

ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ МЕТОДОМ ХОЛЬТА В МАТЕМАТИЧНОМУ ПАКЕТІ MATHCAD

Часовим рядом називається послідовність значень, які змінюються у часі. Прикладів таких даних можна зустріти дуже багато – обсяги продажів, звернення клієнтів, дані в різних прикладних науках (соціологія, метеорологія, геологія, спостереження у фізиці) і багато іншого. Ряди є поширеною і важливою формою опису даних.

Задача прогнозування є однією з найбільш складних і актуальних задач в області аналітичної обробки даних. У більшості випадків доводиться знаходити закономірності в невеликих наборах даних, для яких на сьогоднішній день розроблена значна кількість ефективних методів прогнозування. Дуже перспективним є застосування адаптивних моделей. Головною перевагою адаптивних методів є побудова самокоригуючих моделей, які здатні враховувати результат прогнозу, що був зроблений на попередньому кроці. Нехай модель знаходиться в деякому стані, для якого визначені поточні значення її коефіцієнтів. На основі цієї моделі робиться прогноз. При надходженні фактичного значення оцінюється помилка прогнозу (різниця між цим значенням і значенням, яке обчислене відповідно до моделі). Помилка прогнозування через зворотній зв'язок надходить в модель і враховується в ній у відповідності з прийнятою процедурою переходу від одного стану до іншого. В результаті виконуються «компенсуючі» зміни, що складаються у коригування параметрів з метою більшого узгодження поведінки моделі з динамікою ряду. Потім розраховується прогнозна оцінка на наступний момент часу, і весь процес повторюється знову. Таким чином, адаптація здійснюється ітераційно з отриманням кожної нової фактичної точки ряду. Модель постійно «вбирає» нову інформацію, пристосовується до неї і тому відображає тенденцію розвитку, яка є наявною в даний момент.

Завдяки зазначеним властивостям адаптивні методи часто використовуються при короткостроковому прогнозуванні (при прогнозуванні на один або на кілька кроків вперед).

До адаптивних методів відноситься метод Хольта. Основу методу Хольта складають три рівняння.

$$L_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

$$\hat{y}_{t+k} = L_t + kT_t$$

де L_t і L_{t-1} – прогнознi (згладженi) значення показника в наступний i попереднiй моменти часу;

y_t – табличне значення показника в момент часу t ;

T_{t-1} – значення тренду на момент часу $t-1$, визначається з рiвняння (2);

α, β – постiйнi згладжування, необхiднi для згладжування оцiнки тренду.

Для визначення прогнозу на k крокiв наперед використовується рiвняння (3).

Спочатку постiйнi згладжування α, β визначаються довiльно. Передбачається, що значення належать iнтервалу $[0; 1]$. Пропонується почати моделювання з $\alpha=\beta=0,3$. А пiсля коефiцiєнти α, β перерахувати за допомогою мiнiмiзацiї вiдносної помилки прогнозування i обраховується остаточний прогноз.

Для прогнозування методом Хольта необхiдно задати початковi значення для L i T .

За початковi значення вибираємо $L_0=y_1$ i $T_0=0$.

Розглянемо роботу цього методу на прикладi прогнозування прибуткiв вiд продажiв в наступному (13) кварталi на основi даних квартальних звiтiв наданих в табл.1.

Таблиця 1
Данi квартальних звiтiв

Квартал	Прибуток
1	2
2	3
3	2,5
4	4,5
5	6,6
6	10,5
7	11,1
8	12,6
9	11,1
10	15,9
11	17,7
12	19,5

Виконання обчислень можна проводити в електронних таблицях MS Excel. Але недолiком побудови та аналізу моделi в Excel є її «непрозорiсть»: всi формули та реалiзацiя алгоритму прихованi. Для подолання цього недолiку будемо використовувати середовище математичного пакету MathCAD.

На рис. 1 представленi результати вирiшення задачi прогнозування за допомогою математичного пакету MathCAD при наявностi загальноприйнятих обмежень з використанням запропонованого методу оптимiзацiї за двома змiнними.

```

ORIGIN := 1
~~~~~
y := (2 3 2.5 4.5 6.6 10.5 11.1 12.6 11.1 15.9 17.7 19.5)T

α := 0.3      β := 0.3
n := длина(y)

D(α,β) :=
| L1 ← y1
| T1 ← 0
| S ← 0
| k ← 0
| for i ∈ 2..n
|   | Li ← α·yi + (1 - α)·(Li-1 + Ti-1)
|   | Ti ← β·(Li - Li-1) + (1 - β)·Ti-1
|   | Yi ← Li-1 + Ti-1
|   | Δi-1 ←  $\frac{|y_i - Y_i|}{y_i}$ 
|   | S ← S + Δi-1
|   | k ← k + 1
| SA ←  $\frac{S}{k} \cdot 100$ 
| Yn+1 ← Ln + Tn
|  $\begin{pmatrix} SA \\ Y_{n+1} \end{pmatrix}$ 

D(α,β) =  $\begin{pmatrix} 25.22 \\ 20.639 \end{pmatrix}$ 

P(α,β) := D(α,β)1

Given
0 ≤ α ≤ 1
0 ≤ β ≤ 1

c0 := Minimize(P,α,β)
~~~~~
c =  $\begin{pmatrix} 0.585774 \\ 0.439851 \end{pmatrix}$ 

D(c1,c2) =  $\begin{pmatrix} 19.415 \\ 21.318 \end{pmatrix}$ 

```

Рис. 1. Розрахунок прогнозного значення методом Хольта

За допомогою логічного блоку Given і функції Minimize були знайдені оптимальні значення параметрів α і β , при яких значення середнього абсолютних помилок у відсотках буде мінімальним.

Оптимальними є значення $\alpha = 0,586$ і $\beta = 0,44$, при яких середнє значення абсолютних помилок у відсотках дорівнює приблизно 19,4%, а прогнозне значення на 13 квартал – 21,318.

Висновок: використання сучасних інформаційних технологій дозволяє ефективно і швидко вирішувати задачі прогнозування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Светушков С.Г. Методы маркетинговых исследований [Текст]/С.Г. Светушков. – СПб : ДНК, 2003.
2. Ханк Д.Э. Бизнес-прогнозирование [Текст]/ Д.Э. Ханк, Д.У. Уичерн, А.Дж. Райтс. – М. : Вильямс, 2003.