

УДК 004.4

Чорнобай К. Ю.

студентка гр. ІС-1-4М, кафедра інформаційних систем,
Національний університет харчових технологій, м. Київ, Україна

Сєдих О. Л.

старший викладач кафедри інформатики,
Національний університет харчових технологій, м. Київ, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА АЛГОРИТМ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ ПРО ОПТИМАЛЬНИЙ ЛІНІЙНИЙ РОЗКРІЙ

Економний лінійний розкрій матеріалів актуальний для багатьох галузей виробництва і в будівництві. Це - розпил дощок в деревообробній галузі, різання арматурних швелерів, труб на заготовки у виробництві металоконструкцій і машинобудуванні, поперечний розкрій рулонів з папером і тканиною у целюлозній і легкій промисловості. Ця тема відноситься до задач лінійного програмування. Симплекс-метод, заснований на ідеях Л.В. Канторовича, був описаний і детально розроблений рядом вчених з США у середині 20 століття. Надбудова MS Excel «Пошук рішення» використовує цей алгоритм.

Умова задачі: Для комплектації замовлення потрібно нарізати з однакових прутків-заготовок довжиною 1500 мм три типорозміри деталей: 151 - довжиною 330 мм, 206 - довжиною 270 мм; 163 - довжиною 190 мм. Необхідно знайти оптимальний план розкрою, який використовує мінімальну кількість матеріалу і дає, відповідно, мінімальну кількість відходів.

Визначити оптимальний план розкрою, тобто, знайти вектор $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ де x_j – кількість прутків-заготовок, розкrojених за j -им шаблоном, $j = 1, \dots, 18$, щоб мінімізувати загальні витрати матеріалу.

З урахуванням усіх вимог, математична постановка задачі буде мати вигляд (1-2):

$$F = \sum_{j=1}^{18} \left(L - \sum_{i=1}^3 l_i \cdot n_{ij} \right) \cdot x_j \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{18} x_j \cdot n_{1j} = 151 \\ \sum_{j=1}^{18} x_j \cdot n_{2j} = 206 \\ \sum_{j=1}^{18} x_j \cdot n_{3j} = 163 \\ x_j \geq 0, \quad x_j - \text{цілого типу} \end{cases} \quad (2)$$

де x_j - кількість прутків-заготовок розкrojених за j -им варіантом розкрою;

L - довжина заготовки (1500 мм);

l_i - довжина деталі i -го типорозміру;

n_{ij} - кількість деталей i -го типорозміру розкромлених за j -им варіантом розкрою;

$L - \sum_{i=1}^3 l_i \cdot n_{ij}$ - довжини відходів, що залишаються в результаті виконання розк-

рою деталей i -го типорозміру.

Заповнюємо таблицю початковими даними і можливими варіантами розкрою (рис. 1). Варіанти розкрою заповнюємо за принципом: довжини відходів повинні бути менше найменшої деталі; «укладання» деталей у заготовку починаємо з найбільших деталей і з найбільшої їх кількості, послідовно рухаючись в сторону зменшення; якщо якогось типорозміру деталі у варіанті розкрою немає, то клітину залишаємо порожньою.

Наприклад, варіант розкрою №1: спроба викроїти з однієї заготовки 5 деталей №1 неможлива, тому заносимо у клітину D7 – 4; додати у розкрій деталь №2 або деталь №3 також неможливо, тому залишаємо порожніми клітини E7 і F7.

Варіант розкрою №2: зменшуємо на одиницю від попереднього варіанту кількість деталей №1 і записуємо в D8 – 3; пробуємо додати 2 деталі №2 - не виходить, тому записуємо у E8 – 1; залишається можливість доповнити розкрій деталлю №3 - заносимо у F8 – 1.

Заповнюємо по аналогії усі можливі у даному випадку 18 варіантів розкрою.

A	B	C	D	E	F	G	H
Початкові дані:		Позначення	Значення			Довжина відходів (L_{0j}), мм	Розрахункова кількість заготовок (x_j), шт.
1							
2	1	Довжина заготовок, мм	L=	1 500			
3	2	Номери деталей	$i=$	1	2	3	
4	3	Довжина деталей, мм	$l_i=$	330	270	190	
5	4	Задана кількість деталей, шт.	$n_i=$	151	206	163	
6			$n_{i1}=$	4			
7			$n_{i2}=$	3	1	1	
8			$n_{i3}=$	3		2	
9			$n_{i4}=$	2	3		
10			$n_{i5}=$	2	2	1	
11			$n_{i6}=$	2	1	3	
12			$n_{i7}=$	2		4	
13			$n_{i8}=$	1	4		
14			$n_{i9}=$	1	3	1	
15	5	Кількість деталей, що викроюють з однієї заготовки з різних варіантів розкрою, шт.	$n_{i10}=$	1	2	3	
16			$n_{i11}=$	1	1	4	
17			$n_{i12}=$	1		6	
18			$n_{i13}=$		5		
19			$n_{i14}=$		4	2	
20			$n_{i15}=$		3	3	
21			$n_{i16}=$		2	5	
22			$n_{i17}=$		1	6	
23			$n_{i18}=$			7	

Рис. 1. Таблиця з початковими даними і можливими варіантами розкрою

У діапазоні клітин G7:G24 обчислюються довжини відходів, що залишаються в результаті виконання розкрою, за формулою $Lo_j = L - \sum_{i=1}^3 l_i \cdot n_{ij}$.

Кількість деталей кожного типорозміру, виготовлених за усіма застосованими варіантами розкрою, будуть обчислюватися у діапазоні клітин D26:F26 за формулою

$$n_i \text{ розр} = \sum_{j=1}^{18} n_{ij} \cdot x_j \text{ відповідно.}$$

Необхідна кількість заготовок для виконання оптимального плану розкрою буде розрахована у клітині D27 за формулою: $X_{\text{розр}} = \sum_{j=1}^{18} x_j$.

Загальна довжина всіх заготовок, необхідних щоб виконати лінійний розкрій всіх деталей обчислюється у клітині D28 за формулою: $Lz = L \cdot X_{\text{розр}}$

Загальна довжина усіх відходів, що отримуємо при виконанні знайденого плану розкрою, буде обчислена у клітині D29 за формулою: $Lo = \sum_{j=1}^{18} Lo_j \cdot x_j$.

Оптимізаційну задачу будемо вирішувати в MS Excel за допомогою надбудови «Пошук рішення».

Результат обчислення буде розташований у діапазоні клітин H7: H24 (рис. 2).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Початкові дані:		Позначення	Значення		Довжина відходів (Lo), мм	Розрахункова кількість заготовок (X _j), шт.								
2	1	Довжина заготовок, мм	L=	1 500											
3	2	Номери деталей	i=	1	2	3									
4	3	Довжина деталей, мм	l _i =	330	270	190									
5	4	Задана кількість деталей, шт.	n _i =	151	206	163									
6			n ₁₁ =	4			180	0,00							
7			n ₁₂ =	3	1	1	50	1,00							
8			n ₁₃ =	3	2	2	130	0,00							
9			n ₁₄ =	2	3		30	40,00							
10			n ₁₅ =	2	2	1	110	15,00							
11			n ₁₆ =	2	1	3	0	19,00							
12			n ₁₇ =	2	4	80	0,00								
13			n ₁₈ =	1	4	90	0,00								
14			n ₁₉ =	1	3	1	170	0,00							
15			n ₁₁₀ =	1	2	3	60	0,00							
16			n ₁₁₁ =	1	1	4	140	0,00							
17			n ₁₁₂ =	1	6	30	0,00								
18			n ₁₁₃ =		5		150	0,00							
19			n ₁₁₄ =	4	2	40	0,00								
20			n ₁₁₅ =	3	3	120	0,00								
21			n ₁₁₆ =	2	5	10	18,00								
22			n ₁₁₇ =	1	6	90	0,00								
23			n ₁₁₈ =		7	170	0,00								
24	Результати розрахунку:		Позначення	Значення											
25	6	Кількість деталей в раскрой, шт.	n _{розр} =	151	206	163									
26	7	Розрахункова кількість заготовок, шт.	X _{розр} =	93											
27	8	Загальна довжина заготовок, мм	Lz=	139 500											
28	9	Загальна довжина відходів, мм	Lo=	3 080											

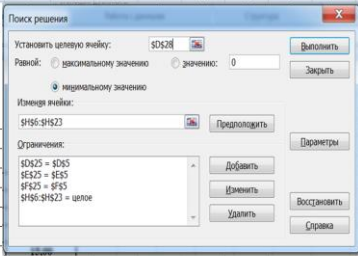


Рис. 2. Оптимальний план розкрою

Розв'язок задачі наведено на рис.2. Як бачимо, розкрій №2 виконаний 1 раз, розкрій №4 – 40 раз, розкрій №5 – 15раз, розкрій №16 – 18 раз.

Висновки. Практична значимість роботи полягає у підвищенні ефективності виробничого проектування. Це призводить до зниження витрат на закупівлю, транспортування, зберігання і утилізацію відходів. Розроблений алгоритм легко адаптується і застосується на виробництві з додатковими технологічними обмеженнями.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дякон В. М. Моделі і методи теорії прийняття рішень : підручник / В. М. Дякон, Л. Є. Ковальов. – К.: АНФ ГРУП, 2013. – 604 с.