

## Спіраль Архімеда в природі та житті людини

Анастасія Воробйова, Ганна Циганкова

*Національний університет харчових технологій, Київ, Україна*

**Вступ.** Спіральні просторові та плоскі структури зустрічаються в природі дуже часто. Серед найпоширеніших кривих, що мають відображення у природі (циклоїда, епіциклоїда, еліпс, коло та інші), важливе місце займає спіраль Архімеда.

**Матеріали і методи.** Вчення про лінії стало розвиватися з появою математики, як науки. Давньогрецькі вчені створили теорію конічних перерізів – ліній, які мають особливо велике значення в науці і техніці. Спіралі як математичні об'єкти досліджували видатні математики минулого, такі як, Архімед, Бернуллі, Ферма та інші. Властивість логарифмічної спіралі – зберігати свою форму після різних перетворень – особливо захоплювала Якоба Бернуллі. Архімед дослідив спіральні лінії і довів найголовніші їх властивості.

**Результати.** В роботі розглянуто питання з історії розвитку плоских кривих ліній. Проведено дослідження утворення спіралі Архімеда. Спіраль Архімеда є частинним випадком при  $n=1$  узагальненої спіралі Архімеда, рівняння якої в полярних координатах визначається:  $r = b + a\theta^{1/n}$  (в подальшому покладемо  $b = 0$ ). При значенні  $n=-1$  отримаємо гіперболічну спіраль, при  $n=2$  – спіраль Ферма, при  $n=-2$  – літуус (жезл). Спіраль Архімеда – це [крива](#), яку описує [точка](#)  $M$  під час її рівномірного руху зі швидкістю  $v$  уздовж [прямої](#), що рівномірно обертається в [площині](#) навколо однієї зі своїх точок  $O$  із [кутовою швидкістю](#)  $\omega$ . Основна властивість спіралі Архімеда полягає в тому, що, яку б точку цієї спіралі ми не взяли, відношення її радіус-вектора до полярного кута (який відраховується від будь-якого фіксованого напрямку) буде одним і тим же.

Розглянуто побудову спіралі Архімеда без формули та за допомогою параметричного рівняння узагальненої спіралі. Одним із найбільш простих способів створення спіралі Архімеда без формули є поділ кола великою кількістю радіальних ліній з рівними кутами між ними, а також великою кількістю концентричних кіл.

За допомогою диференціального та інтегрального числення знайдено довжину першого витка спіралі Архімеда і площу, обмежену спіраллю Архімеда  $r = a\varphi$  і двома радіус-векторами, які відповідають полярним кутам  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  ( $\varphi_1 < \varphi_2$ ).

Елементи, що мають форму спіралі, дуже поширені в природі. Форма спіралі близька до кола – найідеальнішої форми з усіх, що створила природа. Наприклад, суцвіття соняшника або ромашки складається зі спіралей Архімеда, деякі з них закручені за годинниковою стрілкою, а деякі проти. Причому у суцвітті соняшника середнього розміру за підрахунками 34 спіралі одного напрямку і 55 – іншого, у суцвітті ромашки - 34 спіралі одного напрямку і 21 – іншого. Числа 34, 21, 55 – це числа ряду Фібоначчі. Це доводить зв'язок між спіраллю Архімеда і послідовністю Фібоначчі. Соснова шишка, алое багатолістий, броколі романеско – це приклади

рослин, які складаються зі спіралей Архімеда. І хоча в тваринному світі спіраль Архімеда трапляється не так часто, раковини багатьох молюсків мають її форму. Сам Архімед назвав свою криву просто спіраллю, або, в точному перекладі «равликом».

**Висновки.** Систематизовано знання про властивості і графіки спіралей Архімеда. Досліджено знаходження довжини дуги і площі спіралі Архімеда та проведено аналіз її використання в природі та житті людини.