

РОЗРОБКА МЕТОДИКИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З НЕВИЗНАЧЕНОСТЯМИ

Н. М. Луцька, кандидат технічних наук, доцент

Національний університет харчових технологій

E-mail: lutkanm2017@gmail.com

Анотація. При практичній реалізації робастних методів керування для технологічних об'єктів виникла проблема поряд з ідентифікацією математичної моделі об'єкта ідентифікації невизначеностей. При цьому постає декілька питань: вибір структури невизначеностей; розрахунок множини невизначеностей.

Метою роботи є розробка узагальненої методики ідентифікації математичних моделей технологічних об'єктів, що орієнтовані на робастне керування. Це дозволить ефективно застосовувати робастні системи керування та призведе до підвищення енергоефективності системи в цілому.

У роботі запропоновано дві методики ідентифікації математичних моделей з інтервальними невизначеностями: емпіричний та з використанням рандомізації. Методика побудована на поетапних процедурах, що включають проведення експерименту, ідентифікацію параметрів в номінальному режимі, а також ідентифікацію інтервальної невизначеності параметрів математичної моделі. Застосування методів рандомізації, зокрема бутстрепу та «Складального ножа» на етапі ідентифікації номінальної моделі та інтервальної невизначеності дозволяє зменшити кількість та час проведених експериментів, а також підвищить точність отриманих оцінок. Перевагами обох методик є простота та інтуїтивна зрозумілість отриманих рішень.

Ключові слова: *математична модель, ідентифікація, невизначеність, технологічний об'єкт*

Актуальність. Для керування об'єктами, що функціонують в умовах невизначеності нині розроблені адаптивні, робастні та інтелектуальні методи [1]. Всі перераховані методи можна використати для синтезу системи керування технологічним об'єктом (ТО). Однак враховуючи особливості ТО, зокрема апріорні знання про структуру та частково параметри математичної моделі (ММ), а також межі її адекватності, доцільним є застосування робастних алгоритмів.

Проблема ідентифікації ММ ТО для побудови системи керування давно відома, адже при цьому виникає задача компромісу між простотою моделі та адекватним

описом об'єкта. Майже всі існуючі сучасні методи ідентифікації розглянуті в [2], однак задача ідентифікації ММ ТО досі залишається творчою процедурою, що вимагає від проектанта ітераційного підходу як до структури моделі, так і до методів ідентифікації її параметрів.

При практичній реалізації робастних методів керування виникла проблема поряд з ідентифікацією ММ об'єкта, ідентифікація невизначеностей [3-11]. При цьому постає декілька проблем:

- вибір структури невизначеностей;
- розрахунок множини невизначеностей.

Таким чином, ММ ТО мають свої особливості та вимагають узагальненої методики до ідентифікації ММ з невизначеностями.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Загального підходу до ідентифікації ММ ТО, орієнтованих для подальшого синтезу робастних систем керування на сьогодні не сформовано. Однак існують окремі прикладні застосування, що характеризуються індивідуальним підходом до ідентифікації ММ з невизначеностями виходячи з розгляду об'єкта керування [11].

В 90-х роках минулого століття активною була школа нестохастичної ідентифікації систем [3-10], що отримала назву «worst-case identification». Тут шуми розглядаються як невідомі та обмежені, а ідентифікація орієнтована на надійне керування, зокрема H_∞ - L_1 - та μ -оптимізацію. Однак занадто складні підходи до ідентифікації, що базуються на оптимізації не знайшли своє застосування на практиці.

Отже, з'явилися нові інструменти в області аналізу систем та розширилися поняття фундаментальних методів ідентифікації та структур даних [12]. З іншого боку, виникають деякі проблеми з методологіями, наприклад, консервативність меж невизначеності, складність в зменшенні розмірності невизначеності та складність пошуку оптимальних рішень. Ці проблеми дають перевагу простим автоматизованим рішенням щодо ідентифікації ММ ТО.

Метою дослідження є розробка узагальненої методики ідентифікації ММ ТО, що орієнтовані на робастне керування. Це дозволить ефективно застосовувати робастні системи керування та призведе до підвищення енергоефективності системи в цілому. Вказана методика повинна базуватися на простих методах ідентифікації ММ ТО, а також повинна використовувати мінімальні додаткові процедури до визначення області невизначеності об'єкта.

Матеріали та методи дослідження. У роботі для визначення ММ ТО застосовані методи ідентифікації в передавальних функціях за даними експериментальних досліджень [1]. Для до визначення області невизначеності ММ ТО використовується евристичні методи, а також рандомізація, зокрема бутстреп та метод «Складального ножа» [13, 14]. Для розробки узагальненої методики використані загальні методи системного аналізу, а для порівняння результатів дослідження – методи математичного моделювання, що пропонує пакет прикладних програм Matlab.

Результати досліджень та їх обговорення. Перші та досі популярні методи ідентифікації ТО засновані на використанні ступінчастих, імпульсних та частотних дій. Зрозуміло, що ці методи використовують лінійні математичні моделі з одним входом – одним виходом (SISO), хоча можна ідентифікувати і багатовимірну модель. В роботі розглядається ідентифікація ММ ТО у вигляді передавальних функцій з SISO структурою, що представлена номінальною передатною функцією та областю невизначеності її параметрів.

Лінійна ММ об'єкта ідентифікації описується наступною залежністю:

$$y(t) = G(s)u(t) + H(s)e(t); \quad (1)$$

де $y(t)$, $u(t)$ – відповідно сигнали виходу та керування ТО, $e(t)$ – вхідні невимірювані збурення; $G(s)$, $H(s)$ – передавальні функції об'єкта ідентифікації за відповідними вхідними сигналами; s – комплексна змінна.

$G(s)$ представлена параметричним сімейством моделей (однією структурою моделі та інтервальними параметрами її коефіцієнтів):

$$G(s) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{\sum_{j=0}^n a_j s^j}; \quad b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]; \quad a_i \in [\underline{a}_i, \overline{a}_i]; \quad m < n, \quad (2)$$

де a_i, b_i – параметри моделі; $\underline{b}_i, \overline{b}_i, \underline{a}_i, \overline{a}_i$ – відповідно мінімальні та максимальні значення параметрів a_i, b_i .

Розроблено евристичний метод визначення інтервальних параметрів ММ ТО, який базується на припущенні, що експериментальні дані покривають всю область невизначеності ТО за рахунок багатократного повторення експериментів при однакових вхідних діях. Тоді, ідентифікацію параметрів кожного експерименту виконується окремо при одній структурі моделі, а потім визначається область параметрів за їх мінімальним та максимальним значеннями в експериментах:

$$G^k(s) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i^k s^i}{\sum_{j=0}^n a_j^k s^j}; \quad k = 1, 2, \dots, K; \quad (3)$$

$$b_i \in \left[\min_k (b_i^k), \max_k (b_i^k) \right]; \quad a_i \in \left[\min_k (a_i^k), \max_k (a_i^k) \right]; \quad m < n,$$

де K – кількість повторень експериментів.

Значення параметрів для кожного експерименту визначається за методом мінімізації похибки передбачення (англ. PEM) з критерієм:

$$l(\varepsilon_F(t, a_i, b_j)) \rightarrow \min_{a_i, b_j}, \quad (4)$$

де ε_F – фільтроване значення похибки передбачення з лінійним фільтром; $l(\)$ – задана норма ε_F . При ідентифікації параметрів ММ можна використати й інші критерії, зокрема метод найменших квадратів та його модифікації.

Визначити номінальні значення можна шляхом різного усереднення отриманого інтервалу значень параметрів, наприклад медіани або математичного сподівання. Кращі результати можна отримати моделюванням всього експериментального ряду з різним та однаковим співвідношенням сигнал-шум.

Приклад 1. Перевірка запропонованої методики виконується шляхом моделювання на тестовому прикладі, модель якого складається з трьох аперіодичних ланок першого порядку з'єднаних послідовно. Крім структурної невизначеності на виході об'єкта, представленою немодельованою динамікою першого порядку, об'єкт $G(s)$ також має параметричні невизначеності: коефіцієнти передачі змінюються в межах $[-30...+10]$ %, а постійні часу – $[-10...+50]$ % від номінального значення. Всі змінні спостерігаються з дискретністю 1 секунда.

На рис. 1 зображено відгуки об'єкта при подачі на вхід серії випробувальних сигналів. Відповідно (1-3) отримано ММ об'єкта з інтервальними параметрами:

$$y = G(s)u + \frac{C(s)}{D(s)} e;$$

$$G(s) = \frac{k_o}{T_o s + 1} e^{-\tau}; \quad k_o \in [0.44, 1.89]; \quad T_o \in [69.51, 156.09]; \quad \tau \in [27.02, 33.23]$$

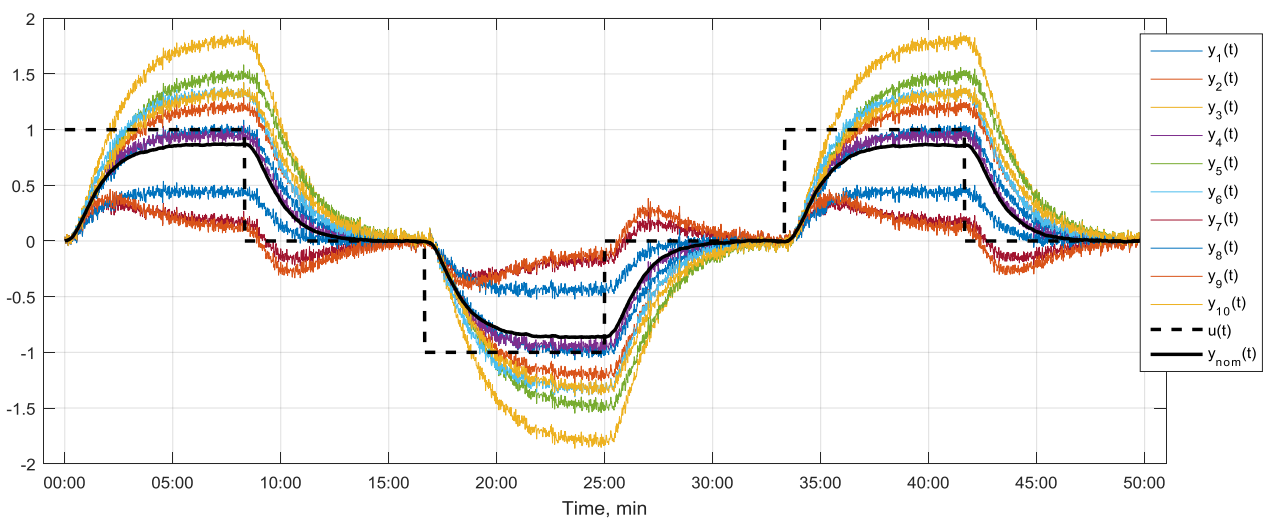


Рис. 1. Експериментальні дані

На рис. 2 наведені динамічні характеристики експериментальних даних та моделі з максимальними та мінімальними значеннями параметрів.

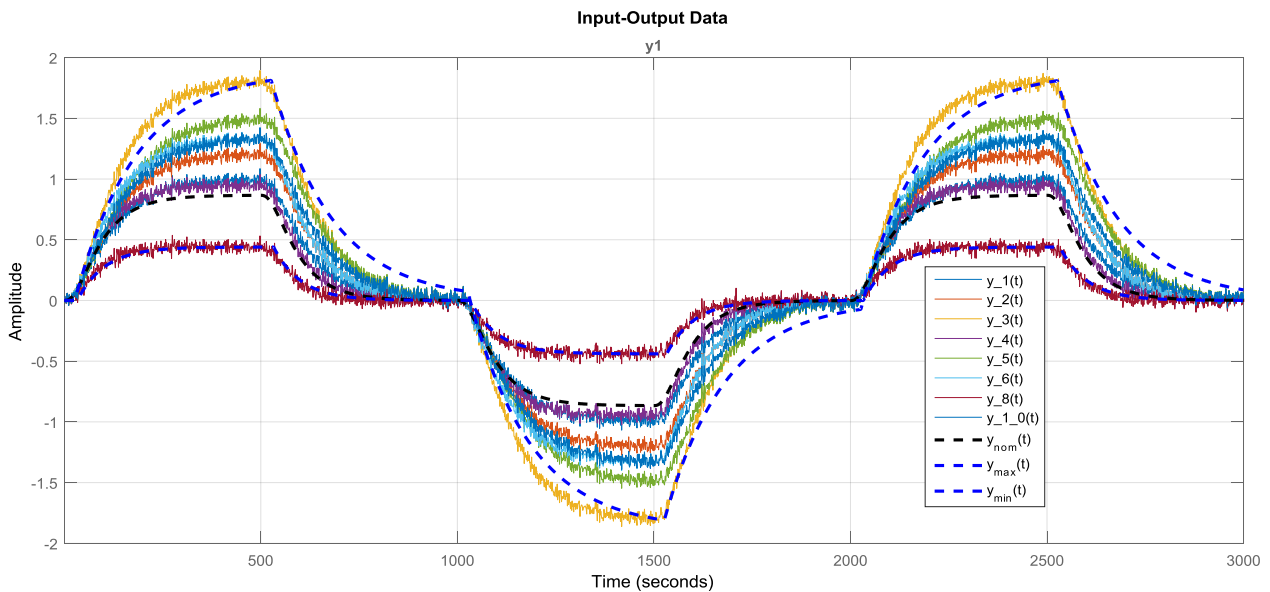


Рис. 2. Моделювання ідентифікованої моделі на окремих вибірках

На рис. 3 наведені перехідні характеристики оцінок номінальних моделей та дійсного об'єкта. Як видно, всі три знайдені номінальні параметри моделі мають майже однакові характеристики. І хоча номінальні параметри ММ дещо зміщені відносно дійсних значень, однак для подальшого синтезу робастного регулятора на всьому проміжку невизначеностей об'єкта ММ є адекватною задачі дослідження.

Переваги названої методики такі: структура моделі може бути як завгодно простою; при проектуванні робастного регулятора можна орієнтуватися на задану область невизначеності, а не лише на номінальні значення параметрів. Проте спостерігаються недоліки: потребує значної кількості експериментів та часу на їх проведення; задана єдина структура моделі повинна описувати всі експерименти або по-іншому: потрібна апріорна впевненість в прийнятій структурі моделі для подальшого відкидання невдалих експериментів (так у наведеному прикладі відкинуто сьомий та дев'ятий експерименти); номінальні параметри моделі дещо зміщені.

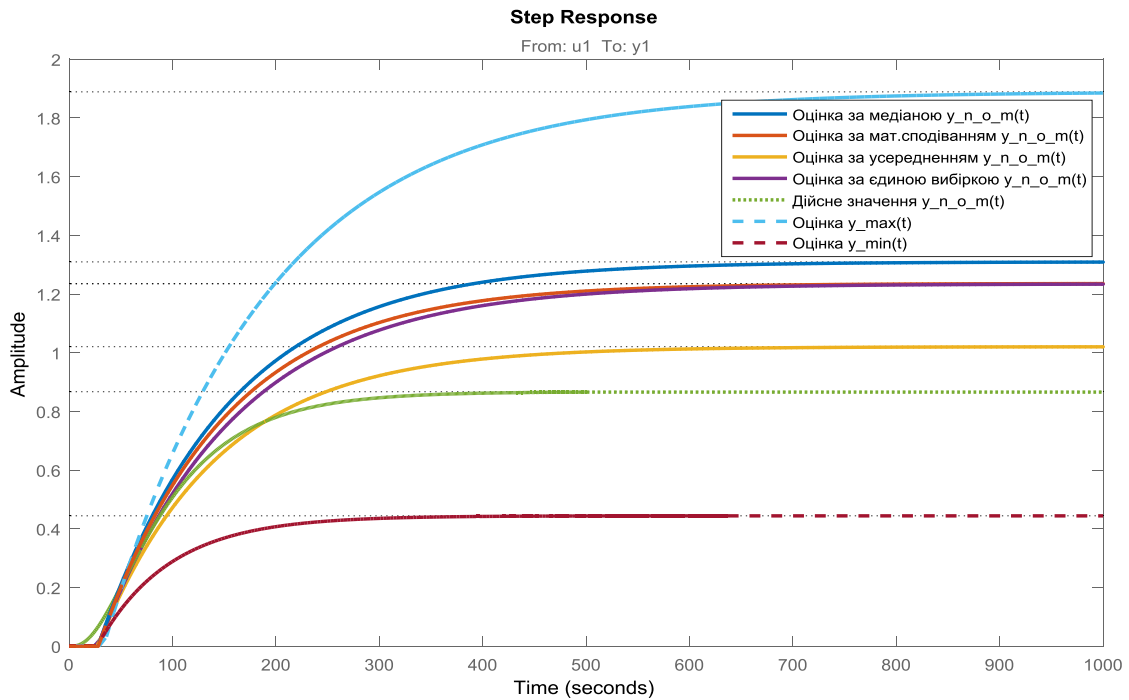


Рис. 3. Порівняння оцінок номінальних моделей за різними характеристиками

Якщо є впевненість, що всі експерименти вдалі, то необхідно побудувати ітераційну процедуру підбору єдиної структури моделі для всіх експериментів.

З наведеного прикладу до визначення меж невизначеності видно, що номінальні значення параметрів ММ ТО зміщені. Можна використати теорію статистичного бутстрепа для оцінок як номінальних значень параметрів, так і їх інтервальних меж невизначеності.

Процедура використання бутстрепа полягає в багатократному витягуванні псевдовибірки з даних, близьких до емпіричної послідовності, та повторювання розрахунків параметрів ММ ТО для кожної такої вибірки. Однак, оскільки вихідні дані не є незалежними, то отримати коректну імітацію простим випадковим вибором з поверненням неможливо. На практиці для такої вибірки використовуються більш складні генерації псевдовибірок, які враховують автокореляцію та періодичність в емпіричних даних. Щоб врахувати останнє, псевдовибірку з поверненням будемо генерувати шляхом випадкового витягування групи даних з однією зміною сигналу керування k (по аналогії з «Block bootstrap» в [14]).

Сформулюємо етапи ідентифікації ММ ТО за запропонованою методикою:

- провести експеримент за детермінованими вхідними діями при різних умовах експлуатації об'єкта (6-10 змін керування):

$$\begin{aligned} y^k(t) &= [y^k(0), y^k(T_s), y^k(2T_s), \dots, y^k(NT_s)] \\ u^k(t) &= [u^k(0), u^k(T_s), u^k(2T_s), \dots, u^k(NT_s)] \quad k = 1 \dots K; \end{aligned} \quad (5)$$

- сформулювати масив загальних B псевдовибірок ($B = 500$ і більше) з поверненням із k -частин емпіричної вибірки:

$$([y^{*1}(t), u^{*1}(t)], [y^{*2}(t), u^{*2}(t)], \dots, [y^{*K}(t), u^{*K}(t)])_b, \quad b = 1 \dots B; \quad (6)$$

- провести структурну та параметричну ідентифікацію кожної псевдовибірки та отримати масиви кожного з параметрів:

$$(\hat{k}_o, \hat{T}_o, \hat{\tau})_b, \quad b = 1 \dots B; \quad (7)$$

- за допомогою псевдостатистики отриманих параметрів можна розрахувати їх статистичні характеристики, зокрема математичне сподівання, дисперсію, квантілі, максимальне або мінімальне значення, довірчий інтервал.

Приклад 2. Для попереднього прикладу були отримані скореговані параметри ММ ТО на основі бутстрепа та методу «Складального ножа», зокрема на рис. 4 наведені динамічні характеристики ідентифікованих та дійсної ММ. На рис. 5 показано розподіл параметрів ММ тестового ТО, що описується аперіодичною ланкою першого порядку з запізнюванням.

Переваги методики з використанням ресімплінгу аналогічні попередній методиці, крім того кількість експериментів може бути значно зменшена. Недолік – методика потребує значних обчислювальних ресурсів.

Порівняння різних варіантів ідентифікації номінальної ММ ТО та на області невизначеності проводилося за наступними характеристиками (табл. 1):

- в номінальному режимі: верхня межа гар- та pugар-метрики (Vinnicombe) між ідентифікованою та дійсною моделями;

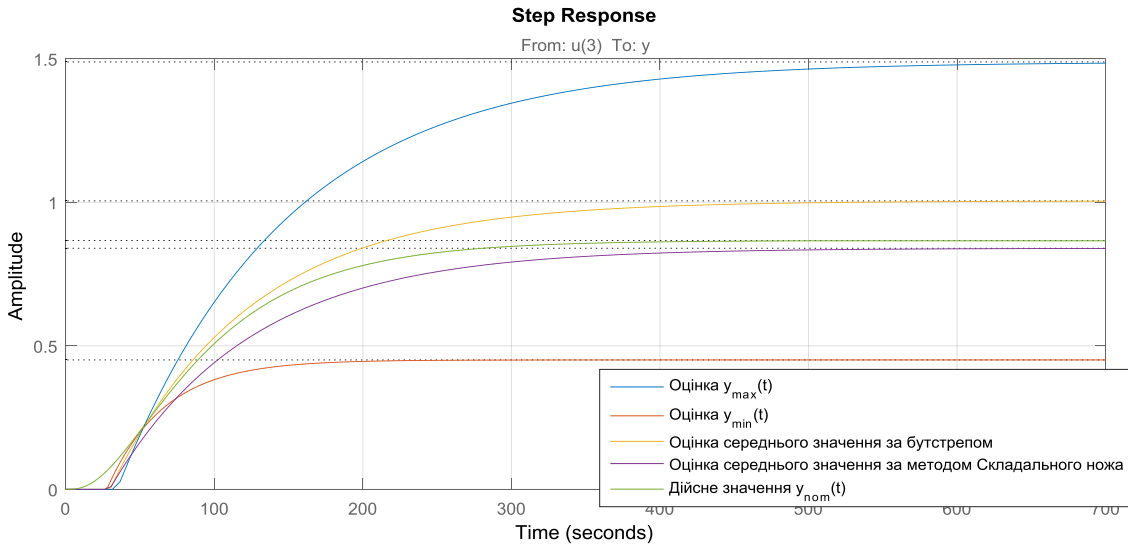


Рис. 4. Динамічні характеристики ідентифікованих та дійсної ММ

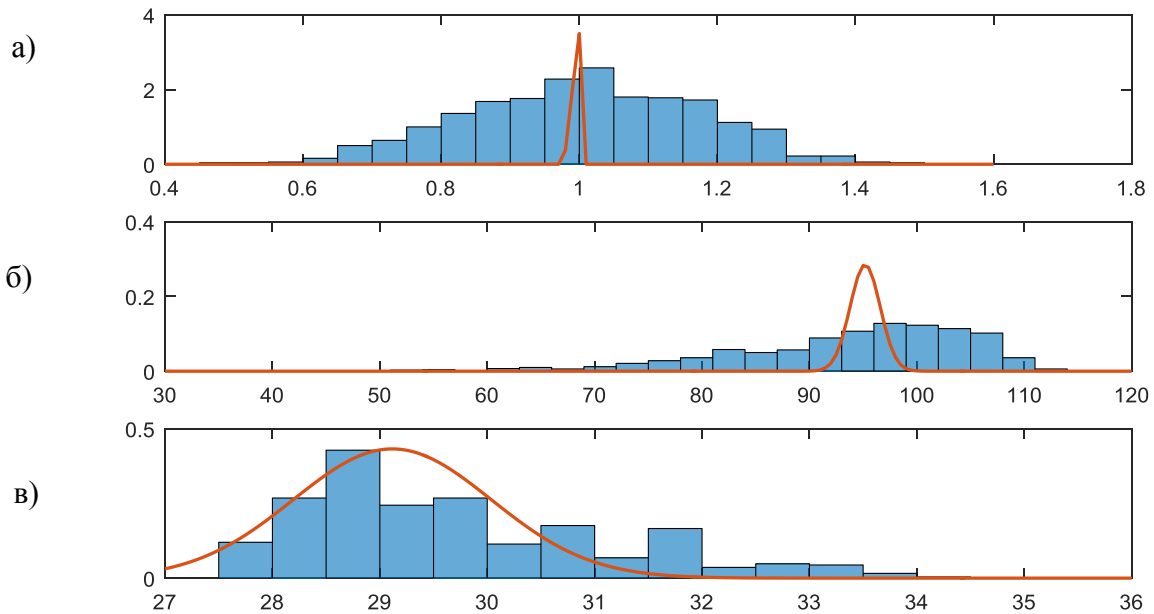


Рис. 5. Гістограми розподілу оцінок параметрів ММ тестового ТО: а) коефіцієнт передачі; б) постійна часу; в) час запізнювання

- на області невизначеності: різниця максимальних значень ЛАЧХ при найкращих (LowerBound) та найгірших (UpperBound) комбінаціях невизначеностей між ідентифікованою та дійсною моделями (WCGain), а

також критичне значення частоти, при якій спостерігається максимальний коефіцієнт підсилення (CriticalFrequency).

1. Порівняльні характеристики методик ідентифікації ММ ТО

№	Методика		gar-метрика		dWCGain		
			gar	nugar	dLowerBound, dB	dUpperBound, dB	CriticalFrequency, c ⁻¹
1	Емпірична		0.1619	0.1611	1.1	1.1	2.4·10 ^{-5*})
2	2.1	З використанням бутстрепа	0.0927	0.0924	0.92	0.91	2.2·10 ⁻⁵
3							

*) дійсне значення критичної частоти $2.9 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$.

Для всіх запропонованих методик значення gar-метрики мале ($\text{gar}, \text{nugar} \ll 1$), що означає, що будь-який контролер, який стабілізує ідентифіковану ММ, швидше за все стабілізує дійсний об'єкт, крім того коефіцієнти підсилення в двох системах із замкнутим контуром будуть подібні. Для методики з використанням методу «Складального ножа» при ідентифікації параметрів ММ ТО gar або nugar близько нуля визначає, що дійсний об'єкт та ідентифікована ММ майже рівні. Також спостерігаються несуттєве збільшення межі невизначеності.

Висновки і перспективи. Практика використання робастних систем керування для технологічних об'єктів виявила проблеми, що пов'язані з ідентифікацією ММ ТО, а саме області невизначеності її параметрів.

У роботі запропоновано дві методики для ідентифікації ММ ТО з невизначеностями: емпіричний та з використанням рандомізації. Методика побудована на поетапних процедурах, що включають проведення експерименту, ідентифікацію параметрів ММ ТО в номінальному режимі, а також ідентифікацію

інтервальної невизначеності параметрів ММ. Застосування методів рандомізації, зокрема бутстрепу та «Складального ножа» на етапі ідентифікації номінальної моделі та інтервальної невизначеності дозволяє зменшити кількість та час проведених експериментів, а також підвищить точність отриманих оцінок. Перевагами обох методик є простота та інтуїтивна зрозумілість отриманих рішень.

Подальші дослідження направлені на вдосконалення розроблених методик, шляхом автоматизації етапних процедур та побудови системи підтримки прийняття рішень щодо розробки ефективних систем керування ТО, що функціонують в умовах невизначеності.

Список літератури

1. Луцька Н. М., Ладанюк А. П. Оптимальні та робастні системи керування технологічними об'єктами: монографія. К.: Видавництво „Ліра-К”, 2015. 288 с.
2. Ljung L. System Identification: Theory for the User, Second Ed., Prentice Hall PTR, 1999. 609 p.
3. Ljung L. and Vicino A. (Eds.) Special Issue on System Identification. IEEE Transactions on Automatic Control. 2005. Vol. 50 (10). P. 1473.
4. Soderstrom T., Van Den Hof P., Wahlberg B. and Weiland S. (Eds.) Special Issue on Data Based Modelling and System Identification. Automatica, 2005. Vol. 41 (3). P. 357-362.
5. Sippe G. Douma, Paul M.J. Van den Hof. Relations between uncertainty structures in identification for robust control. Automatica, 2005. Vol. 41 (3). P. 439–457.
6. Sippe G. Douma, Paul M.J. Van den Hof. On the choice of uncertainty structure in identification for robust control. Proceeding of 41st IEEE conference on decision and control Las Vegas, Nevada USA, Desember 2002. P. 4197-4202.
7. Sippe G. Douma, Paul M.J. Van den Hof. An alternative paradigm for probabilistic uncertainty bounding in prediction error identification. Proceeding of 44st IEEE conference on decision and control, and the European Control Conference 2005. Seville, Spain, December 12-15, 2005. P. 4970-4975.
8. Chen J. and Gu G. Control Oriented System Identification. Wiley Interscience, 2000. 421 p.
9. Milanese M, Vicino A. Optimal estimation theory for dynamic systems with set membership uncertainty: an overview. Automatica, 1991, 27(6). P. 997-1009.
10. Mäkilä P M, Partington J R, Gustafsson T K. Worst-case control-relevant identification. Automatica, 1995, 31(12). P. 1799-1819.
11. Jafarian S. Hamed and Häggblom Kurt E. Frequency-domain uncertainty model identification using a state space model with time-delay compensation. *Report 11-1 ABO Academi*, February, 2011.

12. Wang Le-Yi, Zhao Wen-Xiao. System Identification: New Paradigms, Challenges, and Opportunities. *Acta automatica sinica*, July, 2013. Vol. 39 (7). P. 933-942.

13. Efron B., Tibshirani R.J. An introduction to the bootstrap. N.Y.: Chapman & Hall, 1993. 436 p.

14. Шитиков В.К., Розенберг Г.С. Рандомизация и бутстреп: статистический анализ в биологии и экологии с использованием R. Тольятти: Кассандра, 2013. 314 с.

References

1. Lutska, N.M., Ladaniuk, A.P. (2015). *Optymalni ta robastni systemy keruvannia tekhnolohichnymy ob'iektamy* [Optimal and robust control systems for technological objects]. Kyiv, Ukraine: Lira-K, 288.

2. Ljung L. System Identification: Theory for the User, Second Ed. (1999). Prentice Hall PTR, 609.

3. Ljung L. and Vicino A. (2005) Special Issue on System Identification. *IEEE Trans. Autom. Control*, 50 (10). P. 1473.

4. Soderstrom T., Van Den Hof P., Wahlberg B. and Weiland S. (2005). Special Issue on Data Based Modelling and System Identification. *Automatica*, 41 (3), 357-362.

5. Sippe G. Douma, Paul M.J. Van den Hof. (2005). Relations between uncertainty structures in identification for robust control. *Automatica*, 41 (3), 439-457.

6. Sippe G. Douma, Paul M.J. Van den Hof. (2002). On the choice of uncertainty structure in identification for robust control. *Proceeding of 41st IEEE conference on decision and control Las Vegas, Nevada USA*, 4197-4202.

7. Sippe G. Douma, Paul M.J. Van den Hof. (2005). An alternative paradigm for probabilistic uncertainty bounding in prediction error identification. *Proceeding of 44st IEEE conference on decision and control, and the European Control Conference 2005. Seville, Spain*, 4970-4975.

8. Chen J., Gu G. (2000). *Control Oriented System Identification*. Wiley Interscience, 421.

9. Milanese M, Vicino A. (1991). Optimal estimation theory for dynamic systems with set membership uncertainty: an overview. *Automatica*, 27(6), 997-1009.

10. Mäkilä P M, Partington J R, Gustafsson T K. (1995). Worst-case control-relevant identification // *Automatica*, 31(12), 1799-1819.

11. Jafarian S. Hamed and Häggblom Kurt E. (2011). Frequency-domain uncertainty model identification using a state space model with time-delay compensation. Report 11-1 ABO Academi.

12. Wang Le-Yi, Zhao Wen-Xiao. (2013). System Identification: New Paradigms, Challenges, and Opportunities. *Acta automatica sinica*, 39 (7), 933-942.

13. Efron B., Tibshirani R.J. (1993). An introduction to the bootstrap. N.Y.: Chapman & Hall, 436.

14. Shitikov V.K., Rozenberg G.S. (2013). *Randomizatsiya i butstrep: statisticheskiy analiz v biologii i ekologii s ispolzovaniem R* [Randomization and bootstrap: statistical analysis in biology and ecology using R]. Tolyatti: Kassandra, 314.

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЯМИ

Н. Н. Луцкая

Аннотация. При практической реализации робастных методов управления для технологических объектов возникла проблема наряду с идентификацией математической модели объекта, идентификация неопределенностей. При этом возникает несколько вопросов: выбор структуры неопределенностей; расчет области неопределённости.

Целью работы является разработка обобщенной методики идентификации математических моделей технологических объектов, ориентированных на робастное управление. Это позволит эффективно применять робастные системы управления и приведет к повышению энергоэффективности системы в целом.

В работе предложены две методики идентификации математических моделей с интервальными неопределенностями: эмпирической простой и с использованием рандомизации. Методика построена на поэтапных процедурах, включающих проведение эксперимента, идентификацию параметров в номинальном режиме, а также идентификацию интервальной неопределенности параметров математической модели. Применение методов рандомизации, в частности бутстрапа и «Складного ножа» на этапе идентификации номинальной модели и интервальной неопределенности позволяет уменьшить количество и время проведенных экспериментов, а также повысит точность полученных оценок. Преимуществами обеих методик является простота и интуитивная понятность полученных решений.

Ключевые слова: математическая модель, идентификация, неопределенность, технологический объект

DEVELOPMENT OF METHODS FOR IDENTIFICATION OF MATHEMATICAL MODELS FOR THE TECHNOLOGICAL OBJECTS WITH UNCERTAINTIES

N. Lutska

Abstract. In the practical implementation of robust control methods for technological objects, a problem arose along with the identification of the mathematical model of the object, the identification of uncertainties. This raises several questions: the choice of the structure of uncertainties; calculation of the range of uncertainty.

The aim of the work is to develop generalized methods for identifying mathematical models of technological objects oriented to robust control. This will allow the efficient use of robust control systems and will lead to increased energy efficiency of the system as a whole.

Two methods for identifying mathematical models with interval uncertainties are proposed: empirical simple and with using randomization. The methodology is based on phased procedures, including the experiment, the identification of parameters in the nominal mode, as well as the identification of the interval uncertainty of the parameters of

the mathematical model. The use of randomization methods, in particular bootstrap and jackknife at the stage of identification of the nominal model and interval uncertainty, allows to reducing the number and time of experiments, as well as increasing the accuracy of the estimates obtained. The advantages of both methods are the simplicity and intuitiveness of the obtained solutions.

Key words: *mathematical model, identification, uncertainty, technological object*