

МАХИНЬКО Л.В., канд. техн. наук, доцент, МАХИНЬКО В.М., канд. техн. наук, доцент, ДОРОШЕНКО Є.В., магістр
Національний університет харчових технологій, м. Київ

ОПТИМІЗАЦІЯ КОМПОЗИЦІЙ ФРУКТОВО-ЗЕРНОВИХ СУМІШЕЙ (МЮСЛІВ) З ВИКОРИСТАННЯМ СИМПЛЕКС-МЕТОДУ

Стаття присвячена проблемі удосконалення складу фруктово-зернових сумішей швидкого приготування (мюслів). Відомо, що сушені фрукти підвищують харчову і біологічну цінність сумішей швидкого приготування на основі зернових, збагачують їх біологічно активними речовинами. Однак підбір компонентів для таких сумішей проводять переважно за органолептичними показниками. Методами лінійного програмування (симплекс метод) оптимізовано склад фруктово-зернових сумішей за показниками вартості та калорійності. Запропоновано зернові композиції з сировини, наявної на ринку, а також з додаванням різних видів сушених фруктів.

Ключові слова: мюслі, зернові пластівці, сушені фрукти, оптимізація, симплекс-метод.

The article is devoted to the problem of improvement of the structure of fruit and cereal mixtures of fast preparation (muesli). It is known that dried fruits improve fruit and biological value of fast preparation mixtures on the basis of grain crops, enrich them with biologically active substances. However, the selection of components for such mixtures spends mainly on organoleptic indicators. With the help of linear programming methods (simplex method) it is optimized fruit and cereal mixtures' structure on indicators of the value and caloric content. It is offered grain composition from the raw materials, available in the market, and also with the addition of different kinds of dried fruits.

Keywords: muesli, cereals, dried fruits, optimization, simplex method.

Під впливом прискорення динаміки життя у значної частини населення змінюються стереотипи харчування. З року в рік росте популярність продуктів підвищеного ступеня готовності, тобто харчових концентратів, до числа яких належать і сухі зернові сніданки із суміші зернових культур. Ці продукти мають ряд переваг перед звичайними монопродуктами: відносно невелика густина і маса при високому змісті висококалорійних нутрієнтів, легкість у модифікуванні рецептур цих продуктів, простота виготовлення і використання, низька вологість і подовжений термін зберігання. Нутриціологія вказує ще на одну важливу властивість комбінованих продуктів харчування – зростає ефективність використання таких продуктів за рахунок підсилення обмінних процесів в організмі через підвищення ймовірності задоволення індивідуальних потреб людини [1].

Відсутність власного виробництва зробило український ринок мюслів об'єктом уваги практично всіх провідних виробників цього продукту. За український ринок споживача борються швейцарська Nestle, німецька H & J Brüggen, Dr.Oetker, Nahne, данська АХА, польські, чеські і багато інших фірм. Асортимент мюслів цих фірм широкий і різноманітний. Кожна з них представляє по сім-вісім видів. Ціна на них змінюється в залежності від складу, маси фасування та підприємства-виробника. Більшість з них випускає як власне зернові суміші, так і суміші, що мають у своєму складі фруктово-ягідну сировину. Однак, як свідчать проведені нами попередні дослідження, більшість виробників, складаючи композиції мюслів, орієнтується в першу чергу на органолептичні показники чи ціну, не враховуючи при цьому їх харчової цінності. Тому було поставлено завдання оптимізувати склад зернових та фруктово-зернових сумішей з залученням інструментів математичного моделювання.

Існує багато методів вирішення задач оптимізації рецептур. Для вирішення задач, в яких цільова функція задана у вигляді системи лінійних рівнянь, доцільно використовувати методи лінійного програмування. Найпоширенішим методом, що використовується для вирішення задач такого типу, є симплекс-метод, який дає змогу, відштовхуючись від вихідного варіанту вирішення задач, за певну кількість кроків отримати оптимальний варіант. В основі симплекс-методу лежать розрахунки значень цільової функції у вершинах опуклого многогранника розв'язків і впорядкований перехід від однієї вершини опорного плану до іншої, в якій значення цільової функції зростає. Виходячи з будь-якого початкового плану, за скінченне число кроків (ітерацій) симплекс-метод приводить до оптимального розв'язку або встановлює відсутність такого розв'язку [2]. Оскільки поставлена нами задача (оптимізація складу зернових сумішей за вартістю і калорійністю) є задачею лінійного програмування, то для її вирішення доцільно використовувати саме симплекс-метод. Процес реалізації симплекс-методу включає велику кількість однотипних громіздких і стомливих розрахунків. Це робить комп'ютер незамінним інструментом для вирішення задач лінійного програмування, оскільки розрахунковий алгоритм симплекс-метода дає змогу порівняно легко автоматизувати розрахунки. З цією метою використовували комп'ютерну програму SimplexWin.

Для оптимізації складу зернових сумішей за критерій оптимізації обирали вартість або калорійність 1 г суміші, які повинні бути мінімальними, і в той же час максимально забезпечувати потребу споживача в основних харчових речовинах. В загальному вигляді цільова функція матиме вигляд:

$$F = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7 + a_8x_8 + a_9x_9 \rightarrow \min,$$

де $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$ – значення ціни чи калорійності відповідного компонента суміші;

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ – кількість відповідного компонента суміші.

Оскільки існують суттєві відмінності у споживанні основних харчових речовин різними групами населення залежно від віку, статі та рівня фізичної активності, розглянемо вирішення задачі оптимізації композиції на прикладі лише однієї з груп. За обмеження приймаємо задоволення 10-% потреб організму в

білках, жирах, вуглеводах для жінок віком 30-34 роки, які належать до I-ї групи фізичної активності (науковці, студенти, оператори електронно-обчислювальних машин, контролери, педагоги, диспетчери тощо), відповідно до «Норм фізіологічних потреб населення України в основних харчових речовинах та енергії» [3]

На першому етапі проведемо оптимізацію складу суміші, що складається з дев'яти зернових продуктів, які найчастіше є сировиною для мюслів: пластівці вівсяні (отримані способом плющення), пластівці пшеничні (плющення), пластівці ячмінні (плющення), пластівці кукурудзяні (отримані методом екструзії), пластівці пшеничні (екструзія), пластівці пшеничні (отримані поєднанням технологій плющення та обсмажування), пластівці кукурудзяні (плющення з обсмажуванням), кульки кукурудзяні (екструзія), кульки рисові (екструзія). Для оптимізації складу нашої суміші за ціною заносимо дані про вміст білків, жирів і вуглеводів у сировині до таблиці 1. Також вказуємо ціну за 1 г сировини. У стовпчику «Мінімальний вміст складової» записуємо обмеження по вмісту основних харчових речовин згідно норм фізіологічних потреб.

Таблиця 1

Вихідні дані для проведення оптимізації складу суміші з 9-ти видів зернової сировини за ціною

Складова	Вміст одиниць складової в 1 г сировини									Мінімальний вміст складової
	Вівсяні (плющення)	Пшеничні (плющення)	Ячмінні (плющення)	Кукурудзяні (екструзія)	Пшеничні (екструзія)	Пшеничні (плющ.+обсм.)	Кукурудзяні (плющ.+обсм.)	Кукурудзяні кульки (екструзія)	Рисові кульки (екструзія)	
Білки	0,13	0,13	0,10	0,085	0,12	0,12	0,09	0,08	0,075	2,3
Жири	0,075	0,02	0,03	0,02	0,023	0,024	0,02	0,02	0,016	5,3
Вуглеводи	0,66	0,63	0,63	0,73	0,64	0,62	0,75	0,74	0,77	30,4
Ціна 1 г, коп.	2,59	2,60	2,54	3,65	3,19	2,98	3,02	4,12	4,23	-

На основі табличних даних записуємо задачу оптимізації в аналітичному вигляді:

$$F_1 = 2,59x_1 + 2,60x_2 + 2,54x_3 + 3,65x_4 + 3,19x_5 + 2,98x_6 + 3,02x_7 + 4,12x_8 + 4,23x_9 \rightarrow \min$$

де $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ – кількість відповідно пластівців вівсяних (плющення), пластівців пшеничних (плющення), пластівців ячмінних (плющення), пластівців кукурудзяних (екструзія), пластівців пшеничних (екструзія), пластівців пшеничних (плющення з обсмаженням), пластівців кукурудзяних (плющення з обсмаженням), кульок кукурудзяних (екструзія), кульок рисових (екструзія).

Для оптимізації зернових сумішей за вартістю обмеження матимуть наступний вигляд:

$$\begin{cases} 0,13x_1 + 0,13x_2 + 0,10x_3 + 0,085x_4 + 0,12x_5 + 0,12x_6 + 0,09x_7 + 0,08x_8 + 0,075x_9 \geq 2,3 \\ 0,075x_1 + 0,02x_2 + 0,03x_3 + 0,02x_4 + 0,023x_5 + 0,024x_6 + 0,02x_7 + 0,02x_8 + 0,016x_9 \geq 5,3 \\ 0,66x_1 + 0,63x_2 + 0,63x_3 + 0,73x_4 + 0,64x_5 + 0,62x_6 + 0,75x_7 + 0,74x_8 + 0,77x_9 \geq 30,4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 100 \end{cases}$$

З метою попередження створення композицій лише з найдешевших (вівсяних і ячмінних) пластівців, введемо додаткові обмеження їх вмісту (першого

на рівні 54 %, а другого – 30 %), а також введемо обмеження для представлення у суміші всіх видів сировини на рівні хоча б 1-2 %:

$$\begin{cases} x_1 \leq 54,1 \\ x_2 \geq 2 \\ x_3 \leq 30 \\ x_4 \geq 2 \\ x_5 \geq 2 \\ x_6 \geq 2 \\ x_7 \geq 2 \\ x_8 \geq 1 \\ x_9 \geq 1 \end{cases}$$

В результаті вирішення задачі отримали таку (табл. 2) оптимальну композицію суміші з мінімальною ціною. Як і прогнозувалося, сировинні компоненти розташувалися в порядку зростання ціни, при цьому готова суміш матиме вартість 26,7 грн. за кілограм.

Таблиця 2

Оптимальне (за ціною) співвідношення компонентів зернової суміші з 9 видів сировини

Кількість пластівці, г	Вид пластівців									Ціна за 100 г, грн.
	Вівсяні (плющення)	Пшеничні (плющення)	Ячмінні (плющення)	Кукурудзяні (екструзія)	Пшеничні (екструзія)	Пшеничні (плющ.+обсм.)	Кукурудзяні (плющ.+обсм.)	Кукурудзяні кульки (екструзія)	Рисові кульки (екструзія)	
54,1	2,3	30	2	2	5,6	2	1	1	2,67	

Зважаючи на те, що споживачами ставляться досить жорсткі вимоги до калорійності зернових сумішей, проводили також оптимізації складу мюслів за показником калорійності. З цією метою склали допоміжну таблицю 3.

Таблиця 3

Вихідні дані для проведення оптимізації складу суміші з 9-ти видів зернової сировини калорійністю

Складова	Вміст одиниць складової в 1 г сировини									Мінімальний вміст
	Вівсяні (плющення)	Пшеничні (плющення)	Ячмінні (плющення)	Кукурудзяні (екструзія)	Пшеничні (екструзія)	Пшеничні (плющ.+обсм.)	Кукурудзяні (плющ.+обсм.)	Кукурудзяні кульки (екструзія)	Рисові кульки (екструзія)	
Білки	0,13	0,13	0,10	0,085	0,12	0,12	0,09	0,08	0,075	2,3
Жири	0,075	0,02	0,03	0,02	0,023	0,024	0,02	0,02	0,016	5,3
Вуглеводи	0,66	0,63	0,63	0,73	0,64	0,62	0,75	0,74	0,77	30,4
Калорійність 1 г, ккал	3,90	3,26	3,45	3,25	3,12	3,21	3,16	3,18	3,23	-

Для цієї задачі цільова функція і система обмежень наступні:

$$F_1 = 3,90x_1 + 3,26x_2 + 3,45x_3 + 3,25x_4 + 3,12x_5 + 3,21x_6 + 3,16x_7 + 3,18x_8 + 3,23x_9 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases}
 0,13x_1 + 0,13x_2 + 0,10x_3 + 0,085x_4 + 0,12x_5 + 0,12x_6 + 0,09x_7 + 0,08x_8 + 0,075x_9 \geq 2,3 \\
 0,075x_1 + 0,02x_2 + 0,03x_3 + 0,02x_4 + 0,023x_5 + 0,024x_6 + 0,02x_7 + 0,02x_8 + 0,016x_9 \geq 5,3 \\
 0,66x_1 + 0,63x_2 + 0,63x_3 + 0,73x_4 + 0,64x_5 + 0,62x_6 + 0,75x_7 + 0,74x_8 + 0,77x_9 \geq 30,4 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 100 \\
 x_1 \leq 55 \\
 x_2 \geq 2 \\
 x_3 \leq 24 \\
 x_4 \geq 2 \\
 x_5 \geq 2 \\
 x_6 \geq 2 \\
 x_7 \geq 2 \\
 x_8 \geq 1 \\
 x_9 \geq 1
 \end{cases}$$

В результаті розв'язання задачі встановлено (табл. 4) оптимальну кількість кожного виду сировини в суміші, а також визначено мінімальну ціну цієї композиції (2,71 грн.).

Таблиця 4

Оптимальний вміст сировинних компонентів у суміші з мінімальною калорійністю

Кількість пластівці, г	Вид пластівців									Калорійність 100 г, ккал
	Вівсяні (плющення)	Пшеничні (плющення)	Ячмінні (плющення)	Кукурудзяні (екструзія)	Пшеничні (екструзія)	Пшеничні (плющ.+обсм.)	Кукурудзяні (плющ.+обсм.)	Кукурудзяні кульки (екструзія)	Рисові куль- ки (екструзія)	
55	2	23,7	2	11,3	2	2	1	1	364	

Оскільки пропонувані композиції матимуть досить високу вартість, для ширшого доступу до розроблених сумішей населення з низьким рівнем прибутку поставили за мету створити оптимальну за ціною суміш з 5-ти найдешевших видів пластівців, а вже потім на її основі створювати композиції з додаванням сушених фруктів. Вихідні дані для проведення оптимізації симплекс методом наведені у таблиці 5.

Таблиця 5

Вихідні дані для проведення оптимізації складу суміші з 5-ти найдешевших видів сировини за ціною

Складова	Вміст одиниць складової в 1 г сировини					Мінімальний вміст складової
	Вівсяні (плющ.)	Пшеничні (плющ.)	Ячмінні (плющ.)	Кукурудзяні (плющ.+обсм.)	Кукурудз. кульки (екструзія)	
Білки	0,13	0,13	0,10	0,09	0,08	2,3
Жири	0,075	0,02	0,03	0,02	0,02	5,3
Вуглеводи	0,66	0,63	0,63	0,75	0,74	30,4
Ціна 1 г, коп.	2.59	2.60	2.54	3.02	4.12	-

Як бачимо (табл. 6), композиція з мінімальною ціною (27 грн. за кг) міститиме переважно вівсяні та ячмінні пластівці, отримані методом плющення (сумарний вміст 78 %), а також інші зернові компоненти в кількості 6-9 %.

Таблиця 6

Оптимальний вміст зернових компонентів у суміші з мінімальною ціною

	Вид пластівців					Ціна за 100 г, грн.
	Вівсяні (плющ.)	Пшеничні (плющ.)	Ячмінні (плющ.)	Кукурудзяні (плющ.+обсм.)	Кукурудз. кульки (екструзія)	
Кількість пластівців, г	56	9	22	7	6	2,70

З метою мінімізації вартості фруктово-зернових мюслів оберемо (для прикладу розрахунку) добавки з мінімальною ціною: родзинки, сушені яблука та сушені банани. Проведена оптимізація за допомогою симплекс методу дала можливість отримати композицію (табл. 7), що матиме ціну 36,2 грн. за кілограм і калорійність 339 ккал.

Таблиця 7

Оптимальний вміст зернових компонентів та сушених фруктів суміші з мінімальною ціною

	Вид пластівців								Ціна за 100 г, грн.
	Вівсяні (плющення)	Пшеничні (плющення)	Ячмінні (плющення)	Кукурудзяні (плющ.+обсм.)	Кукурудзяні кульки (екструзія)	Родзинки	Яблука сушені	Банани сушені	
Кількість пластівці, г	30	5	26	5	5	6	5	18	3,62

Органолептичні показники пропонованої суміші наведено в таблиці 8, а результати розрахунку харчової цінності розробленої композиції за показниками інтегрального скору представлено в таблиці 9.

Таблиця 8

Органолептичні показники готової композиції

Показники	Суміш 5-ти видів зернових компонентів з добавками		
	Родзинки (6 %)	Яблука сушені (5 %)	Банани сушені (18 %)
Смак	приємний, відповідний, виражений достатньо		приємний, але недостатньо виражений
Запах	приємний, відповідний кожній добавці		
Розжовуваність	добра	добра	відчуваються тверді частинки
Консистенція	однорідна кашоподібна з відчутними включеннями фруктів		
Зовнішній вигляд	привабливий, з жовтими та коричневими вкрапленнями		

Аналізуючи наведені дані, можна зробити висновок, що запропонована композиція має не лише високі органолептичні показники, але й досить збалансований хімічний склад. Вживання 100 г таких мюслів покриває добову потребу дорослого населення I групи інтенсивності праці віком 30-39 років (жінки) у

білках на 16,4 %, жирах – 6,9 %, вуглеводах – 22,4 %, а також є джерелом фосфору, магнію, заліза, цинку та вітамінів В₁ і В₂. Добова потреба в енергії покривається на 17,83 %.

Як бачимо, використання методів лінійного програмування (зокрема, симплекс методу) дає можливість розробляти фруктові-зернові композиції з високими органолептичними показниками, низькою вартістю та калорійністю. При цьому досягається легкість варіювання складу компонентів суміші та швидкість розрахунку необхідного їх співвідношення. Зважаючи на те, що використання симплекс методу не потребує глибоких математичних знань і з практичною метою може бути опанований у найкоротші строки, його використання для розв'язування технологічних задач подібного плану виглядає не лише доцільним, але й необхідним.

Таблиця 9

Інтегральний скор суміші 5-ти видів зернових компонентів з додаванням сушених фруктів

Харчова речовина, енергетична цінність	Добова потреба	Вміст у 100 г суміші	Інтегральний скор 100 г суміші, %
Білки, г	52	8,51	16,37
Жири, г	53	3,67	6,92
Вуглеводи, г	304	67,93	22,35
Мінеральні речовини, мг			
кальцій	1100	13,89	1,26
фосфор	1200	372,53	31,04
магній	350	111,19	31,77
залізо	17	6,56	38,59
цинк	12	4,43	36,92
Вітаміни, мг			
В ₁	1,3	0,34	34,15
В ₂	1,6	0,42	26,25
β-каротин	1,8	0,09	5,0
РР	16	2,84	17,75
С	70	4,92	7,03
Енергетична цінність, ккал.	1900,00	338,79	17,83

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Харчування людини / [Т.М. Димань, М.М. Барановський, М.С. Ківа та ін.] ; за ред. Т.М. Димань. – Біла Церква: РВІКВ БДАУ, 2005. – 302 с.
2. Бодров В.И., Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Математические методы принятия решений: Учеб. пособие. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. тех. ун-та, 2004. – 124 с.
3. Норм фізіологічних потреб населення України в основних харчових речовинах та енергії [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua/go/z0834-99>