В.В. ЛИСТОПАД
НУПТ (г. Киев, Украина)

О РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ РАЗМЕЩЕНИЯ

Современный маркетинг часто использует количественные методы для планирования соответствующих исследований. Эта особенность проявилась, в частности, в появлении и активном развитии нового научного направления, Marketing Engineering (маркетинг, инжиниринг), где для качественной деятельности маркетологов применяют методы прогнозирования и оптимизации, широко используемые в математического программирования а так же в исследования операций [1, с.295-301].

В области маркетинговых исследований довольно распространенной является проблема размещения, к примеру, сервисные центры (клиники, пожарные, полицейские, школы, склады), производственные мощности и т.д.). Целью таких задач является определение такого размещения, для которого минимизируется, например, расстояние между центром предоставления услуг и их потребителями. Задачи такого типа возникают в практике коммуникационного обеспечения (дороги, железные дороги, кабельная связь и др.), где вам нужно выполнять соответствующую работу с минимальными затратами.

<u>Пример.</u> Для группы n потребителей услуг (клиентов), для которых известны их координаты $(x; y)$ и определенный весовой коэффициент m (это может быть количество населения, число школьников /дошкольников, пенсионеров, больных) нужно определить наилучшее место расположения центра обслуживания с координатами $(x; y)$ на плоскости таким образом, чтобы минимизировать общие затраты на получение услуг (к примеру время).

Довольно часто эту задачу решают известным «метод притяжения», названный так по аналогии с известной задачей физики о взаимном притяжении двух тел с различными массами. В этом случае координаты центра определяются средневзвешенными сумами по каждой из координат.

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}; \qquad y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}.$$

Этот метод является простым и достаточно эффективным для однородной задачи, но он никак не учитывает специфику реальной задачи:
- не все клиенты являются одинаково достижимыми;
- свойства клиента описаны нелинейной функцией;
- заданы приоритеты обслуживания;
- затраты на преодоление расстояний неоднородны (например когда нужно преодолевать реки, топи, озера и т.д.);
- реализуется динамический за характером изменения свойств клиентов процесс и т.д.

В таком случае формируется задача нелинейной оптимизации, модель которой учитывает эти и аналогичные особенности сферы обслуживания или производства.

Смоделируем решение задачи в которой среди n населенных пунктов нужно найти координаты оптимального центра, чтобы минимизировать суму расстояний от центра ко всем другим населенным пунктам. Предварительно нужно на карту с исследуемыми населенными пунктами наложить систему координат и зафиксировать координаты каждого из пунктов. Далее нужно решить соответствующую нелинейную задачу оптимизации за критерием минимальности значения целевой функции (ПОСК РЕШЕНИЯ в Microsoft Excel).

Расстояние между i-тым населенным пунктом с координатами $(x_i; y_i)$ и центром с координатами $(x_c; y_c)$ (без учета весовых коэффициентов) определяем за формулой:

$$d_{ic} = \sqrt{\left(x_i - x_c\right)^2 + \left(y_i - y_c\right)^2}.$$

Математическая модель

1. Определить значения x_c и y_c такие, чтобы
2. сумма расстояний (ЦФ) $\sqrt{\left(x_i - x_c\right)^2 + \left(y_i - y_c\right)^2} \to \min$
3. при условии: $x_c, y_c > 0$.

Одним из хорошо известных примеров практики в математической статистике [2, с.174] является расположение вдоль железной дороги остановки, если дано распределения населенных пунктов с количеством жителей. Остановка должна быть расположена в точке, где находится медиана выборки, поскольку она имеет свойство, что сумма абсолютных значений отклонений элементов распределения от медианы (это сумма всех расстояния до остановки), меньше чем от любого пункта.

$$\sum_{i=1}^{n} \left|x_i - M_e\right| < \sum_{i=1}^{n} \left|x_i - b\right|, \qquad b \neq M_e.$$

Рассмотрим **пример**. В одной из школ некоторого населенного пункта нужно открыть «Школу юношеского творчества». Распределение школ с количеством учащихся и расстояниями от начала населенного пункта заданы в таблице.

На каком километре размещена школа	9	11	14	17	20	22	25
Количество учеников, чел.	400	300	500	600	200	400	700

На каком километре нужно расположить «Школу юношеского творчества», чтобы суммарное расстояние, которое будут преодолевать ученики по дороге к этой школе, было наименьшим?

Решение. Учитывая вышеуказанное свойство медианы задача сводится к ее вычислению. Объём выборки $n = 3100$. Серединой ряда будет варианта с номером 1550, то есть $M_e = x_{1550}$. Поэтому $M_e = 17$, и «Школу юношеского творчества» нужно расположить в школе на 17 км.

Замечание. Среднее значение для заданого распределения $x_c \approx 17{,}55$, мода- $M_o = 25$и суммы абсолютных отклонений от медианы $\sum_{i=1}^{n} |x_i - M_e| = 33$, от моды $\sum_{i=1}^{n} |x_i - M_o| = 57$, от среднего $\sum_{i=1}^{n} |x_i - x_c| = 33{,}55$ подтверждают, что сумма абсолютных отклонений наименьшая от медианы.

В докладе проиллюстрированы некоторые методы решения задач размещения с помощью методов математической статистики и математического программирования, которые будут полезны студентам и преподавателям на занятиях по указанным дисциплинам.

Список использованных источников

1. Кузьмічов А.І., Медведєв М.Г. Математичне програмування в Excel: Навч. посіб. - К.:Вид-во Європ. Ун-ту, 2005.- 320 с.

2. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / Р.К. Чорней, О.Ю. Дюженкова, О.Б. Жильцов та ін.; За ред. Р.К. Чорнея. – К.: МАУП, 2003. – 328 с. : іл. – Біблогр.: с. 321-322.