

УДК 621.87

## DEVELOPMENT OF THE MATHEMATICAL MODEL FOR DETERMINATION OF PRODUCTIVITY OF PACKET LINE

M. Iakymchuk, O. Gorchakova, S. Tokarchuk, G. Valiulin  
*National University of Food Technologies*

---

**Key words:**

transport package,  
intensity of the flow,  
robotic complex,  
package formation.

**Article history:**

Received 20.09.2017  
Received in revised form  
19.10.2017  
Accepted 15.11.2017

**Corresponding author:**

---

**ABSTRACT**

Mathematical model for determination of the maximal productivity of robotic packet forming lines is being considered in this paper. Determined Influence of the process of separation of movement of different sized packed products on the working stations of the transporting system while forming transport packs and influence of their intensity for achieving maximal productivity of the robotic complex. The process of forming of the transport packaging is presented as a complex of the input of material and informational flows, each of them has its own intensity of developing of packed cargo, technological scheme of laying of cargo unit on the pallet while using information from the exiting flow in case of maximal productivity of robotic complex. Achieved results can be used in future design of new flexible robotic manufacturing in the branch of packaging industry with modular approach to equipment selection.

---

## РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПРОДУКТИВНОСТІ РОБОТИЗОВАНИХ ПАКЕТОФОРМУЮЧИХ ЛІНІЙ

М.В. Якимчук, д-р техн. наук  
О.М. Горчакова  
С.В. Токарчук, канд. техн. наук  
Г.Р. Валиулін, канд. техн. наук  
*Національний університет харчових технологій*

*У статті розглядається математична модель для визначення максимальної продуктивності роботизованих пакетоформуючих пакувальних ліній. Визначено вплив процесу розподілення потоків пакованих виробів різного типорозміру по робочим станціям транспортуючих систем під час формування транспортних пакетів і вплив їхньої інтенсивності для досягнення максимальної продуктивності роботизованого комплексу. Отримані результати можливо в подальшому використовувати при проектуванні нових гнучких роботизованих виробництв у пакувальній галузі при модульному підході до підбору їх обладнання.*

**Ключові слова:** транспортний пакет, інтенсивність потоку, роботизований комплекс, пакетоформування.

**Постановка проблеми.** Останнім часом у технологічних схемах формування транспортних пакетів, скріплення вантажів різноманітними допоміжними

пакувальними засобами активно почали використовувати автоматизовані робототехнічні комплекси, які з розвитком комп'ютерних технологій вийшли на новий рівень можливостей. Пакувальне обладнання для реалізації цих технологій має безліч модифікацій, типів і видів [1]. Формування транспортних пакетів у загальному вигляді складається з трьох основних технологічних процесів: підготовка вантажних одиниць до пакування, вкладання їх за певною схемою в пакет і скріплення пакета. Типовий технологічний процес пакування тарних вантажів можна навести у вигляді схеми (рис. 1). Загальна технологія формування транспортних пакетів включає два варіанти: формування пакета на піддоні (або на підкладному листі) і формування пакета без піддона [2].



Рис. 1. Схема типового технологічного процесу формування транспортного пакета

Для виконання таких операцій здебільшого застосовується роботизовані комплекси (рис. 2), які складаються з робота-маніпулятора, систем конвеєрів для подачі тарних вантажів, для подачі пустої тари та відведення заповненого транспортного пакета.

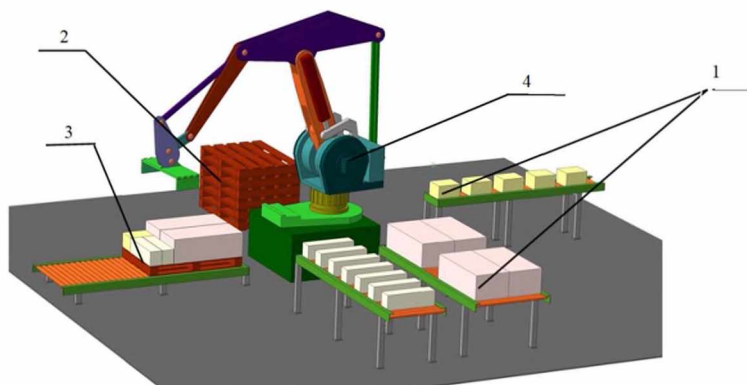


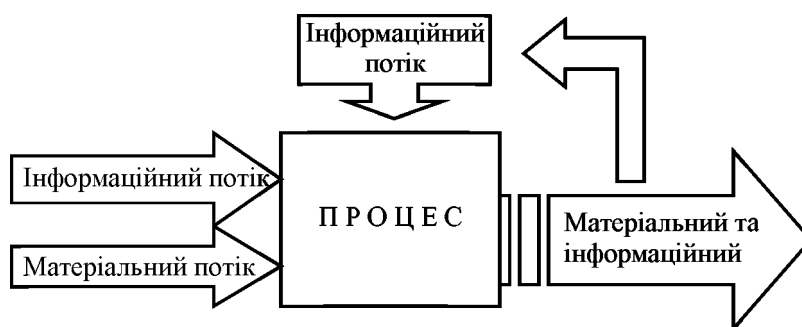
Рис. 2. Схема роботизованого комплексу для групового пакування:

1 — конвеєри подачі тарних вантажів різного типорозміру; 2 — конвеєр подачі тари; 3 — конвеєр відводу транспортного пакета; 4 — маніпулятор

Основною перевагою таких комплексів є можливість формування транспортного пакета з різних по типорозміру тарних вантажів, з різною продукцією та швидкоплинною можливістю переналадження системи при зміні форм, розмірів, ваги, циклу укладання, кількості вантажів у транспортному пакеті, форми та розмірів підкладного листа чи піддону.

Умовно обладнання, з якого складається типова схема пакетоформувального роботизованого комплексу, можна розділити на три основні групи. Перша — транспортна система, яка служить для подачі тарних вантажів і відведення транспортного пакета; друга — робот або маніпулятор, який виконує укладання тарних вантажів або формування транспортного пакету за попередньо заданою структурою; третя — систему подачі пустої тари з можливістю виділення одиничного зразка з магазину. У свою чергу, кожна група складається із системи взаємопов'язаних між собою одиниць обладнання або пристроїв, які характеризуються певними технологічними параметрами: часом виконання технологічної операції, надійністю роботи, величиною енергозатрат тощо. Синхронна робота обладнання забезпечується за рахунок інформаційних регуляторних впливів на рух матеріальних потоків [3].

Схему пакетоформуючого роботизованого виробничого комплексу для виконання заключних операцій можна представити у вигляді, представленому на рис. 3.



**Рис. 3. Схема структури пакетоформуючого роботизованого комплексу для виконання заключних операцій**

Відповідно до рис. 3, схема має чотири входи і один вихід, тобто відбувається з'єднання декількох матеріальних та інформаційних потоків в один вихідний, структура якого складається з поєднання різної кількості одиниць кожного вхідного потоку. З представленого видно, що основним обладнанням роботизованого комплексу є обладнання, що забезпечує «процес» формування вихідного потоку, тобто робот [4]. Якщо задатись умовою, що транспортна система безперебійно забезпечує подачу тарних вантажів і піддонів на робочі позиції і має певний запас продуктивності та можливість розподілення потоків тарних вантажів, наприклад, за типорозміром, то продуктивність роботи буде основною технологічною характеристикою комплексу. Таким чином, можна стверджувати, що підбір робота, який забезпечить максимальну продуктивність системи є основною проблемою під час модульного проектування таких комплексів. Методики розрахунків його продуктивності в таких системах в науковій літературі малодосліджені [5; 6].

**Мета дослідження** полягає у розробці математичної моделі для визначення максимальної продуктивності робота в системі роботизованих пакувальних комплексів для виконання заключних операцій на основі оптимального розподілу потоків тарних вантажів різних типів або видів за умови, що транспортно-складська система забезпечує відповідне їх завантаження.

У загальному випадку розрахована таким чином максимальна продуктивність пакетоформуючих роботизованих пакувальних комплексів є верхньою оцінкою продуктивності, яку можна досягнути при оптимальному підібраному складі основного устаткування [7].

**Матеріали і методи.** Початковими умовами для визначення продуктивності робота є технічна характеристика комплексу, основними параметрами якої є: продуктивність  $F$ ;  $n$  — кількість транспортних систем, які постачають тарні вантажі різних розмірів або різної номенклатури продукції;  $k$  — кількість тарних вантажів одного типорозміру, які використовуються для формування транспортного пакету; кількість технологічних операцій з тарним вантажем  $I = \{i_1, \dots, i_p\}$ , який виконує робот під час його укладання;  $\omega_i$  — час виконання  $i$ -ої операції, де  $i \in I$ .

Матриця формування пакета та її розмірність із числа тарних вантажів  $k$  типу має вигляд:

$$A = k \times I = \|\alpha_{ki}\|. \quad (1)$$

Тоді загальна кількість операцій, яку виконує робот під час формування транспортного пакета  $k$  типу, визначається за формулою:

$$Z_k = \{ i : \alpha_{ki} = 1 \}. \quad (2)$$

Продуктивність робота для тарного вантажу  $k$  типу  $F_k$  залежить від інтенсивності його потоку і позначається  $\sum_{k=1}^K \lambda_k$ , де  $k = \overline{1, K}$ .

Тоді для такої кількості  $k$  типу тарних вантажів необхідно забезпечити певну інтенсивність потоку вимог на виконання  $i$ -ої операції укладання, яку позначимо  $\sum_{i=1}^I \lambda_{ik}$ .

Введемо ряд обмежень для роботи системи. Всі інтенсивності потоків тарних вантажів є невід'ємними числами, тобто для будь-яких  $k$  та  $i$  виконуються вимоги:

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k \geq 0, \quad \sum_{i=1}^I \lambda_{ik} \geq 0. \quad (3)$$

Інтенсивність потоку тарних вантажів будь-якого  $k$  типу відповідає певній частці їх кількості в загальному потоці, з яких формується транспортний пакет:

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k = \chi_n \cdot F, \quad (4)$$

де  $k = \overline{1, K}$ ,  $\chi_n$  — частка  $k$  типу тарних вантажів у загальному потоці  $n$ , з якого формується пакет.

Потік тарних вантажів  $k$  типу утворює потік вимог такої ж інтенсивності на виконання  $i$ -ої операції для кожного тарного вантажу і визначається як

$$\sum_{i=1}^I \lambda_{ik} = \alpha_{ki} \sum_{k=1}^K \lambda_k. \quad (5)$$

Розрахункова продуктивність робота для  $k$  типу елемента враховує час виконання кожної операції і має вигляд:

$$\rho = \sum_{i=1}^I \lambda_{ik} \omega_i, \quad (6)$$

де  $i = \overline{1, I}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $\rho$  — коефіцієнт продуктивності робота для  $k$  типу упаковок.

Перераховані умови будемо розглядати як обмеження для інтенсивності потоків кожного типорозміру тарних вантажів, які використовуються для формування транспортного пакета у визначений технологічний час.

Тоді завдання можна сформулювати так: збільшити до максимального значення продуктивність роботизованої системи, яка складається із кількості потоків  $n$  з урахуванням введених обмежень (3), (4), (5), (6) для кожного типу тарного вантажу.

Математична модель для визначення максимальної продуктивності робота складається з певної послідовності етапів.

Сумарна інтенсивність потоків всіх упаковок  $k$  типу становить:

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k = \chi_n \cdot F. \quad (7)$$

Сумарна інтенсивність вимог на виконання всіх операцій для  $k$  типу тарного вантажу:

$$\sum_{i \in I} \lambda_{ik} = \alpha_{ki} \chi_n. \quad (8)$$

Продуктивність робота для  $k$  типу тарного вантажу визначається за рівнянням:

$$\sum_{i \in I} \omega_i \lambda_{ik} = F \chi_n \alpha_{ki}. \quad (9)$$

Залежність (8) показує розподілення загального потоку вимог на виконання кожної операції для  $k$  типу тарного вантажу по робочим позиціям укладання.

**Результати досліджень.** Враховуючи реальні процеси переміщення тарних вантажів роботом під час формування транспортного пакета, можна стверджувати, що інтенсивність загального потоку виробів (а відповідно, і продуктивність), які переміщує робот, не залежить від розподілення потоків по їхньому

типу розміру, а визначається загальним потоком вимог на виконання кожної операції з вантажем по робочим позиціям укладання.

Якщо для формування транспортного пакета використовується  $n$  кількість потоків, кожний з яких постачає  $k$  типів тарного вантажу, то максимальна продуктивність робота, який забезпечує формування вантажного пакета в роботизованому пакувальному комплексі визначається з умови:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{i \in I} \omega_i \lambda_{ikn} = \sum_{n=1}^N F \chi_n \alpha_{ki}, \quad (10)$$

де  $F \geq 0$ ,  $\lambda_{ikn}$  — інтенсивність потоку вимог на виконання  $i$ -ої операції для тарного вантажу  $k$  типу, які використовуються з  $n$ -ої кількості транспортних систем для формування транспортного пакета. Інтенсивність вимог повинна задовольняти умову  $\lambda_{ikn} \geq 0$  для будь-якого значення  $i$  та  $k$ , при цьому продуктивність робота буде максимальною:

$$F \rightarrow \max. \quad (11)$$

Математична модель представляє задачу лінійного програмування, в якій число обмежень дорівнює  $I + IK$ , а число змінних  $1 + IK$ . Отримана математична модель може бути використана для оцінки максимальної продуктивності в існуючих та її розрахунку в нових роботизованих комплексів для пакувальної індустрії.

Результат використання такої математичної моделі показаний у вигляді графіка зміни продуктивності пакетоформуючого роботизованого комплексу за умови використання декількох потоків тарних вантажів різних типорозмірів для формування транспортного пакета при виконанні роботом різної кількості технологічних операцій з вантажем по робочим позиціям укладання (рис. 4).

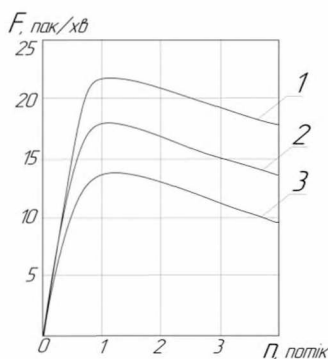


Рис. 4. Залежність продуктивності пакетоформуючого роботизованого комплексу за умови формування транспортного пакета з  $n$  потоків тарних вантажів різного типу при виконанні  $I$  кількості операцій з одним вантажем: 1)  $I = 2$ ; 2)  $I = 3$ ; 3)  $I = 4$

**Висновки.** Максимальну продуктивність робота може бути визначена за допомогою математичної моделі рівняння (6)—(11) з урахуванням обмежень (3), (4), (5), (6).

Аналітично досліджено, що інтенсивність загального потоку транспортних вантажів, які переміщує робот, не залежить від розподілення потоків виробів по

їхньому типу розміру, а визначається загальним потоком вимог на виконання кожної операції по робочим позиціям при формуванні транспортного пакета.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Гавва О.М. Пакувальне обладнання. Обладнання для обробки транспортних пакетів / О.М. Гавва, А.П. Беспалько, А.І. Волчко. — К. : ІАЦ Упаковка, 2006. — 96 с.
2. Проектирование и разработка промышленных роботов / С.С. Аншин, А.В. Бабич, А.Г. Баранов и др.; Под общ. ред. Я.А. Шифрина, П. Н. Белянина. — М. : Машиностроение, 1989. — 272 с.
3. Юревич Е.И. Промышленная робототехника и гибкие автоматизированные производства / Е.И. Юревич и др. — Л. : Лениздат, 1985. — 223 с.
4. Спыну Г.А. Промышленные роботы. Конструирование и применение: учеб. пособие. -2-е изд. / Г.А. Спыну, Е.И.Юревич — Выща шк., 1991. — 311с.
5. Пітра М.М. Виконавчі механізми в укладальних машинах/ М.М. Пітра, О.І. Ковальов // Упаковка — 2003. — № 4. — С. 24—27.
6. Ковалев А.И. Разработка конструкций и методов расчета устройств для укладки пищевых упаковок в тару-оборудование: автореф. канд. техн. наук / А.И. Ковалев ; НУПТ — К., 1988. — 25 с.
7. Костюк В.С. Оптимизация параметров рабочих процессов и совершенствование конструкций автоматов для загрузки и розгрузки транспортной тары в пищевой промышленности : дис. канд. техн. наук / В.С. Костюк; НУПТ — К., 1989. — 277 с.

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ РОБОТИЗИРОВАННЫХ ПАКЕТОФОРМИРУЮЩИХ ЛИНИЙ

**Н.В. Якимчук, О.Н. Горчакова, С.В. Токарчук, Г.Р. Валиулин**  
*Национальный университет пищевых технологий*

*В статье рассматривается математическая модель для определения максимальной производительности роботизированных пакетоформирующих упаковочных линий. Определено влияние процесса распределения потоков упакованных изделий различного типоразмера по рабочим станциям транспортирующих систем при формировании пакетов и влияние их интенсивности для достижения максимальной производительности роботизированного комплекса. Полученные результаты в дальнейшем можно использовать при проектировании новых гибких роботизированных производств в упаковочной отрасли при модульном подходе к подбору их оборудования.*

**Ключевые слова:** *транспортный пакет, интенсивность потока, роботизированный комплекс, пакетоформирование.*