

НАБЛИЖЕННЯ ОБМЕЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗКУ РІЗНИЦЕВОГО  
РІВНЯННЯ РОЗВ'ЯЗКАМИ ВІДПОВІДНИХ ЗАДАЧ КОШІ

Романенко В.М.

Київський університет ім.Т.Шевченка; Київ, Володимирська, 64; тел.266-23-28

Нехай  $B$  – комплексний банахів простір,  $y := \{y(n) : n \in Z\}$  – обмежена послідовність елементів  $B$ ,  $A$  – замкнений оператор, що діє в  $B$ , зі спектром  $\sigma(A)$ , таким, що  $\sigma(A) \cap \{z \in C / |z| = 1\} = \emptyset$ . Тоді різницеве рівняння

$$x(n+1) = Ax(n) + y(n), \quad n \in Z, \quad (1)$$

має, згідно [1], єдиний обмежений розв'язок  $x := \{x(n) : n \in Z\}$ , відповідний послідовності  $y$ . Як і в [1, с.14]  $\sigma_- := \{\sigma(A) \cap \{|z| < 1\}\}$ ,  $\sigma_+ := \sigma(A) - \sigma_-$ , де  $\sigma_+$  та  $\sigma_-$  – непорожні множини. Простір  $B$  розкладається в пряму суму інваріантних відносно оператора  $A$  підпросторів  $B_{\pm}$ . Звуження  $A_{\pm}$  оператора  $A$  на  $B_{\pm}$  мають відповідно спектри  $\sigma_{\pm}$ . Нехай  $P_{\pm}$  проектори в  $B$  на простори  $B_{\pm}$ . Покладемо  $y_{\pm} := \{y_{\pm}(n) = P_{\pm}y(n), \quad n \in Z\}$ . Тоді рівняння (1) у просторах  $B_{\pm}$  можна подати у вигляді

$$x_-(n+1) = A_-x_-(n) + y_-(n), \quad n \in Z, \quad (2)$$

$$x_+(n+1) = A_+x_+(n) + y_+(n), \quad n \in Z, \quad (3)$$

а 
$$x(n) = x_-(n) + x_+(n), \quad n \in Z.$$

Рівнянням (2, 3) відповідають такі задачі Коші :

$$\begin{cases} u_-(-m+k) = A_-u_-(-m+k-1) + y_-(-m+k-1), & k \geq 1, \\ u_-(-m) = \alpha_-; \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} u_+(m-k) = A_+^{-1}u_+(m-k+1) - A_+^{-1}y_+(m-k), & k \geq 1, \\ u_+(m) = \alpha_+. \end{cases} \quad (5)$$

Покладемо

$$u(-m+k) := u_-(-m+k) + u_+(-m+k), \quad 0 \leq k \leq 2m$$

**Теорема.** Існують залежні тільки від оператора  $A$  числа  $q_{\pm} \in (0,1)$ ,  $N_{\pm} \in N$ , такі, що  $\forall \alpha_{\pm} \in B_{\pm}$   
 $\forall \alpha_- \in B_- \quad \forall m \in N, \quad m \geq \max\{N_+, N_-\} \quad \forall N_- \leq k \leq 2m - N_+ :$

$$\|x(-m+k) - u(-m+k)\| \leq q_-^k \|x_-(-m) - \alpha_-\| + q_+^{2m-k} \|x_+(m) - \alpha_+\|.$$

[1] Дороговцев А.Я. Периодические стационарные режимы бесконечных детерминированных и стохастических динамических систем. – К.: Вища шк., 1992, – 319с.

[2] Городній М.Ф. Романенко В.М. Апроксимація обмеженого розв'язку одного різницєвого рівняння з необмеженим операторним коефіцієнтом розв'язками відповідних крайових задач // Укр. мат. журн. – 2000. – 52, №4 – с.548-552.