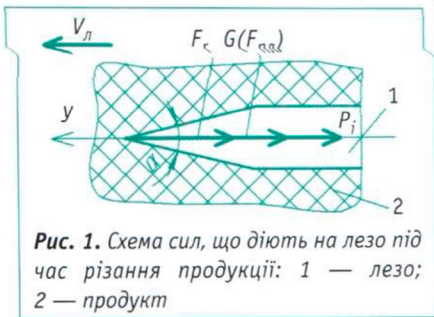


Рис. 1. Схема сил, що діють на лезо під час різання продукції: 1 — лезо; 2 — продукт

При малій міцності адгезії продукту переважним є зусилля тертя, а для липких продуктів навпаки — міцність адгезії. Зусилля тертя визначають за формулою [1]:

$$G = K_0(C + kV) = C_{mp} + k_1 \frac{dy}{dt}, \quad (1)$$

де $K_0C = C_{mp}$;
 $K_0 \cdot k = k_1$;
 C — коефіцієнт, який залежить від питомого навантаження продукту на бокову поверхню ножа;
 V — швидкість ковзання між продуктом і боковою поверхнею ножа;
 k — коефіцієнт, який враховує вплив швидкості ковзання на зусилля тертя;
 y — переміщення леза в продукті;
 t — тривалість переміщення леза в продукті;
 K_0 — коефіцієнт, що враховує кількість поверхонь контакту леза з продуктом. Для двостороннього контакту при нормальному зануренні леза $K_0 = 2$.
 Для продуктів, які налипають на лезо, замість зусилля тертя необхідно врахо-

увати зусилля адгезії. Воно залежить від форми і стану поверхні леза, швидкості різання, площі контакту, кута різання, структурно-механічних властивостей продукту та деяких інших факторів. Зусилля адгезії знаходять експериментально, за розробленою авторами методикою [2] або скориставшись результатами аналітичних досліджень для конкретних продуктів і конструкцій ножових механізмів. Зусилля адгезії F_{ad} як функцію міцності адгезії P_{ad} при нормальному відриванні від поверхні продукту запишемо так:

$$F_{ad} = P_{ad}S, \quad (2)$$

де S — площа контакту. Якщо врахувати, що відривання може відбуватися під кутом до нормалі, то:

$$F_{ad} = P_{ad}S \cos(\alpha + \alpha_0), \quad (3)$$

де α — кут загострення леза;
 α_0 — характерний кут відривання, може бути як додатний, так і від'ємний. Величина $(\alpha + \alpha_0)$ залежить від форми і напрямку руху леза, кута різання. Інерційне зусилля різання P_i запишемо з врахуванням напрямку руху леза:

$$P_i = ma = m \frac{d^2y(t)}{dt^2}, \quad (4)$$

де m — приведена до леза маса рухомої частини різального механізму;
 a — прискорення руху леза при переміщенні його в продукт.
 Для визначення зусилля різання складемо рівняння рівноваги:

$$m \frac{d^2y(t)}{dt^2} + F_r + F_{ad} = 0. \quad (5)$$

Розглянемо найбільш характерні випадки існування моделі (5) для різних за структурно-механічними властивостями харчових продуктів. Якщо використати результати досліджень [3] і прийняти міцність адгезії лінійно залежною від приведеної до одиниці площі перерізу тривалості t різання:

$$P_{ad} = b + at, \quad (6)$$

де a і b — експериментально знайдені коефіцієнти, то отримаємо такий розв'язок рівняння (5).

$$y(t) = V_{oy}t - \frac{t^2(3F_r + S \cos(\alpha + \alpha_0)(3b + at))}{6m} \quad (7)$$

У даному виразі враховано: $F_{ad} = (b + at)S \cos(\alpha + \alpha_0)$, та початкові умови $t = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow dy/dt = V_{oy}$. Продиференціювавши вираз (7), визначимо швидкість різання:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{2V_{oy}t - 2F_r - S \cos(\alpha + \alpha_0)(2bt - at^2)}{2m} \quad (8)$$

З рівняння (8) зусилля різання можна визначити так:

$$F_r = \frac{2V_{oy}t - S \cos(\alpha + \alpha_0)(2bt - at^2)}{2t} - \frac{m}{t} \frac{dy}{dt} \quad (9)$$

У випадку, коли за результатами аналітичних або експериментальних досліджень встановлено нелінійну залежність міцності адгезії від приведеної до одиниці площі перерізу тривалості t різання, маємо наступне рівняння:

$$m \frac{d^2y(t)}{dt^2} + F_r + Be^{bt}S \cos(\alpha + \alpha_0) = 0 \quad (10)$$

В рівнянні (10) прийнято:

$$F_{ad} = Be^{bt}S \cos(\alpha + \alpha_0); \quad (11)$$

$$P_{ad} = Be^{bt} \quad (12)$$

За аналогічних вихідних даних маємо:

$$y(t) = V_{oy}t \quad (13)$$

$$+ \frac{2BS \cos(\alpha + \alpha_0)(1 + bt - e^{bt}) - F_r t^2 b^2}{2b^2 m}$$

Тоді швидкість різання та зусилля різання можна визначити за виразами:

$$\frac{dy}{dt} = V_{oy} - \frac{F_r t b^2 + BS \cos(\alpha + \alpha_0)(b - be^{bt})}{b^2 m}; \quad (14)$$

$$F_r = \frac{V_{oy} m}{t} -$$

$$- \frac{BS \cos(\alpha + \alpha_0)(b - be^{bt})}{tb^2} \frac{dy}{dt} \frac{m}{t} \quad (15)$$

Якщо модель, що описує процес різання хліба, відома і має вигляд [1]:

$$F_p + G + F_{ad} + P_i = 0, \quad (16)$$

то із врахування, що $F_{ad} = 0$ та рівняння (1) і (3), запишемо:

$$F_r + (C_{mp} + k_1 \frac{dy(t)}{dt}) + m \frac{d^2y(t)}{dt^2} = 0 \quad (17)$$

Розв'язок рівняння (17) у загальному вигляді:

$$y(t) = \frac{C_1 \cdot m \cdot e^{-\frac{k_1 t}{m}}}{k_1} - \frac{(F_r + C_{mp})t}{k_1} + C_2, \quad (18)$$

де C_1 і C_2 — сталі інтегрування.

При початкових умовах $t=0 \Rightarrow y=0 = \Rightarrow dy/dt = V_{oy}$ маємо:

$$y(t) = \frac{(F_r + C_{mp} + V_{oy} \cdot K_1) \cdot m \cdot e^{-\frac{k_1 \cdot t}{m}}}{k_1^2} - \frac{(F_r + C_{mp}) \cdot t}{k_1} + \frac{(F_r + C_{mp} + V_{oy} K_1) \cdot m}{k_1^2} \quad (19)$$

Продиференціюємо рівняння (19):

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{(F_r + C_{mp} + V_{oy} \cdot K_1) \cdot e^{-\frac{k_1 t}{m}}}{k_1} - \frac{F_r + C_{mp}}{k_1} \quad (20)$$

знайдемо зусилля різання:

$$F_r = \frac{k_1 \frac{dy(t)}{dt} - e^{-\frac{k_1 t}{m}} (C_{mp} + V_{oy} k_1) + C_{mp}}{e^{-\frac{k_1 t}{m}} - 1} \quad (21)$$

де $dy(t)/dt$ є швидкістю руху лека. Середнє значення швидкості визначаємо із врахуванням швидкості на початку занурення лека в продукт і при виході з нього.

Якщо під час різання зразка на поверхні лека залишається налиплий шар продукту (наприклад, під час різання житньо-пшеничного хліба або сирної маси), необхідно враховувати зусилля адгезії. Тоді модель, що описує процес різання таких видів продукції, буде:

$$F_r + (a + b_1 \cdot \ln(t)) + m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = 0 \quad (22)$$

В рівнянні (22) зусилля адгезії визначається як:

$$a + b_1 \cdot \ln(t),$$

де a і b — коефіцієнти, отримані експериментально при швидкісному відриванні від пластини під кутом харчових продуктів [2]. Розв'язавши рівняння (22) при вище прийнятих початкових умовах, отримуємо залежність для визначення зусилля різання:

$$F_r = \frac{4 \cdot V_{oy} + 3 \cdot t \cdot m - 2 \cdot t \cdot m \cdot b_1}{2t \cdot m} \times \frac{\ln(t) - 2 \cdot t \cdot m \cdot a}{2t \cdot m} \quad (23)$$

Для дослідження процесу різання і отримання значень коефіцієнтів, введених у рівняння, розроблено експериментальну установку. Вона дає можливість за розробленою математичною моделлю визначити зусилля різання. Структурно установка представляє собою фізичний маятник, на торці коромисла якого закріплено лезо (рис. 2).

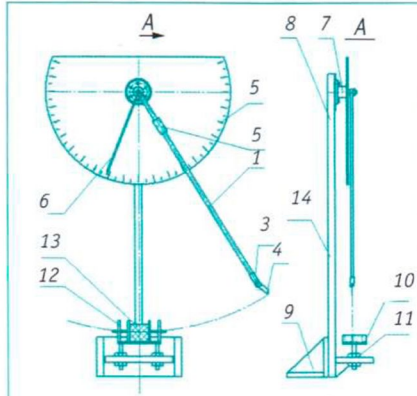


Рис. 2. Схема установки для дослідження процесу різання: 1 — коромисло; 2 — вантаж; 3 — тримач лека; 4 — лезо; 5 — шкала; 6 — вказівна стрілка; 7 — вісь; 8 — колона; 9 — станина; 10 — робочий столик; 11 — гвинтовий пристрій; 12 — фіксатор; 13 — продукт; 14 — колона

Конструкція установки дає можливість у широких межах змінювати швидкість руху лека та визначити її значення. Швидкість переміщення лека в установці визначається за рівнянням:

$$V_{вх} = R \sqrt{2 \frac{\sum P_i r_i}{J} (1 - \cos \alpha_1)} \quad (24)$$

де P_i — вага окремої деталі маятника; r_i — відстань від центру ваги цієї деталі до осі маятника;

α_1 — кут, з якого починає рухатись коромисло;

R — довжина коромисла;

J — момент інерції всіх деталей коромисла.

Отримані рівняння та розроблена методика досліджень дають можливість визначити зусилля різання залежно від швидкості переміщення лека в матеріалі та інших характеристик процесу різання; порівнювати властивості харчових продуктів, робити оцінку параметрів їх якості по зусиллю різання. Результати проведеного математичного та фізичного моделювання застосовано для визначення раціональних режимів різання харчових продуктів. Для прикладу наведемо результати для різання хліба, а саме: батону «Дорожнього» масою 0,5 кг вищого гатунку і сирної маси.

За формулою (21) визначено питоме зусилля різання (на одиницю довжини лека) для м'якуша і скоринки (рис. 3 і 4).

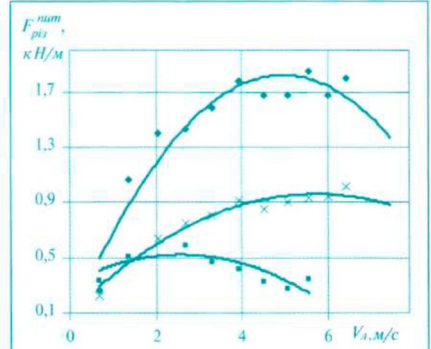


Рис. 3. Вплив швидкості руху лека на питоме зусилля різання м'якуша до (♦) і після (x) 6-годинного витримування хліба для охолодження та сирної маси (■)

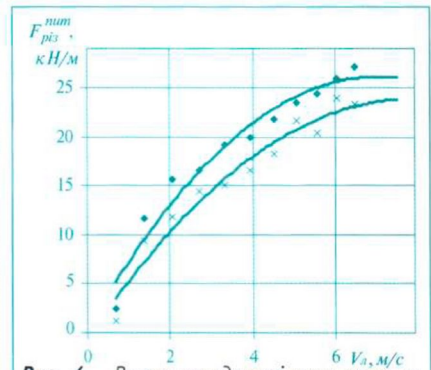


Рис. 4. Вплив швидкості руху лека на питоме зусилля різання скоринки до (♦) і після (x) витримування хліба для охолодження від 6 до 48 год

При збільшенні швидкості руху лека в продукті питоме зусилля різання м'якуша збільшується. Найбільш інтенсивне збільшення — при швидкостях різання 1–4 м/с для м'якуша і 1–2 м/с для сиркової маси. При швидкостях близько 5 м/с для м'якуша і 2 м/с для сиркової маси зусилля різання максимальні (екстремуми на діаграмах зусиль різання), при подальшому збільшенні швидкості зусилля зменшуються. Найбільші зусилля різання м'якуша — при різанні шойно спеченого хліба.

Це можна пояснити тим, що зусилля різання складається із зусилля на розрив структурних зв'язків продукту, зусилля на деформацію продукту під кромкою ножа, зусилля адгезії тертя по боковим поверхням ножа. Під час різання продукту під кромкою ножа виникають пружні і пластичні деформації. Пластичні деформації, на відміну від пружних, розвиваються з меншою швидкістю. При великих швид-



костях деформування граничне напруження зрізу і руйнування продукту досягається без значних пластичних деформацій. За рахунок цього знижується частка зусилля на деформування продукту при різанні, і загальне зусилля різання зменшується.

Для скоринки зусилля різання, у порівнянні з м'якушем, більше у 10–15 разів. На відміну від м'якуша, зусилля різання в межах швидкостей леза 1–8 м/с не досягає екстремуму, а постійно збільшується. При нарізанні батону вищого гатунку на різання скоринки витрачається до 40 % загального зусилля різання.

На основі отриманих результатів рекомендовано нарізати хліб при швидкостях різального інструменту понад 7 м/с; при цьому знижується зусилля різання і зменшується пластична деформація м'якуша під кромкою ножа, продукт мало заминається і не кришиться при різанні.

Особливістю та новизною проведених аналітичних досліджень є розробка групи математичних моделей, які дають можливість визначити безпосередньо зусилля різання для різних за своїми структурно-механічними властивостями продуктів.

Крім визначення раціональних режимів різання, за допомогою розробленої методики можна визначити такий показник, як консистенція продукту, який в сукупності з іншими показниками (харчовою і біологічною цінністю) дає можливість оцінити якість продукту. Це вказує на необхідність подальших аналітичних досліджень та накопичення експериментального матеріалу по даній тематичі.

Аналіз отриманих залежностей $F_{\text{різ}}^{\text{num}} = f(V_L)$ показує, що всі вони мають екстремум функції. Тобто, якщо вважати зусилля різання однієї з характеристик консистенції продукту, то у відмінності від інших, які, як правило, не мають при своєму визначенні екстремумів функцій, сила різання у екстремальному значенні може бути об'єктивною характеристикою якості продукту за структурно-механічними властивостями [4]. У подальшому, як наприклад для в'язкості, не треба вказувати, при яких швидкостях вона знайдена.

Послідовність визначення консистенції продукту за зусиллям різання наступна. За результатами досліджень, на м'ягкотисній установці будують графіки $F_{\text{різ}}^{\text{num}} = f(V_L)$, зовнішній вигляд (перегин), яких дає можливість визначити максимальне значення сили різання. Величина її і буде характеристикою консистенції.

Для розрахунку можна також використовувати процедурний комп'ютерний метод. За ним отримують рівняння апроксимації функції $F_{\text{різ}}^{\text{num}} = f(V_L)$. Наприклад, для представлених на рис. 3 кривих 1, 2, 3 відповідно маємо (для $V_L \leq 8$ м/с):

- 1) $F_{\text{різ}}^{\text{num}} = -0,073 \cdot V_L^2 + 0,722 \cdot V_L + 0,083$;
- 2) $F_{\text{різ}}^{\text{num}} = -0,033 \cdot V_L^2 + 0,363 \cdot V_L + 0,015$; (25)
- 3) $F_{\text{різ}}^{\text{num}} = -0,031 \cdot V_L^2 + 0,148 \cdot V_L + 0,335$.

Після диференціювання отримаємо:

$$\frac{d}{dV_L} \cdot F_{\text{різ}}^{\text{num}}(V_L) = -0,146 \cdot V_L + 0,722 ;$$

$$\frac{d}{dV_L} \cdot F_{\text{різ}}^{\text{num}}(V_L) = -0,066 \cdot V_L + 0,363 ; (26)$$

$$\frac{d}{dV_L} \cdot F_{\text{різ}}^{\text{num}}(V_L) = -0,062 \cdot V_L + 0,148 .$$

Прирівнявши ліву частину рівнянь до нуля, знайдемо V_L для максимальних значень $F_{\text{різ}}^{\text{num}}$. Підставивши значення V_L в одне з рівнянь (25), отримаємо $F_{\text{різ}}^{\text{num}}$ (максимальне значення). Величина її і буде характеристикою консистенції продукту.

Усі вище перераховані вимоги дуже прості, що дає можливість значно розширити межі досліджень і уніфікувати їх результати.

Застосування результатів моделювання дає можливість оптимізувати процес різання для всіх без винятку харчових продуктів, використовувати зусилля різання як характеристику консистенції продукту. 

Література

1. Губеня О.О. Удосконалення процесу різання хліба з врахуванням впливу його структурно-механічних властивостей. — К., 2008. — 21 с.
2. Гуць В.С., Коваль О.А. Адгезія харчових продуктів в процесах пакування // Упаковка. — 2006. — № 2. — С. 39–41.
3. Зимон А.Д. Адгезія пищевых масс. — М.: Агропромиздат, 1985. — 272 с.
4. Коваль О.А. Кінетична теорія моделювання якості й прогнозування терміну придатності харчових продуктів // Товари і ринки. — 2008. — № 2. — С. 67–74.

Аналитические исследования и моделирование резания пищевых продуктов

В.С. Гуць, д.т.н., О.О. Губеня, к.т.н., О.А. Коваль, к.т.н.

Процесс резания рассматривается как движение лезвия в слое продукта. Показано влияние на усилие резания сил трения и адгезии. Полученные уравнения и разработанная методика опробованы при определении усилия резания хлеба. Экспериментально подтверждена адекватность предложенных математических моделей. Применение результатов теоретических и экспериментальных исследований позволит оптимизировать процесс резания и использовать величину усилия резания как характеристику консистенции продукта

Ключевые слова: резание; величина усилия резания; консистенция продукта.

Analytical studies and simulation of food cutting

V.S. Guts, Dr., O.O. Gubenyja, Dr., O.A. Koval, Dr.

The cutting process can be described as a blade motion in a product layer. The influence of the adhesion and friction force on the cutting force values has been evaluated. The values of the bread cutting force have derived. The experimental data suggested correspondence of the mathematical model. The application of the theoretical and experimental assays allow optimize a cutting process and use the cutting force value as a measure of product consistency.

Key words: cutting, cutting the value of effort, consistency of product.