



УДК 004.2

OPTIMIZATION OF THE NETWORK GRAPHICS OF THE COMPLEX OF WORKS**ОПТИМІЗАЦІЯ МЕРЕЖЕВОГО ГРАФІКА КОМПЛЕКСУ РОБІТ****Seidykh O.L. / Сєдих О.Л.***senior lecturer / старший викладач*

ORCID: 0000-0003-4590-2019

Chobanu V. V. / Чобану В.В.*student / студент*

ORCID: 0000-0002-6948-0001

*National University of Food Technologies, Kyiv, Volodymyrska 68, 01601**Національний університет харчових технологій, Київ, Володимирська 68, 01601*

Анотація. В роботі сформульована та формалізована задача розробки методу планування виконання проектів, до яких можна віднести і розробку технічних систем. Під проектом розуміють сукупність операцій, які необхідно виконати для досягнення конкретної мети за мінімальний час. Усі операції мають чітку послідовність виконання, а також кожна з них має визначений час виконання. В роботі розглянуто методи мережевого планування і управління, а саме метод критичного шляху і метод аналізу та оцінки плану. Авторами обрано метод рішення задачі заснований на застосуванні методу мережевого планування, що базується на ідеї оптимізації критичного шляху із залученням додаткових обмежених коштів. Основною відмінністю розглянутої задачі є те, що враховується можливість залучення коштів для залучення додаткових виконавців або застосування технічних засобів направлених на зменшення загального часу виконання усіх операцій. Запропонований метод дозволяє реалізувати оптимізацію мережевого графіка комплексу робіт на практиці. Наведено здійсненні розрахунки в середовищі MS Excel з використанням надбудови «Поиск решения» для задачі формування плану виконання невеликого проекту. Проведена апробація розглянутого методу дозволяє стверджувати про можливість його застосування та впровадження.

Ключові слова: мережевий граф, мережеве планування, оперативне управління, критичний шлях, мережева модель.

Вступ. Діяльність більшості фірм та підприємств в сучасному бурхливому економічному просторі пов'язано з ефективним управлінням та виконанням проектів. Як правило, під проектом розуміють виготовлення унікального продукту або надання певних послуг, що притаманні тільки даному підприємству. Виготовлення штучного або дрібно серійного продукту може бути пов'язано з побудови космічного корабля до виготовлення невеликої партії дерев'яних виделок. Якщо говорити про унікальність послуг, то це також може бути організація певних заходів від однієї години до десятків років. Коли говоримо про управління проектом, то завжди мається на увазі перелік певних заходів, пов'язаних між собою, що направлені на досягнення конкретної поставленої мети. Але обов'язковим є чітка визначеність часових обмежень виконання, певний бюджет, загальна мета представлена та описана з максимальною точністю. Характерною особливістю таких проектів є те, що вони складаються з ряду окремих, елементарних робіт. Роботи виконуються таким чином, що виконання деяких з них не може бути розпочате раніше, ніж будуть завершені деякі інші. Не можливо досягти поставленої мети без



планування та управління, а також постійного корегування при виконанні, адже з часом можлива зміна вартості необхідних ресурсів або виникнення додаткових вимог до поставленої мети. Основою ефективного управління проектом є план, що характеризується наступним: усі дії представляють окремі прості операції, які упорядковані за результатами та термінами їх досягнення; збалансовано витрати ресурсів та загальний час виконання.

Основний матеріал. На початку 50-х років ХХ століття для управління проектною діяльністю було винайдено метод мережевих моделей. Його ефективність підтвердилась під час планування складних комплексних проектів, а саме: будівництва та реконструкції об'єктів; виконання науково-дослідних і конструкторських робіт; підготовки виробництва до випуску продукції тощо.

Найпоширенішими методами мережевого планування і управління є метод критичного шляху (CPM – Critical Path Method) і метод аналізу та оцінки плану (PERT – Program Evaluation and Review Technique). Застосування методу CPM дозволяє представити комплекс взаємопов'язаних дій у вигляді графічної нотації мережевої моделі - мережевого графа. Мережевий граф є орієнтованим графом без контурів, що має одну вихідну та одну кінцеву вершини. Як правило, вершини, що називаються подіями, відповідають моментам часу початку або закінчення однієї або декількох операцій, а дуги - операціями. Передбачається, що події не мають тривалості у часі. Моментом здійснення події вважається момент закінчення виконання всіх подій, що входять в цю операцію. Поки не виконані всі вхідні в подію операції, не може здійснитися сама подія, і, відповідно, не може бути розпочата жодна з наступних за нею операцій.

Найважливішим параметром мережевого графа є критичний шлях, який представляє собою повний шлях, що має найбільшу тривалість за часом. Операції і події, що належать критичного шляху, називаються критичними. Сумарна тривалість операцій, що належать критичного шляху, дорівнює критичного часу виконання комплексу операцій в цілому. На графі критичний шлях, як правило, позначається товстою лінією.

Метод PERT, на відміну від CPM, характеризуються не детермінованими величинами: оптимістична, песимістична, найбільш ймовірна тривалість. Тимчасові параметри мережного графіка визначаються за аналогією з методом CPM з тією лише різницею, що за час виконання робіт приймається середнє значення.

Сьогодні два методи поєднуються між собою та складають єдиний метод мережевого планування і управління, що включає наступні три етапи: структурне планування, календарне планування, оперативне управління планом. В наш час на ринку програмного забезпечення є програмні продукти різного рівня призначення, які підтримують процес планування та реалізують мережеві методи планування з урахуванням часу виконання, вартості та обмеження ресурсів, тощо. Але не зважаючи на різноманітний спектр представлених програмних засобів залишається актуальним вирішення такої задачі загально доступними засобами.



Дослідження авторів направлене на розгляд класу задач, для яких характерним є скорочення часу виконання за рахунок можливого проведення певних заходів та/або вкладення додаткових коштів. Іноді оптимізація досягається за рахунок перепланування мережевого проекту, тобто зміни топології мережі. Іноді, є можливість скорочення часу виконання операцій за рахунок автоматизації певних виробничих процесів, поліпшення організації робіт, використання нових технологій. Оптимізація комплексу операцій за часом може проводитися із залученням додаткових коштів та з використанням внутрішніх резервів.

Проведемо формалізацію задачі та позначимо мережевий граф $G(E, e)$, що відображає повний комплекс операцій проекту, де E – перелік подій мережевого графу, а e – перелік операцій. Кожна операція описується парою (i, j) , що належить e , адже i – номер попередньої події, а j – наступна подія. Час виконання операції (i, j) позначимо t_{ij} . Розмір капіталовкладень для скорочення часу виконання операції (i, j) з t_{ij} до t_{ij}^{new} доцільно позначити через x_{ij} та обраховувати в умовних одиницях (у.о.), загальний час виконання комплексу операцій, тобто критичний шлях, позначимо через t_{kp} та обраховувати будемо у годинах (год.). При побудові графа, якщо в останню подію n входять відразу кілька робіт, є необхідність додати фіктивну роботу $(n, n+1)$, час виконання якої дорівнює нулю.

Загальна мета задачі полягає у мінімізації загального часу виконання комплексу операцій за рахунок пошуку для кожної операції (i, j) такого часу її виконання $t_{ij}^{new} = f_{ij}(x_{ij}) < t_{ij}$, часу початку t_{ij}^H та закінчення t_{ij}^O , а також розміру капіталовкладень x_{ij} для їх скорочення. При цьому сума капіталовкладень додаткових коштів не повинна перевищувати задану величини C , а час виконання кожної операції має бути не менше мінімально можливого часу d_{ij} .

Основні складові математичної моделі задачі доцільно представити таким чином:

- загальний час виконання комплексу операцій мінімальний

$$t_{kp} = t_{n-1, n}^0 \rightarrow \min \quad (1)$$

- сума вкладених додаткових коштів не перевищує задану величину C

$$\sum_{i, j} x_{ij} \leq C \quad (2)$$

- час виконання кожної операції не менш мінімально можливого часу d_{ij} :

$$t_{ij}^O - t_{ij}^H \geq d_{ij}, \quad (i, j) \in e \quad (3)$$

$$f_{ij}(x_{ij}) = t_{ij}^O - t_{ij}^H, \quad (i, j) \in e \quad (4)$$

- час початку виконання кожної операції не менше часу закінчення безпосередньо попередньої їй операції:

$$t_{jr}^H \geq t_{ij}^O, \quad (i, j, r) \in E \quad (5)$$

$$t_{ij}^H \geq 0, \quad t_{ij}^O \geq 0, \quad x_{ij} \geq 0, \quad (i, j) \in e \quad (6)$$

Обмеження-рівності (4) відображують залежність тривалості виконання операцій від вкладених коштів. Обмеження (5) забезпечують виконання умов передування операцій відповідно до топології мережі, а саме: час початку виконання кожної операції має бути не менше часу закінчення безпосередньо



попередньої їй операції. Тривалість критичного шляху $t_{кр}$ в цій задачі є функцією, що залежить від обсягів капіталовкладень x_{ij} .

Сформульована задача відноситься до класу оптимізаційних задач і може бути вирішена методами лінійної або нелінійної оптимізації залежно від виду функцій $f_{ij}(x_{ij})$.

Для розв'язання задачі доцільного використати MS Excel - доступне кожному користувачу й ефективне середовище для підготовки табличних даних, організації та проведення дослідження на сформованій оптимізаційній моделі. Для розв'язання оптимізаційної задачі застосовується спеціальна програмна надбудова «Поиск решения...», що не потребує капіталовкладення чи відповідної підготовки за межами освітньої програми бакалавр.

Наведемо приклад рішення задачі оптимізації комплексу операцій за часом із залученням додаткових коштів. Дані про тривалість робіт наведені в (табл.1).

Таблиця 1

Вхідні дані

Робота	Звичайний час	Мінімально можливий час
1-2	14	6
1-3	20	14
1-4	30	18
2-3	10	5
2-4	14	6
3-5	12	7
4-5	8	5

Аналіз послідовності і взаємозалежності робіт (табл. 1) дозволяє побудувати мережевий графік вигляду (рис. 1).

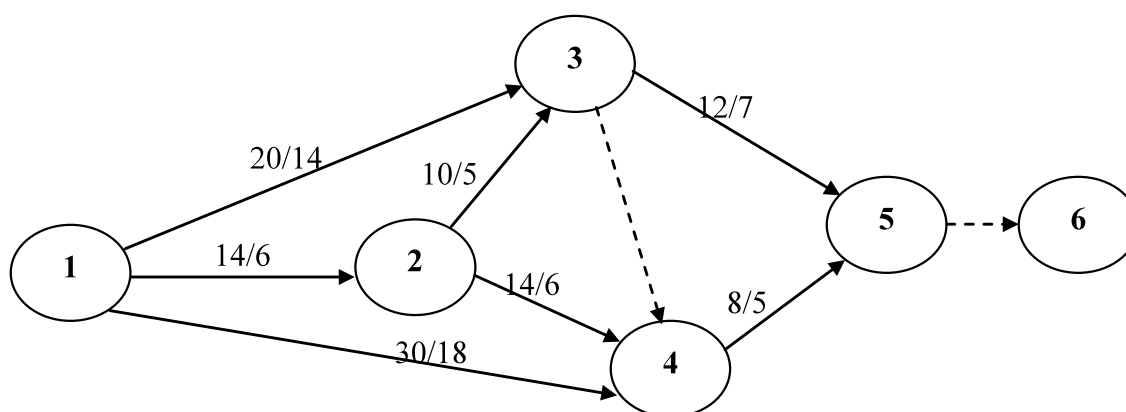


Рис. 1 Мережевий графік

В даному мережевому графі (рис. 1) окрім робіт, що зазначені в табл. 1, використані дві фіктивні роботи (3,4) і (5,6), позначені штриховими лініями. Ці роботи не вимагають часу на їх виконання і використовуються в графічному поданні проекту лише для того, щоб правильно відобразити взаємозв'язок між роботами.

Тривалість виконання операцій залежить лінійно від додатково вкладених



коштів (7).

$$t_{ij}^{new} = t_{ij}(1 - k_{ij} \cdot x_{ij}) \quad (7)$$

де $k_{12}=0,2$; $k_{13}=0,1$; $k_{14}=0,4$; $k_{23}=0,2$; $k_{24}=0,4$; $k_{35}=0,1$; $k_{45}=0,3$.

Потрібно оптимізувати мережевий граф за часом, тобто визначити час виконання кожної операції так, щоб час виконання комплексу операцій був мінімальним, а сума вкладених коштів C не перевищувала 12 одиниць.

Рішення. Додавши на мережевому графіку фіктивну операцію (5,6), запишемо цільову функцію у вигляді:

$$t_{kp} = t_{56}^0 \rightarrow \min$$

Користуючись формулами (2-6) запишемо обмеження задачі:

- сума вкладених коштів не повинна перевищувати наявної її кількості:

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{23} + x_{24} + x_{35} + x_{45} \leq 12$$

- час виконання кожної операції має бути не менше мінімально можливого часу:

$$\begin{aligned} t_{12}^0 - t_{12}'' &\geq 6; & t_{23}^0 - t_{23}'' &\geq 5; & t_{35}^0 - t_{35}'' &\geq 7; \\ t_{13}^0 - t_{13}'' &\geq 14; & t_{24}^0 - t_{24}'' &\geq 6; & t_{45}^0 - t_{45}'' &\geq 5; \\ t_{14}^0 - t_{14}'' &\geq 18; & t_{34}^0 - t_{34}'' &\geq 0; & t_{56}^0 - t_{56}'' &\geq 0 \end{aligned}$$

- залежність тривалості операцій від вкладених коштів дає обмеження-рівність:

$$\begin{aligned} t_{12}^0 - t_{12}'' &= 14 \cdot (1 - 0,2 \cdot x_{12}); \\ t_{13}^0 - t_{13}'' &= 20 \cdot (1 - 0,1 \cdot x_{13}); \\ t_{14}^0 - t_{14}'' &= 15 \cdot (1 - 0,4 \cdot x_{14}); \\ t_{23}^0 - t_{23}'' &= 10 \cdot (1 - 0,2 \cdot x_{23}); \\ t_{24}^0 - t_{24}'' &= 14 \cdot (1 - 0,4 \cdot x_{24}); \\ t_{35}^0 - t_{35}'' &= 12 \cdot (1 - 0,1 \cdot x_{35}); \\ t_{45}^0 - t_{45}'' &= 8 \cdot (1 - 0,3 \cdot x_{45}) \end{aligned}$$

- час початку виконання кожної операції має бути не менше часу закінчення безпосередньо попередньої їй операції:

$$\begin{aligned} t_{12}'' = t_{13}'' = t_{14}'' &= 0; \\ t_{23}'' &\geq t_{12}^0; & t_{24}'' &\geq t_{12}^0; & t_{35}'' &\geq t_{13}^0; & t_{35}'' &\geq t_{23}^0; \\ t_{34}'' &\geq t_{23}^0; & t_{34}'' &\geq t_{13}^0; & t_{45}'' &\geq t_{34}^0; & t_{45}'' &\geq t_{24}^0; \\ t_{45}'' &\geq t_{14}^0; & t_{56}'' &\geq t_{35}^0; & t_{56}'' &\geq t_{45}^0 \end{aligned}$$

- умова невід'ємності невідомих:

$$t_{ij}'' \geq 0; \quad t_{ij}^0 \geq 0; \quad x_{ij} \geq 0; \quad (i, j) \in e$$

Реалізація рішення задачі в MS Excel наведена на рис. 2.

Таким чином, щоб виконати комплекс операцій за 21,53 дня, потрібно вкласти:

- в операцію (1-2) 2,86 у.о.;
- в операцію (1-3) 2,74 у.о.;
- в операцію (2-3) 0,735 у.о.;
- в операцію (2-4) 0,893 у.о.;

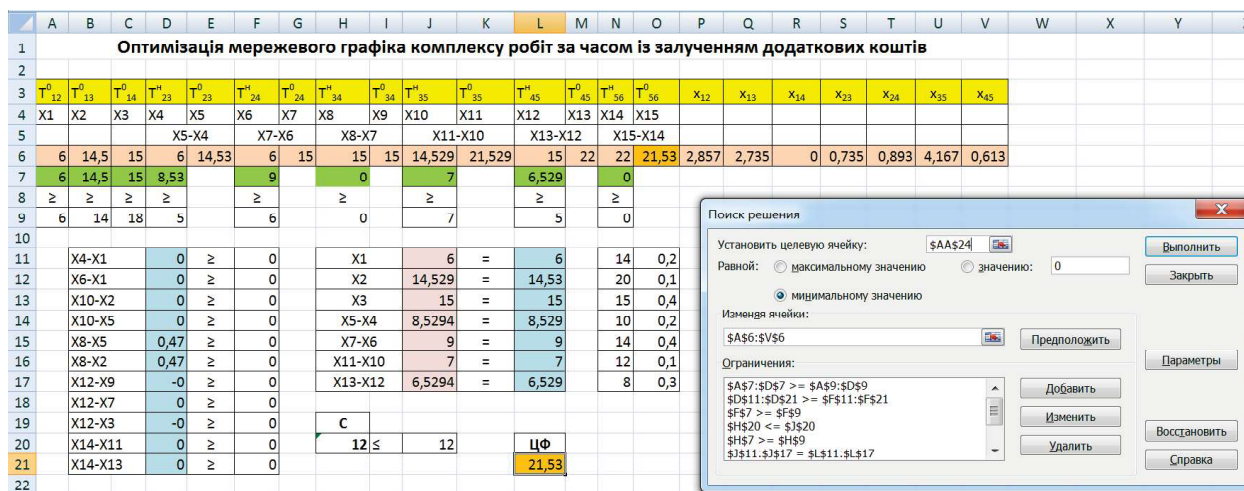


Рис. 2 Розрахункова форма задачі оптимізації в MS Excel

- в операцію (3-5) 4,17 у.о.;
- в операцію (4-5) 0,61 у.о.

Висновок. Технологія оптимізаційного моделювання в MS Excel є потужним засобом для аналізу, формування й прийняття управлінських рішень у будь-яких умовах й будь-ким безпосередньо на звичайному ПК, обладнаному пакетом програм MS Office, який в Україні став стандартним засобом електронного документообігу.

В роботі запропонована методика оптимізації мережевого графіка за часом із залученням додаткових коштів. В цілому, отримані результати дозволяють скоротити та спростити процес розробки оптимальних мережевих графів, що, в свою чергу, може позитивно позначитися на реалізації будь-якого проекту.

Література

1. Кузьмичов А.І. Математичне програмування в Excel : навч. посіб. / А.І. Кузьмичов, М.Г. Медведєв. – К. : Вид-во Європ. Ун-ту, 2005. – 320 с.
2. Мазур И.И., Шапиро В.Д., Ольдерогге Н.Г. Управление проектами: Ученое пособие/ Под общ. ред. И.И.Мазура. – 3-е изд. – М.: Омега-Л, 2004. – с. 664.
3. Казаков О.Л., Миненко С.Н., Смирнов Г.Б. Экономико-математическое моделирование: учебно-методическое пособие. – М.: МГИУ, 2006. - 136 с.
4. Конюховский П.В Математические методы исследования операций в экономике: С-Петербург: Питер 2003г. - 208 с.
5. Гладких Б. А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Ч. IV. Сетевое планирование и массовое обслуживание: учебное пособие. — Томск: Изд-во НТЛ, 2013. — 164 с.

Abstract. The task of developing a method for planning the implementation of projects, which can be attributed to the development of technical systems, is stated and formalized in this paper. A project is understood as a set of operations that must be performed to achieve a specific goal in minimum time. All operations have a clear sequence of execution, and each of them has a certain



execution time. The paper considers methods of network planning and management, namely the critical path method and the method of analysis and evaluation of the plan. The authors selected the method of solving the problem based on the application of the network planning method and on the idea of optimizing the critical path with the use of additional limited funds. The main difference of the problem under consideration is taking into account the possibility of raising funds to attract additional agents or the use of technical means aimed at reducing the overall time for all operations. The proposed method makes it possible to optimize the network schedule of a set of works in practice. The calculations are performed in the MS Excel environment using the "Find Solution" add-on for the task of forming a plan for the implementation of a small project. Approbation of the considered method allows to assert about the possibility of its application and implementation.

Key words: network graph, network planning, operational control, critical path, network model.

References:

1. Kuzmichov A.I., Medvedev M.G. (2005) Matematichne programuvannia v Excel : navch. posib, Urop, 320.
2. Mazur I.I., Shapiro V.D., Olderogge N.G. (2004) Upravlenie proektami: Uchenoe posobie, Omega-L, 664.
3. Kazakov O.L., Minenko S.N., Smirnov G.B. (2006) Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie, MGIU, 136.
4. Koniukhovskii P.V (2003) Matematicheskie metody issledovaniia operatsii v ekonomike, Piter, 208.
5. Gladkikh B. A. (2013) Metody optimizatsii i issledovanie operatsii dlia bakalavrov informatiki. Ch. IV. Setevoe planirovanie i massovoe obsluzhivanie, NTL, 164.

Стаття відправлена: 18.03.2018 г.

© Сєдих О.Л., Чобану В.В.