



ЕЛЕКТРОННІ РЕСУРСИ  
ТА ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

ELECTRONIC RESOURCES AND INFORMATION  
AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES

ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ  
И ИНФОРМАЦИОННО-КОМУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 005.311.12:519.852

DOI: 10.31866/2617-796x.2.2018.155665

**Овчарук Ірина,**

*кандидат технічних наук, доцент,*

*Державний університет інфраструктури та технологій,*

*Київ, Україна*

*ovch05@ukr.net*

*<https://orcid.org/0000-0003-4255-5816>*

**Овчарук Володимир,**

*кандидат технічних наук, доцент,*

*Національний університет харчових технологій,*

*Київ, Україна*

*vl\_ovch@gmail.com*

*<https://orcid.org/0000-0002-8994-976X>*

**МЕТОДИКИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ  
З ВИКОРИСТАННЯМ СУЧАСНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

**Метою статті** є удосконалення володіння таким програмним продуктом, як системи автоматизованих інженерних та економічних розрахунків Excel та MathCad, наведено детальний розв'язок оптимізаційної задачі, як однієї з найважливіших та трудомістких в економічних обчисленнях.

**Методами дослідження** є методи математичного моделювання розв'язання задач лінійного програмування, що сприяє підвищенню рівня і якості підготовки фахівців, вимагає вирішення цілого комплексу задач: розвиток і підтримка системного мислення, забезпечення усіх видів пізнавальної діяльності, розвиток і закріплення навичок і умінь у сполученні з активними методами навчання.

**Новизною проведеного дослідження** є запропонована методика розв'язання, як наслідок появи в останні роки засобів інженерних та наукових розрахунків, що дає можливість фахівцю розв'язувати поставлені задачі без досконалого знання мов програмування, із застосуванням формату звичайного математичного запису. Проте виникає необхідність досконалого володіння таким програмним продуктом, як системи автоматизованих інженерних та економічних розрахунків Excel та MathCad.

**Висновки.** Дана розробка сприятиме більш якійсій підготовці висококваліфікованих спеціалістів в економіці, маркетингу, менеджменті, обліку і аудиті.

**Ключові слова:** лінійне програмування; оптимізація; математичне моделювання; Excel; MathCad; економічні розрахунки.

**Вступ.** Основною метою вивчення новітніх інформаційних технологій студентами за спеціальностями «Економіка підприємств», «Менеджмент організацій», «Облік і аудит» та іншими спорідненими спеціальностями є необхідність підвищення рівня і якості підготовки фахівців. Окремі аспекти розв'язування економіко-математичних задач засобами MS Excel та застосування MathCad в інженерних розрахунках розкрито в працях (Будя, Лемешев та Овчарук, 2008; Мартиненко, Нещадим, та Сафонов, 2002; Гавриленко, Величко, та Алексєєнко, 2002). Однак недостатньо проробленими залишаються методики розв'язання задач оптимізації та лінійного програмування з використанням сучасних комп'ютерних технологій. В Україні цією проблемою опікуються науковці М.А. Мартиненко, В.В. Гавриленко, О.П. Будя, та ін. Цілі статті полягають у запропонуванні методики розв'язання задач лінійного програмування, як найбільш популярних в економічних обчисленнях, використовуючи обидві системи автоматизованих інженерних та економічних розрахунків Excel та MathCad.

**Результати дослідження.** Загальна задача лінійного програмування полягає в знаходженні екстремуму (максимуму або мінімуму) функції (цільова функція):

$$F = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min) \quad (1)$$

за умов (обмежень):

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} b, \quad i = \overline{1, m}; \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, k}, \quad (k \leq n). \quad (3)$$

Цільова функція (1) – це деякий алгебраїчний вираз, який відображає мету (ціль) задачі. Обмеження моделі (2-3) являють собою систему рівнянь і нерівностей, які відображають умови даної задачі. Обмеження (2) свідчать про те, що витрати матеріалів не можуть перевищувати запаси, обмеження (3) відображають умови невід'ємності невідомих задачі. Завдання полягає у визначенні таких змінних  $x_j$ , які б задовольняли всі обмеження задачі (2–3) і при яких цільова функція (1) досягне свого максимуму (мінімуму).

Такі задачі часто зустрічаються на практиці, наприклад, при вирішенні проблем, пов'язаних з розподілом ресурсів, плануванням виробництва, організацією роботи транспорту тощо. Для їх розв'язання успішно використовується метод математичного моделювання або математичного (обчислювального) експерименту. Цей метод включає етапи розробки

математичних моделей, чисельних методів, програмного забезпечення (ПЗ), параметричних досліджень і аналізу результатів з впровадженням цих результатів у практику. Систематичне використання цього методу в техніці і технологіях дає такі переваги:

- оптимізація проектування;
- підвищення якості продукції;
- зменшення експлуатаційних витрат тощо.

Математичне моделювання суттєво перетворює також сам характер наукових досліджень, встановлює нові форми взаємозв'язку між експериментальними і математичними методами.

Математичне моделювання дозволяє вивчати тільки ті параметри оригіналу, що мають математичний опис і зв'язані математичними співвідношеннями в рівняннях, які відповідають як моделі, так і оригіналу. Математична модель реального об'єкту є деякий математичний об'єкт, що поставлений у відповідність даному фізичному об'єкту.

Розв'язок конкретної задачі складаються з наступних етапів:

1. Сформулювати фізичну постановку задачі. Виявити мету, вимоги, умови та обмеження відносно досліджуваної проблеми.

2. Побудувати математичну модель. Записати основні (інтегро-) диференціальні рівняння, а також відповідні початкові та граничні умови.

3. Провести дослідження математичної моделі, дискретизацію цих (інтегро-) диференціальних рівнянь, отримавши в результаті систему відповідних алгебраїчних рівнянь. Модель повинна бути адекватною, тобто повинна забезпечувати надійну поведінку системи.

4. Проаналізувати чисельні можливості схема дискретизації, такі як стійкість, апроксимація, збіжність і границі похибки.

5. Якщо обрана схема задовольняє поставленим вимогам, то використовуючи будь-який чисельний метод розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Якщо цього здійснити неможливо, то повертаємось до етапу 3 і використовуємо іншу схему дискретизації.

6. Проаналізувати результати обчислень.

Успіх використання математичного моделювання залежить від того, наскільки вдало була побудована математична модель. При цьому необхідно мати на увазі і характер відповідності моделі оригіналу, і ступінь вивчення моделі, і можливість та зручність працювати з нею.

В залежності від конкретних умов проходження процесів, застосовують різні типи математичних моделей, наприклад:

- статичні;
- динамічні;
- ймовірнісні;
- імітаційні та інші.

Розрізняють лінійні та нелінійні моделі.

Вибір типу моделі визначається задачами моделювання, потрібною точністю розв'язку, формою задання початкової (вхідної) інформації і прагненням отримати розв'язок задачі більш простими засобами.

Сучасний математичний апарат не завжди дозволяє розв'язати конкретні задачі аналітично. Використання чисельних методів дає можливість отримати наближений розв'язок таких задач з достатньою для інженерної практики точністю.

Побудова математичної моделі конкретної задачі передбачає виконання такої послідовності дій:

- введення змінних, значення яких потрібно знайти;
- формулювання критерію оптимальності, запис цільової функції;
- визначення обмежень на ресурси і вираження цих умов через змінні.

Розглянемо конкретну задачу.

Консервний завод випускає два види продукції, використовуючи при цьому чотири види сировини. Норми витрат сировини, її запаси, а також прибуток від продажу продукції наведені у таблиці 1:

Таблиця 1.

**Норми витрат сировини, її запаси та прибуток від продажу продукції**

Сировина	Продукція 1-го виду	Продукція 2-го виду	Запаси сировини, кг
S1	0.3	0.4	165
S2	0.6	0.4	240
S3	0.8	0	280
S3	0	0.1	35
Прибуток від продажу продукції	6	5	

Знайти план випуску продукції, при якому буде досягнуто максимального прибутку.

Покажемо як розв'язати поставлену задачу засобами Excel і MathCad. Передбачається, що студенти ознайомлені з цими прикладними програмами.

В Excel створюється таблиця з початковими даними (рис. 1).

Через  $x_1$  і  $x_2$  позначимо кількість одиниць продукції першого виду та другого виду відповідно. В клітини D7, D8, D9, D10 вводяться формули, які визначають обмеження по затратах сировини на продукцію кожного виду. В клітині F12 вводиться цільова функція, яка визначає прибуток.

У клітинах D13, D14 має бути знайдена кількість відповідної продукції

Для розв'язування цієї задачі застосуємо засіб «Пошук рішення». Для цього необхідно:

1) курсор розмістити у клітині, де введена цільова функція F12;

2) вибрати команду «Пошук рішення» *Сервис* → *Поиск решения*, відкриється діалогове вікно. В цьому вікні вказується розміщення цільової функції, вказується, що цільову функцію потрібно **максимізувати**, та вводяться обмеження рис. 2.

	A	B	C	D	E	F
1						
2				П1	П2	Запаси сировини, кг
3			s1	0,3	0,4	165
4			s2	0,6	0,4	240
5			s3	0,8	0	280
6			s4	0	0,1	35
7			Норма1	=D3*\$D\$13+E3*\$D\$14		
8			Норма2	=D4*\$D\$13+E4*\$D\$14		
9			Норма3	=D5*\$D\$13+E5*\$D\$14		
10			Норма4	=D6*\$D\$13+E6*\$D\$14		
11						Цільова функція
12			Прибуток від продажу одиниці	6	5	=6*D13+E12*D14
13			x1			
14			x2			

Рис. 1. Розміщення вихідних даних в Excel

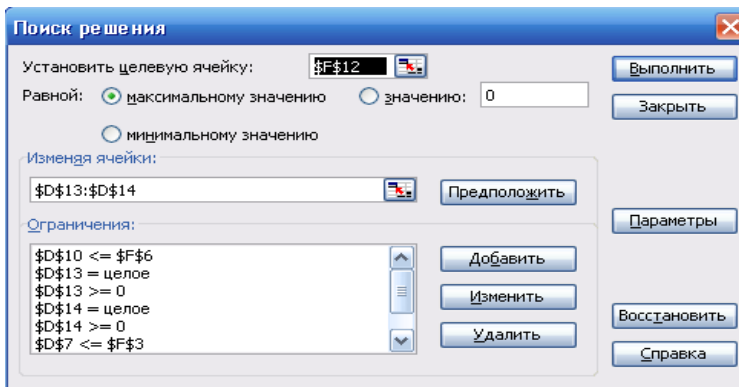


Рис. 2. Вигляд діалогового вікна «Поиск решения»

Результати обчислень маємо відповідно до рис. 3. За результатами обчислень кількість продукції першого виду  $x_1=250$  одиниць, кількість продукції другого виду  $x_2=225$  одиниць. При такому плані випуску продукції прибуток має бути максимальним.

	A	B	C	D	E	F
1						
2				П1	П2	Запаси сировини, кг
3			s1	0,3	0,4	165
4			s2	0,6	0,4	240
5			s3	0,8	0	280
6			s4	0	0,1	35
7			Норма1	165		
8			Норма2	240		
9			Норма3	200		
10			Норма4	22,5		
11						Цільова функція
12			Прибуток від продажу одиниці продукції	6	5	2625,000001
13			x1	250		
14			x2	225		

Рис. 3. Отриманий результат

Тепер розв'яжемо цю задачу засобами пакету MathCad.

Для змінних  $x_1$  і  $x_2$  задаються початкові значення, потім вводиться цільова функція і задається система обмежень (блок Given). Далі розв'язується оптимізаційна задача, тобто знаходяться змінні  $x_1=P_0$ ,  $x_2=P_1$  (вектор P), враховуючи, щоб цільова функція була максимальною.

$$x_1 := 0, \quad x_2 := 0$$

$$f(x_1, x_2) := (6 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2)$$

Given

$$0.3 \cdot x_1 + 0.4 \cdot x_2 \leq 165$$

$$0.6 \cdot x_1 + 0.4 \cdot x_2 \leq 240$$

$$0.8 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 \leq 280$$

$$0.1 \cdot x_2 \leq 35$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

$$P := \text{Maximize}(f, x_1, x_2)$$

$$P = \begin{pmatrix} 250 \\ 225 \end{pmatrix}$$

$$f(P_0, P_1) = 2.625 \times 10^3$$

**Висновки.** В роботі наведено детальний розв'язок оптимізаційної задачі, що використовує обидві системи автоматизованих інженерних та економічних розрахунків Excel та MathCad. Автори сподіваються, що в умовах обмеженості аудиторних годин на вивчення інформатики дані розробки сприятимуть підготовці висококваліфікованих спеціалістів в економіці, маркетингу, менеджменті, обліку і аудиту.

#### Список посилань

- Басюк, Т.М., 2012. *Основи інформаційних технологій*. Львів: Новий Світ, 2000.
- Будя, О.П., Лемешев, О.Г. та Овчарук, В.О., 2008. *Методичний посібник з розв'язування економіко-математичних задач засобами MS Excel*. Київ: Київський університет туризму, економіки і права
- Гавриленко, В.В. Величко, К.С. та Алексеєнко, К.М., 2002. *Mathcad в інженерних розрахунках*. Частина 1. Київ: Національний транспортний університет.
- Маноха, Л.Ю., 2015. *Обчислювальна математика та програмування*. Київ: Національний університет харчових технологій.
- Мартиненко, М.А., Нецадим, ОМ. та Сафонов, В.М., 2002. *Математичне програмування*. Київ: Четверта хвиля.

---

## References

---

- Basiuk, T.M., 2012. *Osnovy informatsiinykh tekhnolohii* [Fundamental Information Technologies]. Lviv: Novyi Svit, 2000.
- Budia, O.P., Lemeshev, O.H. and Ovcharuk, V.O., 2008. *Metodychnyi posibnyk z rozviazuvannia ekonomiko-matematychnykh zadach zasobamy MS Excel* [Methodical guide for developing economics and mathematical problems with MS Excel tools]. Kyiv: Kyivskiy universytet turyzmu, ekonomiky i prava
- Havrylenko, V.V., Velychko, K.S. and Alieksieienko, K.M., 2002. *Mathcad v inzhenernykh rozrakhunkakh* [Mathcad in Engineer Rosehunks]. Part 1. Kyiv: Natsionalnyi transportnyi universytet.
- Manokha, L.Iu., 2015. *Obchysliuvalna matematika ta prohramuvannia* [Mathematics and programming is enumerated.]. Kyiv: Natsionalnyi universytet kharchovykh tekhnolohii.
- Martynenko, M.A., Neshchadym, O.M. and Safonov, V.M., 2002. *Matematychni prohramuvannia* [Mathematical Programming]. Kyiv: Chetverta khvyliia.

Стаття надійшла до редакції 09.11.2018

**UDC 005.311.12:519.852**

***Ovcharuk Iryna,***

*PhD in Technical Sciences,*

*Associate Professor,*

*State University of Infrastructure and Technologies,*

*Kyiv, Ukraine*

*ovch05@ukr.net*

*<https://orcid.org/0000-0003-4255-5816>*

***Ovcharuk Volodymyr,***

*PhD in Technical Sciences,*

*Associate Professor,*

*National University of Food Technologies,*

*Kyiv, Ukraine*

*vl\_ovch@gmail.com*

*<https://orcid.org/0000-0002-8994-976X>*

## **METHODS FOR SOLVING LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS USING MODERN COMPUTER TECHNOLOGIES**

**The purpose of the article** is to improve the study of such software products, as systems of the automated engineering's and economic calculations of Excel and MathCAD which are resulted the detailed decision of optimization task, as to one of major and labour intensive in economic calculations.

**The research methods** are mathematical modeling methods for solving linear programming problems, that promotes higher levels and training quality of the specialists requires the solution of a whole range of tasks: development and support of systems thinking, providing all kinds of cognitive activity, development and consolidation of skills and abilities in conjunction with active teaching methods.

**The novelty of the research** is proposed method of solution, as a result of the appearance in recent years of engineering means and scientific calculations allows the specialist to solve the tasks without perfect knowledge of programming languages, with using the format of a regular mathematical record. However, there is a need for perfect possession of such software as Excel and MathCad – automated engineering and economic calculation systems.

**Conclusions.** This development will assist more high-quality preparation of highly skilled specialists in an economy, management, account and audit.

**Key words:** linear programming; optimization; mathematical modeling; Excel; MathCAD; economic calculations.

**УДК 005.311.12:519.852**

**Овчарук Ирина,**

*кандидат технических наук, доцент,*

*Государственный университет*

*инфраструктуры и технологий,*

*Киев, Украина*

*ovch05@ukr.net*

*<https://orcid.org/0000-0003-4255-5816>*

**Овчарук Владимир,**

*кандидат технических наук, доцент,*

*Национальный университет пищевых технологий,*

*Киев, Украина*

*vl\_ovch@gmail.com*

*<https://orcid.org/0000-0002-8994-976X>*

## **МЕТОДИКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАМИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

**Целью статьи** является усовершенствование изучения таких программных продуктов, как системы автоматизированных инженерных и экономических расчетов Excel и MathCad, приведено подробное решение оптимизационной задачи, как одной из важнейших и трудоемких в экономических вычислениях.

**Методами исследования** являются методы математического моделирования решения задач линейного программирования, что содействует повышению уровня и качества подготовки специалистов, требует решения целого комплекса задач: развитие и поддержка системного мышления, обеспечение всех видов познавательной



деятельности, развитие и закрепление навыков и умений в соединении с активными методами обучения.

**Новизной проведенного исследования** является предложенная методика решения, как следствие появление в последние годы средств инженерных и научных расчетов, что дает возможность специалисту решать поставленные задачи без совершенного знания языков программирования, с использованием формата обычной математической записи. Однако возникает необходимость совершенного обладания таким программным продуктом, как системы автоматизированных инженерных и экономических расчетов Excel и MathCad.

**Выводы.** Данная разработка будет содействовать более качественной подготовке высококвалифицированных специалистов в экономике, менеджменте, учете и аудите.

**Ключевые слова:** линейное программирование; оптимизация; математическое моделирование; Excel; MathCad; экономические расчеты.