

УДК 004.4

Сєдих О.Л.,

старший викладач кафедри інформатики Національного університету харчових технологій, м. Київ, Україна

Ющук П.О.,

студент Національного університету харчових технологій, м. Київ, Україна

## РІШЕННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ЗАСОБАМИ MS EXCEL

**Вступ.** При розробці конструкцій перед проектувальниками виникає складне завдання комплексного врахування суперечливих вимог. Сутність комплексного проектування полягає в процесі інтеграції різних вимог, що подаються у вигляді критеріїв, які суперечать один одному.

Якщо раніше рішення задач проектування залежало від досвіду, інтуїції проектувальника, то в даний час все більше використовуються інформаційні технології в процесі проектування.

**Виклад основного матеріалу.** Проектується вал, що передає крутний момент. Вал являє собою трубчасту конструкцію з круглим перетином. Його довжина є задана величина  $L=0,8$  м. До одного з кінцевих перетинів може бути прикладений максимальний крутний момент  $T=60$  н.м. Потрібно вибрати таку конструкцію вала, тобто підібрати такі значення радіуса перерізу вала  $r$  і товщини стінки вала  $t$ , при яких він буде мати необхідну міцність при найменшій вазі і найбільшій жорсткості.

Для задовільнення цих вимог використовується сплав, який має такі властивості: щільність  $= 7800$  кг/м<sup>3</sup>, модуль пружності (модуль Юнга)  $E=12,1 \cdot 10^9$  н/м<sup>2</sup>; коефіцієнт Пуассона  $\mu=0,3$ , межа міцності на зрушення  $S_{пр}=0,141 \cdot 10^8$  н/м<sup>2</sup>.

З практичних причин, обумовлених функціональними особливостями вала, максимальне значення радіуса  $r$  не повинно перевищувати  $r_{max}=0,1$  м. Згідно з технологічним вимогам, товщина стінки вала  $t$  повинна бути не менше  $t_{min}=0,002$  м. Необхідно визначити такі значення параметрів вала  $r$  і  $t$  при коефіцієнті запасу міцності  $N=2$ , що забезпечують мінімальну вагу і його максимальну жорсткість, щоб при цьому він не зруйнувався під впливом прикладеного до нього максимального крутного моменту  $T$  і не втратив стійкість при крученні.

Проектований вал може зруйнуватися або під дією зсувних напружень, або в результаті втрати стійкості при крученні. Зміщена напруга, створюване крутним моментом, визначається за формулою:

$$S_{\omega} = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot t} \quad (1)$$

Для того, щоб вал не зруйнувався під дією зсувних напружень, має задовольнятися умова:

$$\frac{T}{2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot t} \leq \frac{S_{np}}{N} \quad (2)$$

а щоб він не втратив стійкість при крученні - умова:

$$\frac{T}{2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot t} \leq \frac{S_{сд.кр.}}{N} \quad (3)$$

де  $S_{сд.кр.}$  - критичне напруження зсуву при крученні, що визначається за формулою:

$$S_{сд.кр.} = \begin{cases} E \left( \frac{t}{L} \right)^2 \left[ 3 + \sqrt{\left( 3,4 + \frac{0,24L}{\sqrt{r \cdot t}} \right)^3} \right], & \text{якщо } \frac{L}{r} \leq 7,72 \sqrt{\frac{r}{t}} \\ 0,272E \cdot \sqrt{\left( \frac{t}{r} \right)^3}, & \text{якщо } \frac{L}{r} > 7,72 \sqrt{\frac{r}{t}} \end{cases} \quad (4)$$

Іншою характеристикою вала є жорсткість. Жорсткість - це здатність системи чинити опір дії зовнішніх навантажень з найменшими деформаціями. Жорсткість оцінюють коефіцієнтом жорсткості, що визначається за формулою:

$$\lambda = \frac{T}{\varphi} = \frac{GJ_{\rho}}{L} \quad (5)$$

де  $T$  - максимальний крутний момент;  $\varphi$  - кут закручування (взаємного повороту кінцевих перетинів відносно один одного);  $J_{\rho}$  - полярний момент інерції перерізу вала;  $L$  - довжина вала;  $G$  - модуль зсуву ( $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ ).

Отже, цільову функцію яка оцінює жорсткість вала, можна представити у вигляді:

$$\varphi(r,t) = \frac{T}{G \cdot J_{\rho}} = \frac{T \cdot (1+\mu)}{E \cdot \pi \cdot r^3 \cdot t} \quad (5)$$

Цільова функція, яка визначає масу (вагу) вала записується у вигляді:

$$W(r,t) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot t \cdot L \cdot \rho \quad (6)$$

Таким чином, математична модель задачі оптимізації конструкції вала матиме такий вигляд:

$$W(r,t) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot t \cdot L \cdot \rho \rightarrow \min \quad (7)$$

$$\varphi(r,t) = \frac{T \cdot (1+\mu)}{E \cdot \pi \cdot r^3 \cdot t} \rightarrow \min \quad (8)$$

При обмеженнях

$$H_1(r,t) = \frac{S_{np}}{N} - \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot t} \geq 0 \quad (9)$$

$$H_2(r,t) = \frac{S_{сд.кр.}}{N} - \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot t} \geq 0 \quad (10)$$

$$H_3(r,t) = r - t \geq 0 \quad (11)$$

$$H_4(r,t) = r_{\max} - r \geq 0 \quad (12)$$

$$H_5(r,t) = t - t_{\min} \geq 0 \quad (13)$$

Для розв'язання задачі з двома цільовими функціями було використано метод виділення головного критерію. Цим методом задачу (7) - (13) необхідно вирішити два рази: перший раз - в якості головного критерію вибирається вага валу, другий раз кут закручування кінцевих перетинів вала відносно один одного.

При рішенні задачі (7) - (13) методом виділення головного критерію перший раз на другий критерій накладається вимога, щоб він не перевищував  $0,5^{\circ}$ , тобто -  $\pi/360$  рад. В систему обмежень (9) - (13) додається наступна нерівність:

$$H_6(r,t) = \frac{\pi}{360} - \frac{T \cdot (1 + \mu)}{E \cdot \pi \cdot r^3 \cdot t} \geq 0 \quad (14)$$

Використовуючи надбудову «Пошук рішення» в MS Excel знаходимо оптимальне значення радіусу вала  $r=0,049$  м, товщину стінки  $t=0,002$  м. При цьому мінімальна вага вала дорівнює  $W_{\min}=3,841$  кг, а кут закручування кінцевих перетинів вала відносно один одного становить  $\varphi=0,009$  рад.

Вирішуючи задачу другий раз, де в якості головного критерію вибирається кут закручування кінцевих перетинів вала відносно один одного, при цьому на перший критерій оптимізації  $W(r,t)$  накладемо обмеження, що його значення не повинно перевищувати значення  $W_{\min}=3,841$  кг більше ніж на 20%:

$$H_6(r,t) = 1,2 \cdot 3,841 - W(r,t) \geq 0 \quad (15)$$

Було знайдено оптимальне значення радіусу вала  $r=0,059$  м, товщина стінки  $t=0,002$  м. При цьому мінімальний кут закручування кінцевих перетинів вала відносно один одного становить  $\varphi_{\min}=0,005$  рад, а вага вала дорівнює  $W=4,610$  кг.

**Висновки.** Наведений розв'язок даної задачі показує, що застосування інформаційних технологій в процесі проектування виробів прискорює процес обчислень та дає високу точність і наочність.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кондрук Н. Е. Багатокритеріальна оптимізація лінійних систем: навч. посібник / Н. Е. Кондрук, М. М. Маляр – Ужгород: РА “АУТДОР-ШАРК”, 2019. 76 с.
2. Ключко О. В. Методи оптимізації в економіці [Текст] : навч. посіб. / Ключко О. В., Ключко В. І., Потапова Н. А. ; Вінниц. нац. аграр. ун-т. - Вінниця : Вінницька газета, 2013. 451 с.
3. Тарасевич Ю. Ю. Математическое и компьютерное моделирование. Вводный курс / Ю. Ю. Тарасевич – Изд. 6-е. – М.: ЛИБРОКОМ, 2013. 152 с.
4. Тарасик В. П. Математическое моделирование технических систем Учебник. / В. П. Тарасик – Мн.: Дизайн ПРО, 2004. 640 с.