

Про тензорний добуток унітарних незвідних зображень групи P(1,4)

І. І. Юрик.

Національний університет харчових технологій. Київ.

Розглядається задача розкладу на незвідні зображення тензорного добутку унітарних зображень неоднорідної групи де Сіттера P (1,4). Дана група є

напівпрямим добутком вигляду $P (1,4) = SO_0(1,4) \otimes N$, де $SO_0(1,4)$ - зв'язка

компонента одиниці в групі всіх лінійних перетворень в просторі R_5 , які зберігають квадратичну форму $x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2$, N- адитивна абелева група дійсних чисел a_1, a_2, a_3, a_4 . Алгебра Лі групи P(1,4) породжується ермітовими операторами $P_{\mu\nu}$ і $J_{\mu\nu}$, яка має чотири інваріанти:

$$P^2 = P_0^2 - P_1^2 - P_2^2 - P_3^2 - P_4^2, \quad V = \frac{1}{4} \int_{\mu\nu} \omega_{\mu\nu}, \quad W = \frac{1}{6} \int_{\mu\nu\sigma} \omega_{\mu\nu\sigma} = \frac{1}{2} \omega_{\mu\nu}^2, \quad \varepsilon = \frac{P_0}{|P_0|}$$

Розглядаються зображення, які характеризуються додатнім значенням χ^2 інваріанта P^2 і цілими значеннями s, t- власними значеннями інваріантів S^2, T^2 алгебри SO(4).

Лема 1. Зображення є неперервною сумою вигляду

$$\int_{\mathbb{R}^n} V(\alpha) \sigma(\alpha) d\alpha, \text{ де}$$

$\sigma(\alpha)$ – унітарне звідне зображення, для якого $P^2 = \alpha^2$

Лема 2. Зображення $R^{\mathbb{R}^n}$ розкладається в пряму суму незвідних зображень $D^{s,t}$ групи K. Кожне зображення $D^{s,t}$ входить в розклад з такою кратністю, з якою воно входить в розклад зображення $0 \otimes D^{s_1 t_1} \otimes D^{s_2 t_2}$, де $(\sigma_k f)(x) = f(k^{-1}x)$, $k \in K$, x- точка одиничної сфери в просторі R_4 .

Використовуючи ці леми і загальну теорію зображень компактних груп [1] отримаємо таку теорему.

Теорема. Тензорний добуток двох унітарних незвідних зображень T^{s_1, t_1, α_1} і T^{s_2, t_2, α_2} групи P(1,4) можна записати в формі

$$\otimes \sum_{s,t=0}^{\infty} \int_{\mathbb{R}^n} c(s,t) T^{s,t,\alpha} a(\alpha) d\alpha$$

де $c(s,t)$ явно виписується.

Ми отримали результати, які узагальнюють результати наведені в [2,3].

Література

1. Д.П. Желобенко. Компактные группы Ли и их представления, «Наука», М., 1970
2. Л. Мишель, М. Шааф. Симетрия в квантовой физике, «Мир», М., 1974
3. И. И. Юрик. О тензорном произведении унитарных неприводимых представлений неоднородной группы де Ситтера, УМЖ, т. 27, в. 4, с. 564-568.