

## Практичні аспекти динамічного аналізу роботи маніпулятора

*Д.Р. Іващенко, Л.О. Кривопляс-Володіна, к.т.н., Г.Р. Валіулін, к.т.н.,  
О.А. Вітюк, НУХТ, м. Київ*

**Вступ.** У пакувальній галузі широко використовуються робототехнічні комплекси для типових технологічних операцій. Зокрема, маніпулятори з високою гнучкістю керування, можливістю переналагоджування на різні об'єкти обробки, компактністю, енергоощадністю дають змогу реалізовувати різні алгоритми для виконання технологічних операцій для пакування як споживчих, так і групових упаковок.

Стандартна методика кінематичного й динамічного аналізу маніпулятора складається з декількох етапів: складання математичної моделі маніпулятора; розробка програмного забезпечення; визначення початкових умов; математичне моделювання руху маніпулятора; аналіз та обробка отриманих результатів обґрунтування вибору кінцевої робочої ланки, модуля. У зв'язку з розробленням портативного маніпулятора виникла необхідність розробки методу кінематичного та динамічного аналізу з використанням стандартного пакета прикладних програм. Запропонований підхід до моделювання структури забезпечить ефективне проектування маніпулятора на початкових етапах розробки технічної пропозиції.

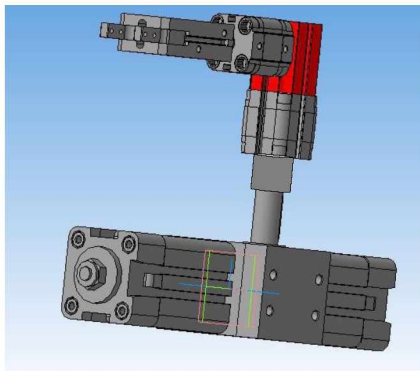
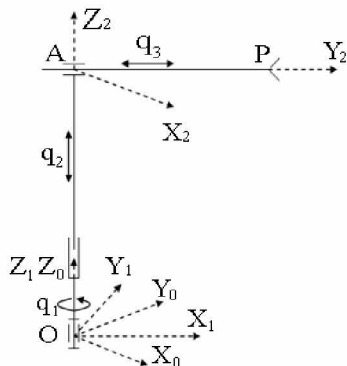
**Метою дослідження** є розробка формалізованого підходу до кінематичного й динамічного аналізу маніпулятора в середовищі ПП Mathcad. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити завдання кінематичного аналізу: сформувати матрицю перетворення координат методом Денавіта–Хартенберга; дослідити переміщення кінцевої точки маніпулятора  $P$ , визначити як послідовність рухів до кожної узагальненої координати робота; визначити лінійну швидкість і прискорення точки  $P$  робота-маніпулятора в системі координат робота.

**Матеріали і методи дослідження.** Вихідними даними моделювання обрано: кінематичну схему маніпулятора; геометричні розміри робочих ланок; необхідний закон руху захвата маніпулятора, пов'язаного з точкою  $P$ ; початкове положення ланок; інформацію про навантаження.

Ланки маніпулятора пов'язані з декартовою системою координат  $O_i, X_i, Y_i, Z_i$ , початок відліку якої  $O_i$  розташовано в центрі шарніра (рис. 1). Рух роботи маніпулятора визначається зміною в часі узагальнених координат  $q_i(t)$ , якими є кути повороту – в обертальних і поступальних кінематичних парах. Вирішуємо задачу руху вихідної ланки робота за кінематичною схемою маніпулятора. Відомі положення та орієнтація захвата для моменту часу  $t_m$  в системі координат, пов'язаній з роботом. Визначимо значення узагальнених координат  $q_i(t_m)$ ,  $i=1,2, \dots, n$ , задані положенням

захвата  $\vec{r}_p^0$ . За положенням захвата в системі трьох лінійних координат  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  можна визначити кутові координати  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$ ,  $\gamma(t)$  та обчислити  $q_i(t_m)$ ,  $i=1,2, \dots, n$  за формулою:

$$\vec{r}_p^0 = (T_n)^{-1} \cdot r_p^0, \quad (1)$$



**Рис. 1.** Загальний вигляд та розрахункова схема дослідного робота-маніпулятора

Визначимо прискорення руху точки  $P$  захвата маніпулятора, виконуючи операцію символічного диференціювання вектора координат.

Після перетворень (1) отримуємо систему шести нелінійних рівнянь:

$$\begin{aligned} x(t_m) &= F_1(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ y(t_m) &= F_1(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ z(t_m) &= F_1(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ \alpha(t_m) &= F_1(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ \beta(t_m) &= F_1(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ \gamma(t_m) &= F_1(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_n(t_m)). \end{aligned} \quad (2)$$

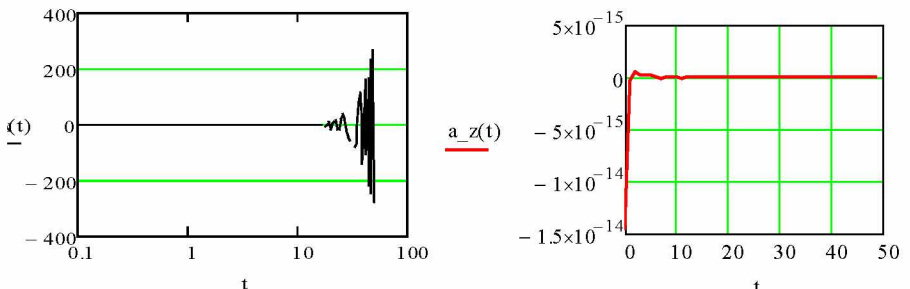
Метод вирішення (2) залежить від кількості узагальнених координат маніпулятора. За умови  $n=6$  система має один розв'язок; при  $n>6$  заданому положенню захвата можуть відповідати різні набори значень узагальнених координат. Якщо  $n<6$ , рішення існує для обмеженої множини положень захвата, тобто робоча зона маніпулятора має обмеження. Системи рівнянь виду (1), (2), доповнені обмеженнями руху точки  $P$ , вирішено в ПП Mathcad. Проведення кінематичного аналізу за представленим алгоритмом дає можливість формалізувати процес обчислень, зменшити витрати часу й скоротити кількість помилок.

Використання рівнянь Лагранжа дало змогу розробити ефективні алгоритми аналізу маніпулятора. Кінетична енергія маніпулятора визначена за формулою:

$$Ek = 0.5 \cdot \sum_{i=1}^n \text{tr} \left( \frac{d}{dt} T_i \cdot H_i \cdot \left( \frac{d}{dt} T_n \right)^T \right), \quad (3)$$

$$H_i = \begin{bmatrix} J_{xx}^{(i)} & J_{xy}^{(i)} & J_{xz}^{(i)} & m_i \cdot x_i \\ J_{yx}^{(i)} & J_{yy}^{(i)} & J_{yz}^{(i)} & m_i \cdot y_i \\ J_{zx}^{(i)} & J_{zy}^{(i)} & J_{zz}^{(i)} & m_i \cdot z_i \\ m_i \cdot x_i & m_i \cdot y_i & m_i \cdot z_i & m_i \end{bmatrix},$$

де  $H_i$  – матриця, що характеризує інерцію  $i$ -ої ланки,  $m_i$  – маса  $i$ -ої ланки;  $x_i, y_i, z_i$  – координати центра ваги  $i$ -ої ланки в системі координат, пов'язаній із  $i$ -ю ланкою;  $J_{xx}^{(i)}, J_{xy}^{(i)}, \dots, J_{zz}^{(i)}$  – елементи тензора інерції, що обчислюються для  $i$ -ої ланки в системі координат, пов'язаній з  $i$ -ю ланкою.



**Рис. 2.** Результати моделювання кінематичних параметрів маніпулятора: залежність прискорення точки  $P$  –  $a$  ( $m/c^2$ ) від часу руху  $t$  (с)

Проекції прискорення руху точки  $P$  захвата відносно нерухомої системи координат, пов'язаної з основою маніпулятора, дозволяють визначити основні кінематичні параметри вихідної ланки.

**Висновки.** Спроектовано та досліджено за допомогою ПП MathCAD кінематичні характеристики нової запропонованої конструкції робота-маніпулятора. Розроблено алгоритм розрахунку кінематики й динаміки заданої точки  $P$  маніпулятора з метою вибору кінцевої ланки – захвата. Формалізовано етапи переміщення точки  $P$  маніпулятора в системі координат, пов'язаній з маніпулятором. Відповідно до етапів вирішення

задачі виконано перебір матриць за допомогою вбудованих функцій пакета прикладних програм MathCAD. Промодельовано переміщення точки  $P$  маніпулятора в закритій системі координат із метою оцінки зовнішнього навантаження на захоплювальний пристрій. Отримані результати показали максимальну швидкість у межах до 0,01 м/с.

### **Література**

1. *Elatta A.Y., Gen L.P., Zhi F.L.* An Overview of Robot Calibration // *Information Technology Journal* 3 (1), Asian Network for Scientific Information. 2004. P. 74–78.
2. *Ruggeri S., Vertuan A., Legnani G., Visioli A.* Kinetostatic calibration of a SCARA robot // *XIX Congresso AIMETA, Associazione Italiana di meccanica teorica e applicate* (Ancona, 14-17 Settembre, 2009). 10 p.