В.В. Листопад
НУХТ (г. Киев, Украина)
В.П. ШОХА
Колледж искусств и дизайна КНУТД

О РЕШЕНИИ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ MS EXCEL

Тема «Решение систем линейных уравнений» (СЛУ) является одним из важных разделов как школьного, так и университетского курсов математики. Содержание курсов высшей математики включает задачи исследования на совместимость СЛУ (в том числе и системы любой размерности основной матрицы) в случае вырожденной или невырожденной системы. Для решения таких систем в линейной алгебре есть общеизвестные методы – Гаусса, Крамера, матричный и Жордана-Гаусса. Наиболее «тяжелым», но самым удобным на практике есть метод Жордана- Гаусса. Он дает возможность исследовать на совместимость СЛУ любой размерности, параллельно получая ответ на вопрос совместимости и решения (при положительном ответе). С помощью этого метода можно находить ранг матрицы (ответ на совместимость), строить обратную матрицу, реализовать симплекс-метод [1] и его модификации при решении задач на экстремум экономического, физического, механического, технологического содержания.

В данной статье раскроем некоторые методы применения электронных таблиц Ms Excel для решения задач из курсов высшей математики, алгебры и теории чисел и определим преимущества реализации данного метода над традиционными.

Пример 1. Решить СЛУ в поле R : $\begin{cases} 2x - y + z = 6, \\ -x + y + 2z = 4, \\ 3x + 2y - 3z = -8. \end{cases}$

Решение. Решим систему пользуясь методом Крамера (метод определителей) с помощью функции МОПРЕД с Ms Excel (таблица 1).

Таблица 1.

	A	B	C	D	E
1	**Метод Крамера для решения системы линейных уравнений**				
2		2	-1	1	6
3		-1	1	2	4
4		3	2	-3	-8
5			$\boxed{\Delta}$	-22	
6					
7		6	-1	1	
8		4	1	2	
9		-8	2	-3	
10			$\boxed{\Delta_x}$	-22	
11					
12		2	6	1	
13		-1	4	2	
14		3	-8	-3	
15			$\boxed{\Delta_y}$	22	
16					
17		2	-1	6	
18		-1	1	4	
19		3	2	-8	
20			$\boxed{\Delta_z}$	-66	
21					

$$\boxed{x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-22}{-22} = 1;}$$

$$\boxed{y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{22}{-22} = -1;}$$

$$\boxed{z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-66}{-22} = 3.}$$

Замечание. Имея шаблон для метода Крамера в Ms Excel (таблица 1) можно набирать расширенную матрицу системы и получать ответы. В шаблоне столбец свободных членов вносить с помощью комбинации клавиш CTRL + SHIFT + ENTER.

Обратная матрица A^{-1} используется при решении СЛУ матричным методом: уравнение вида $AX = B$ (решение $X = A^{-1}B$) или $YA = B$ (решение $Y = BA^{-1}$).

<u>Пример 2.</u> Решить систему матричным методом

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 12, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 27, \\ 7x_1 + 8x_2 - x_3 + 5x_4 = 40, \\ 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 41. \end{cases}$$

Решение. Запишем нашу систему в матричном виде $A \cdot X = B$,

где $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & 5 & 3 \\ 7 & 8 & -1 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 \\ 27 \\ 40 \\ 41 \end{pmatrix}$.

Первый шаг: ищем обратную матрицу (функция МОБР), а второй - $A^{-1} \cdot B$, произведение матриц (МУМНОЖ).

Таблица 2

54		**Решение системы линейных уравнений матричным методом**										
55												
56		3	5	-3	2		Шаг 1		1 4/5	3/7	-1 1/5	2/5
57	**A=**	4	-2	5	3		$A^{-1}=$		- 3/5	- 1/3	2/5	0
58		7	8	-1	5				- 2/3	- 1/6	1/3	0
59		6	4	5	3				-1 2/3	- 1/7	1 1/3	- 3/5
60												
61		12	Шаг 2				1					
62	**B=**	27			$X=A^{-1}B=$		2					
63		40					3					
64		41					4					

Ответ. $X=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix}$.

Произвольную невырожденную матрицу A с помощью элементарных преобразований можно привести к единичной матрице E, если к единичной матрице порядка n применить те же элементарные преобразования, только над строками и в том же порядке , с помощью которых невырожденная квадратная матрица A порядка n приводится к единичной, то полученная при этом матрица будет обратной к матрице A. Отсюда следует способ нахождения обратной матрицы с помощью элементарных преобразований [2, с.94]:

$$(A|E)\rightarrow(E|A^{-1})$$

Пример 3. Найти обратную матрицу к $A=\begin{pmatrix}3 & -4 & 5\\ 2 & -3 & 1\\ 3 & -5 & -1\end{pmatrix}$

Таблица 3

23	**Вычисление обратной матрицы (пример 3)**					
24		**A**			**E**	
25	3	-4	5	1	0	0
26	2	-3	1	0	1	0
27	3	-5	-1	0	0	1
28	Шаг 1					
29	1	-1,33333	1,666667	0,333333	0	0
30	0	-0,33333	-2,33333	-0,66667	1	0
31	0	1	6	1	0	-1
32	Шаг 2					
33	1	0	11	3	-4	0
34	0	1	7	2	-3	0
35	0	0	-1	-1	3	-1
36	Шаг 3					
37	1	0	0	-8	29	-11
38	0	1	0	-5	18	-7
39	0	0	1	1	-3	1
40		**E**			A^{-1}	

У выделенных клетках помечены разрешающие элементы для каждого шага перехода. Для перехода к следующей таблице используем правило прямоугольника (Жордановы исключения) с обязательной фиксацией в формуле элементов разрешающего столбца. Проверку можно выполнить, пользуясь функцией МУМНОЖ.

Преимущества применения электронных таблиц Ms Excel при реализации метода Жордана - Гаусса на занятиях по высшей математике:

– повышение осведомленности по вопросам применения методов информационных технологий при решении широкого круга прикладных задач;
– обеспечение дифференцированного и индивидуализированного подхода при обучении студентов;
– повышения эффективности организации самостоятельной работы студентов.

ЛИТЕРАТУРА

1.Листопад В.В. Реалізація методу Жордана-Гауса з допомогою Ms Excel//Науковий часопис НПУ ім М.П.Драгоманова. Серія №2. Компьтерно-орієнтовні системи навчання: Збірник наукових праць/Редрада. – К.: Видавництво НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2012. -12 (19). – с. 91 - 102

Гусак А.А., Гусак Г.М. Справочник по высшей математике: Справ. - Мн.: Навука і тэхніка, 1991. - 480 с.