

АНАЛИЗ ПРОЦЕССА УВАРИВАНИЯ САХАРНЫХ УТФЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В.Г.Мирончук

О.А.Ещенко

Национальный университет пищевых технологий

Построена имитационная модель процесса уваривания утфелей, проведены вычислительные эксперименты, в результате которых получены экспоненциальные аналитические зависимости изменения технологических и массовых характеристик в процессе уваривания сахарных утфелей и установлена общность между коэффициентами аналитических закономерностей изменения технологических характеристик. Ключевые слова: имитационная модель, сеточная функция, утфель, межкристальный раствор, содержание кристаллов

Побудована імітаційна модель процесу уварювання утфелів, проведено обчислювальні експерименти, в результаті яких отримано експоненційні аналітичні залежності зміни технологічних і масових характеристик в процесі уварювання цукрових утфелів та встановлено спільність між коефіцієнтами аналітичних закономірностей зміни технологічних характеристик. Ключові слова: імітаційна модель, сіткова функція, утфель, міжкристалевий розчин, вміст кристалів

The simulation models of boiling massequite have been worked out and conducted computational experiments, in which exponential analytical expressions technological and mass characteristics in the process of boiling sugar massequite have been obtained and communion between the coefficients of analytic patterns of technological change characteristics have been set. Key words: simulation model, network function, massequite, syrup, content of crystals

Одной из задач сахарного производства является получение высококачественного сахара в процессе кристаллизации в вакуум-аппаратах. В реальных условиях процесс уваривания сахарных утфелей зависит от многих влиятельных факторов, имеющих как постоянные, так и переменные характеристики. Об этом свидетельствуют построенные И.Г. Бажалом массовые графики уваривания сахарных утфелей [1], и накопленный экспериментальный материал [2-4] в области промышленной кристаллизации сахара. Одним из важных факторов обеспечения качества кристаллического сахара является способ подвода питательного раствора в вакуум-аппарата на этапе наращивания кристаллов сахара [5,6]. Реалии процесса уваривания утфелей связанные с изменением физических, реологических, гидродинамических и технологических показателей продукта, который кристаллизуется, в течении времени от начала до конца уваривания. Такое положение вещей не позволяет быстро с высокой точностью предсказать и определить конечные и промежуточные характеристики сахарного утфеля и его составных частей.

Нами, на основе накопленного сахаротехникамы опыта и экспериментального материала, построена имитационная модель процесса

уваривания утфеля с периодическим и непрерывным режимом введения питательного раствора в вакуум-аппарата. Согласно этой модели разработана компьютерная программа, позволяющая с помощью современных компьютерных средств осуществлять быстрый анализ и прогнозирование характеристик процесса уваривания сахарных утфелей в вакуум-аппаратах.

Разработанная нами модель основана на потоковом графе процесса уваривания утфеля (рис. 1) и балансовых уравнениях материальных потоков [4, 7], которые связаны с дугами графа.

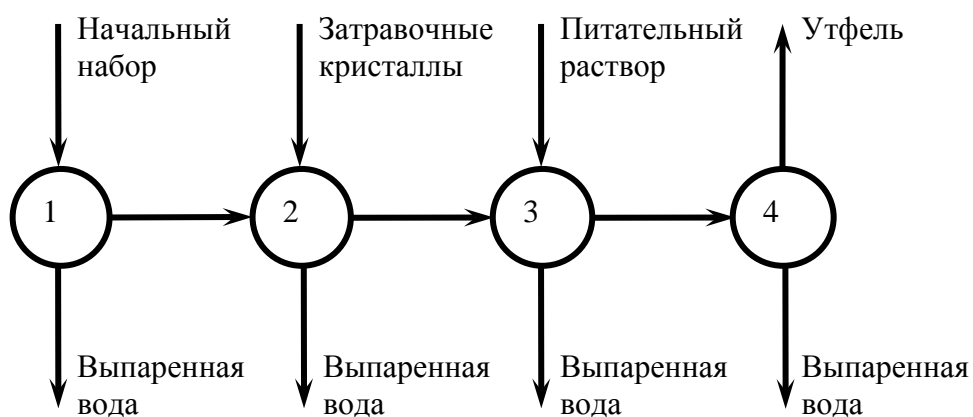


Рис. 1. Поточный граф процесса уваривания утфеля: 1 – период сгущения сахарного раствора до пробы; 2 – период образования кристаллов; 3 – период наращивания кристаллов сахара путем ввода питательного раствора; 4 – период отваривания утфельной массы перед выгрузкой.

Предложенная модель и компьютерная программа позволяют по концентрации сухих веществ и чистоте начального набора и питательного раствора путем вычислительного эксперимента рассчитать и спрогнозировать количественные и качественные характеристики начального сиропа, сахарного утфеля и его составных частей, то есть все основные характеристики уваривания сахарного утфеля в динамике времени от начала до конца процесса.

При проведении вычислительного эксперимента наибольшее внимание уделялось третьему периоду – наращиванию образованных кристаллов в условиях невозможности образования вторичных кристаллов и растворения уже существующих, что обеспечивается поддержкой необходимого коэффициента пересыщения путем периодического или непрерывного ввода питательного раствора (подкачек). В этот период вся вода, содержащаяся в подкачке, испаряется, сахароза кристаллизуется, а несакхара переходят к межкристальный раствор.

При численном решении задачи моделирования непрерывного ввода питательного раствора вполне естественно выбрать конечное множество точек времени и искать показатели процесса в этих точках в виде сетевых функций. Кроме того, для удобства дальнейшей оценки и обобщения результатов, применено обезразмеривание времени, то есть единичным промежутком времени будем считать все время третьего периода (наращивание кристаллов),

независимо от того, сколько в реальном времени протекает процесс. Задав количество точек N , определяем равномерный шаг по времени:

$$\Delta\tau = 1/N, \quad (1)$$

и массу подкачки, которая подается за время $\Delta\tau$:

$$\Delta G_n = G_n/N. \quad (2)$$

В момент времени $\tau_i = i\Delta\tau$ с питательным раствором ΔG_n в вакуум-аппарат поступает Δs_n сахарозы, Δn_n несахаров, $\Delta b_n = \Delta s_n + \Delta n_n$ сухих веществ и ΔW воды. К следующему моменту времени $\tau_{i+1} = (i+1)\Delta\tau$ вода ΔW испаряется, а масса раствора в аппарате увеличивается за счет разности масс подкачки ΔG_n и выпаренной воды ΔW

$$G_{yi+1} = G_{yi} + \Delta G_n - \Delta W. \quad (3)$$

При этом масса кристаллов увеличивается за счет сахарозы подкачки Δs_n

$$Kp_{i+1} = Kp_i + \Delta s_i, \quad (4)$$

а масса межкристального раствора – за счет несахаров подкачки Δn_n

$$G_{mi+1} = G_{mi} + \Delta G_n. \quad (5)$$

Вычислительные эксперименты проводились для случая уваривания утфелей из продукта устойчивой качества, то есть начальный набор и питательный раствор имеют одинаковые показатели СВ и чистоты, что характерно для уваривания утфеля первого продукта без рециркуляции оттоков.

На рис. 2 приведены общие закономерности изменения характеристик для утфеля, межкристального раствора и кристаллов в процессе уваривания.

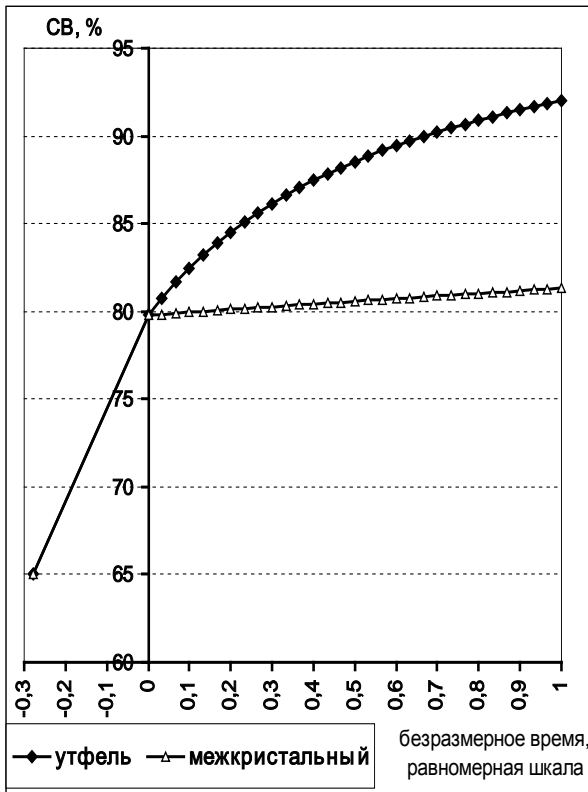
Аппроксимация полученных нами сетевых функций, характеризующих технологические показатели, определила аналитические закономерности, приведенные в таблице 1.

Таблица 1.

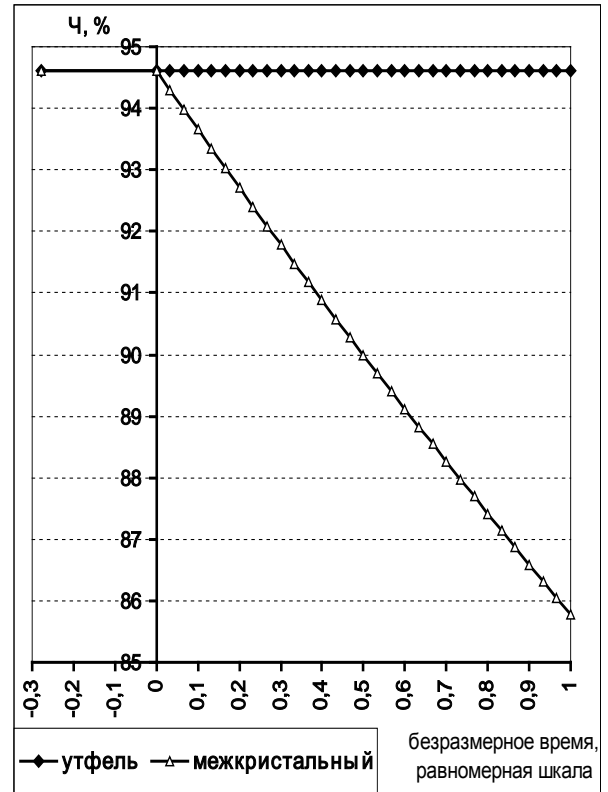
Аналитические закономерности технологических характеристик в равномерной сетке

Технологическая характеристика	Аналитическая закономерность
Сухие вещества утфеля	$CB_y(\tau) = a_{CB_y} \left(b_{CB_y} - e^{-c_{CB_y}\tau} \right)$ (6)
Чистота утфеля	$Ч_y(\tau) = const$ (7)
Сахар утфеля	$CX_y(\tau) = a_{CX_y} \left(b_{CX_y} - e^{-c_{CX_y}\tau} \right)$ (8)
Сухие вещества межкристального раствора	$CB_m(\tau) = a_{CB_m} e^{-(\tau - b_{CB_m})^2 / 2c_{CB_m}^2}$ (9)
Чистота межкристального раствора	$Ч_m(\tau) = 1 / (a_{Ч_m} + b_{Ч_m}\tau)$ (10)
Содержание кристаллов в утфеле	$Kp(\tau) = a_{Kp} \left(b_{Kp} - e^{-c_{Kp}\tau} \right)$ (11)

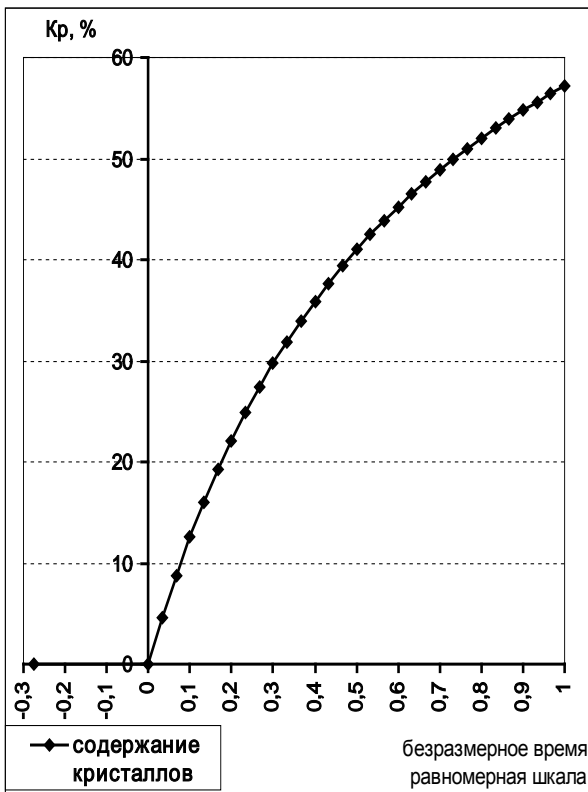
где a, b, c – коэффициенты, τ – время в безразмерных координатах.



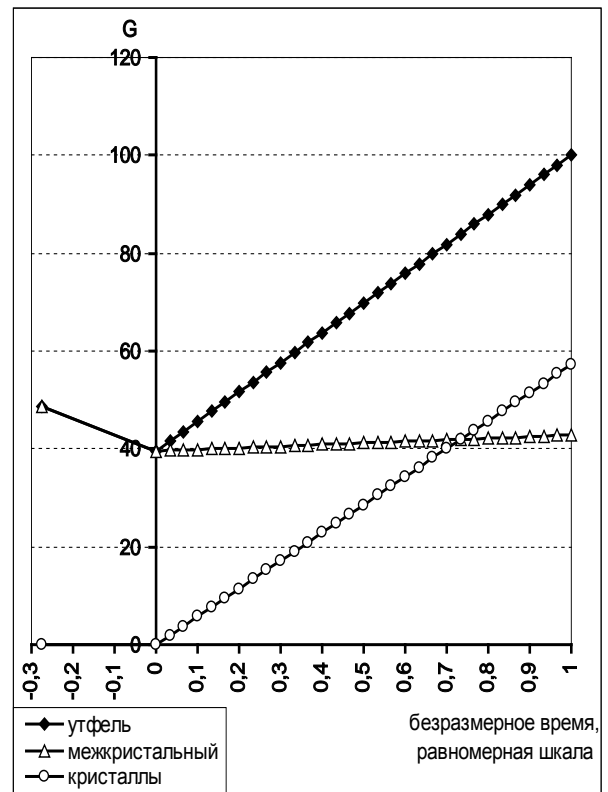
а



б



в



г

Рис. 2. Изменения технологических показателей в процессе уваривания первого продукта: а – сухие вещества, б – чистота утфеля и межкристального раствора; в – содержание кристаллов в утфеле; г – массы утфеля, межкристального раствора и кристаллов сахара.

Отметим экспоненциальный характер изменений ряда технологических показателей, что отмечалось и другими исследователями [4], а также зависимости между коэффициентами аналитических закономерностей технологических показателей

$$b_{CB_y} = b_{CX_y}; c_{CB_y} = c_{CX_y} = c_{Kp}. \quad (12)$$

Это безусловно отражает общность и взаимную связь этих величин в материальном балансе процесса. Условностью графиков (рис. 2) и закономерностей (6) – (11) является равномерная шкала времени. Так массы утфеля, мижкристалевого раствора и сахара, выкристаллизовался, в равномерной сетке изменяются по линейному закону, так как за постоянный промежуток времени вводится постоянное количество подкачки, не отражает реальный ход процесса.

Это вносит определенную погрешность в расчеты и не позволяет спрогнозировать процесс уваривания с достаточной точностью. Такое положение обусловило необходимость перехода к неравномерной временной шкалы (сетки). Под неравномерной сеткой понимают вектор $\Delta\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N)$ с компонентами $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$.

Основываясь на термодинамических представлениях о ходе процесса уваривания сахарного утфеля и на основе того, что если релаксация, т.е. процесс установления равновесия в системе, по параметру $Y(\tau) = ae^{-c\tau}$ происходит по экспоненциальному закону, то за время релаксации $\Delta\tau$ этот параметр меняется в e раз, т.е. $\ln(Y(\tau))$ изменяется линейно. Итак, если прологарифмуем зависимость (6) и рассмотрим полученную зависимость как линейную, получим неравномерную временную шкалу.

Запишем зависимость для СВ утфеля (6) в виде

$$CB_y(\tau) = a_{CB_y} b_{CB_y} - a_{CB_y} e^{-c_{CB_y} \tau}. \quad (13)$$

Величина $a_{CB_y} b_{CB_y}$ ограничивает рост величины $CB_y(\tau)$, но для всех τ справедливо точное неравенство

$$CB_y(\tau) < CB_{y \max} = a_{CB_y} b_{CB_y}. \quad (14)$$

По условиям технологического процесса утфель первого продукта уваривается до $CB_y = 92\%$, следовательно, $CB_{y \max} > 92\%$. Находим $\ln(CB_{y \max} - CB_y(\tau))$ и, согласно свойствам релаксации, считаем, что функция

$$f(\tau) = \ln(CB_{y \max} - CB_y(\tau)) = k_0 + k_1 \tau \quad (15)$$

– линейна, линейной будет и обратная зависимость

$$\tau(\ln(CB_{y \max} - CB_y)) = k_2 + k_3 \ln(CB_{y \max} - CB_y), \quad (16)$$

где k_0, k_1, k_2, k_3 – расчетные коэффициенты. Зависимости (15) – (16) позволяют определить узлы неравномерной временной сетки (рис. 3).

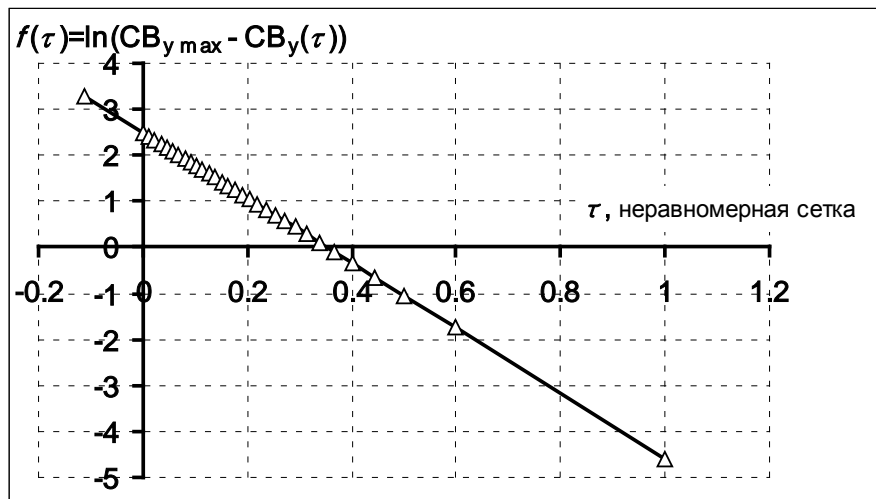


Рис. 3. Определение неравномерной временной сетки.

Равномерная $\Delta\tau_p$ и неравномерная $\Delta\tau_{нр}$ сетки связаны между собой (рис. 4) зависимостью

$$\Delta\tau_{нр} = \frac{a_\tau + b_\tau \Delta\tau_p}{1 + c_\tau \Delta\tau_p + d_\tau \Delta\tau_p^2}. \quad (17)$$

где $a_\tau, b_\tau, c_\tau, d_\tau$ – расчетные коэффициенты.

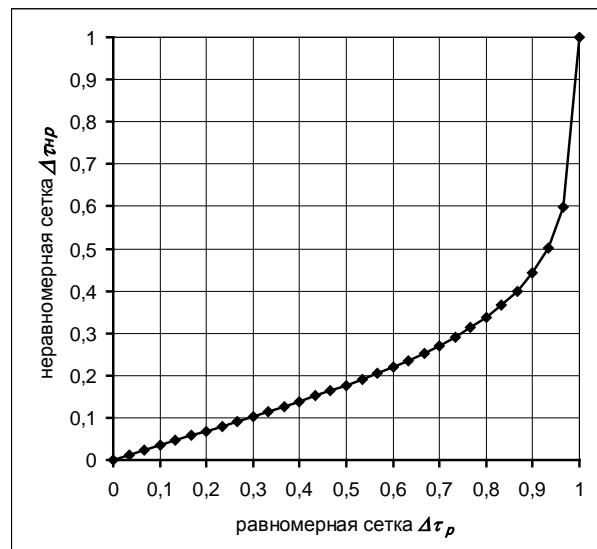


Рис. 4. Связь неравномерной $\Delta\tau_{нр}$ и равномерной $\Delta\tau_p$ сеток.

Среднеквадратичное отклонение неравномерных сеток для различной чистоты утфеля между собой не превышает 0,002.

Значения интервалов времени $\Delta\tau_i = \tau_i - \tau_{i-1}$ определяют массовую скорость подачи питательного раствора в вакуум-аппарат: ускоренная подача в начале (до момента времени 0,045–0,065 в безразмерном времени) с последующим замедлением до конца периода.

На рис. 5 отображены общие закономерности изменения технологических характеристик для утфеля, межкристального раствора и кристаллов в процессе

уваривания по неравномерной шкале. Как видно из таблицы 2, все аналитические зависимости технологических показателей по неравномерной сетке принадлежат к семейству экспоненциальных моделей: (18), (20), (21), (23), (25)–(27) – трехпараметрическая экспоненциальная модель ($b_{Kp} = 1$); (19), (22), (24) – логистическая модель.

Таблица 2.

**Аналитические зависимости технологических характеристик в
неравномерной сетке**

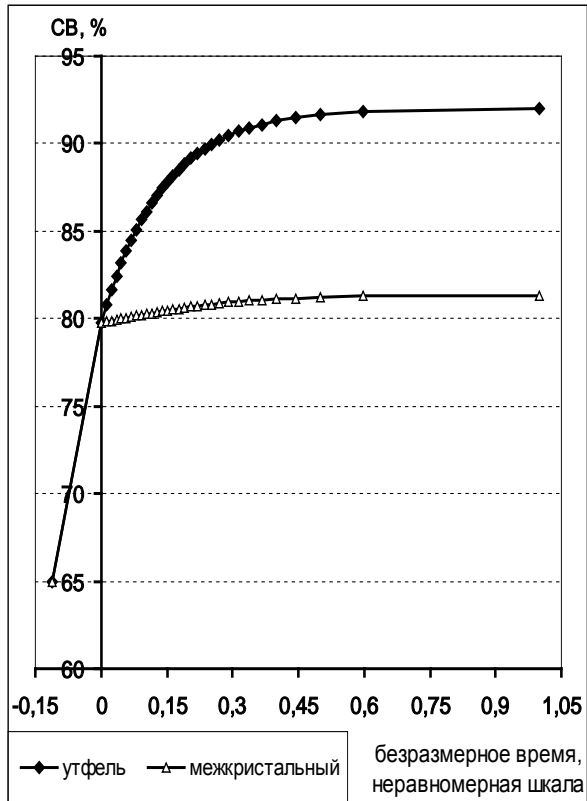
Технологический показатель	Аналитическая закономерность
1	2
Сухие вещества утфеля	$CB_y(\tau) = a_{CB_y} \left(b_{CB_y} - e^{-c_{CB_y}\tau} \right)$ (18)
Масса утфеля	$G_y(\tau) = a_{G_y} / \left(1 + b_{G_y} e^{-c_{G_y}\tau} \right)$ (19)
Сахар утфеля	$CX_y(\tau) = a_{CX_y} \left(b_{CX_y} - e^{-c_{CX_y}\tau} \right)$ (20)
Сухие вещества межкристалльного раствора	$CB_m(\tau) = a_{CB_m} - b_{CB_m} e^{-c_{CB_m}\tau}$ (21)
Чистота межкристалльного раствора	$Ч_m(\tau) = a_{Ч_m} / \left(1 + b_{Ч_m} e^{-c_{Ч_m}\tau} \right)$ (22)
Масса межкристалльного раствора	$G_m(\tau) = a_{G_m} - b_{G_m} e^{-c_{G_m}\tau}$ (23)
Сахар межкристалльного раствора	$CX_m(\tau) = a_{CX_m} / \left(1 + b_{CX_m} e^{-c_{CX_m}\tau} \right)$ (24)
Вміст кристалів в утфелі	$Kp(\tau) = a_{Kp} \left(1 - e^{-c_{Kp}\tau} \right)$ (25)
Масса кристаллов	$G_{Kp}(\tau) = a_{G_{Kp}} \left(b_{G_{Kp}} - e^{-c_{G_{Kp}}\tau} \right)$ (26)
Масса выпаренной воды	$W(\tau) = a_W \left(b_W - e^{-c_W\tau} \right)$ (27)

Между коэффициентами закономерностей, описывающих изменения технологических показателей сохраняются зависимости (12), а также добавляются новые

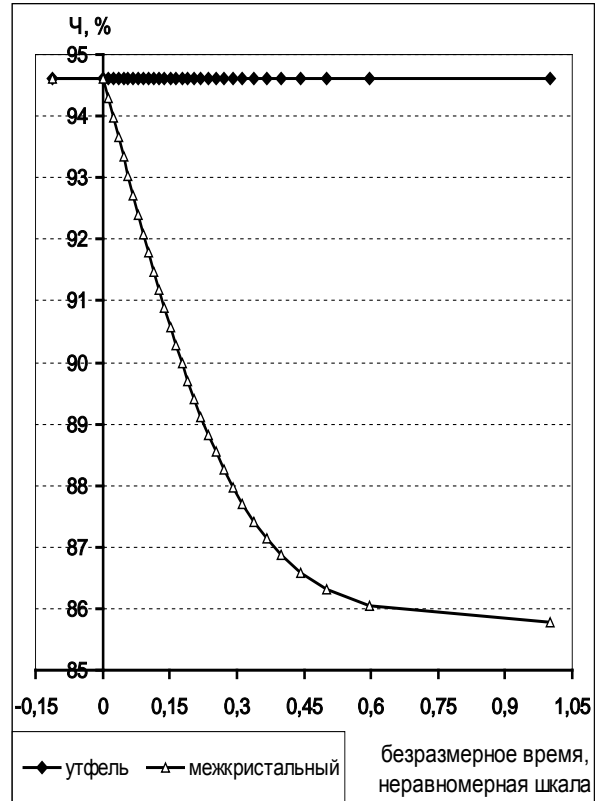
$$b_{CB_y} = b_{CX_y}; \quad b_W = b_{G_{Kp}}; \quad b_{CX_m} = b_{Ч_m} + 0,02 \quad (28)$$

$$c_{CB_y} = c_{CX_y} = c_{Kp} = c_{G_y}; \quad c_W = c_{G_{Kp}} = c_{G_m}; \quad c_{CX_m} = c_{Ч_m} + 0,02.$$

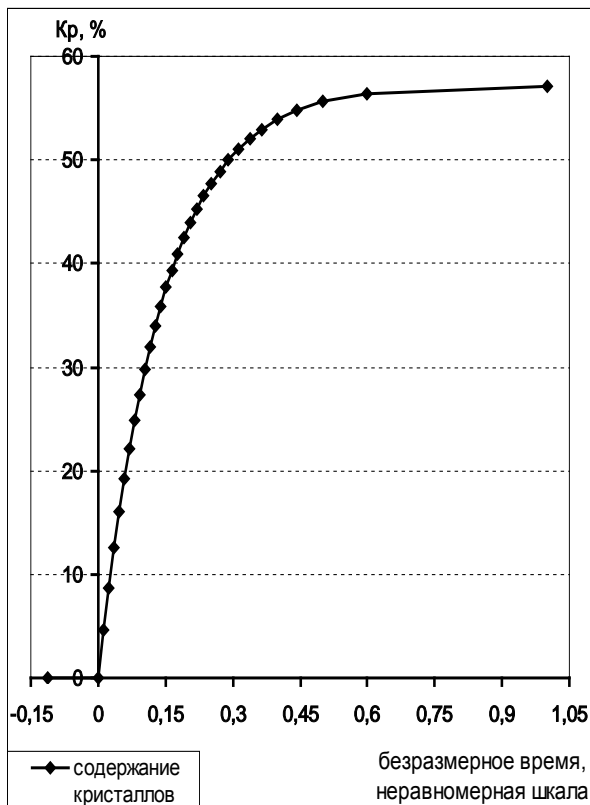
Для семейства экспоненциальных моделей характерно наличие горизонтальной асимптоты. Как уже отмечалось выше, асимптотой трехпараметрической экспоненциальной модели является произведение коэффициентов $a \cdot b$. Асимптотой же логистической модели и модели Ричардса есть коэффициент a . Следует отметить, что убывающие зависимости асимптота ограничивает снизу, а возрастающие – сверху. Значение асимптот для технологических показателей продуктов при различной чистоте сиропа-нетто ($Ч_{сн}$) приведен на рис. 6



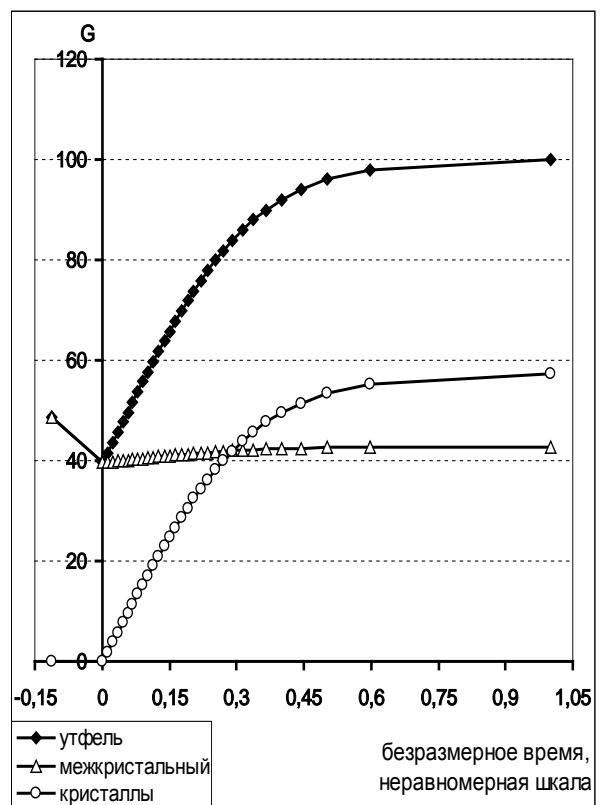
а



б

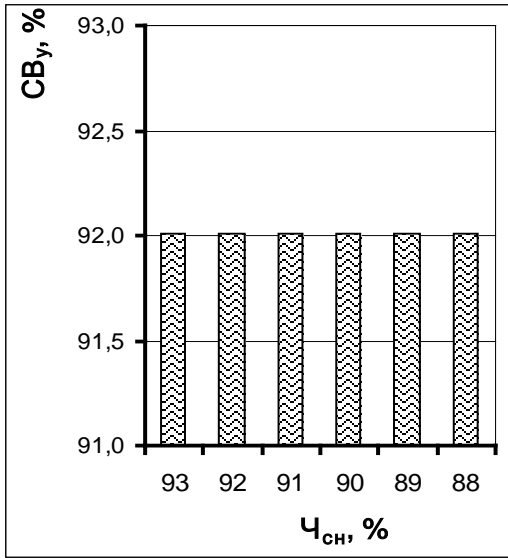


в

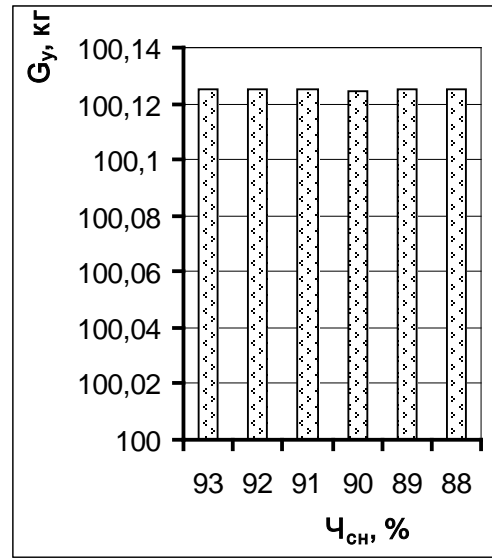


г

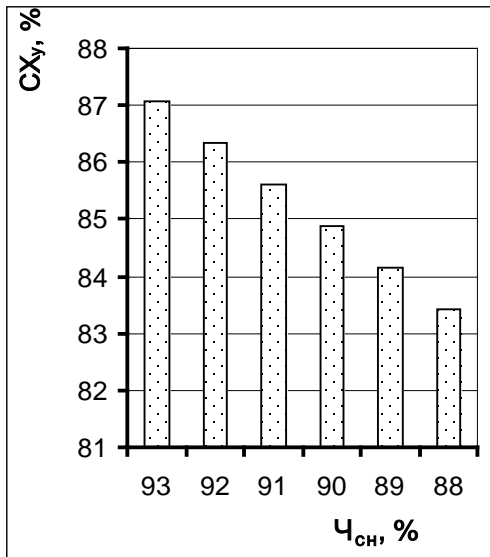
Рис. 5. Изменения технологических показателей в процессе уваривания первого продукта: а– сухие вещества, б – чистота утфеля и межкристального раствора; в – содержание кристаллов в утфеле; г – массы утфеля, межкристального раствора та кристаллов сахара.



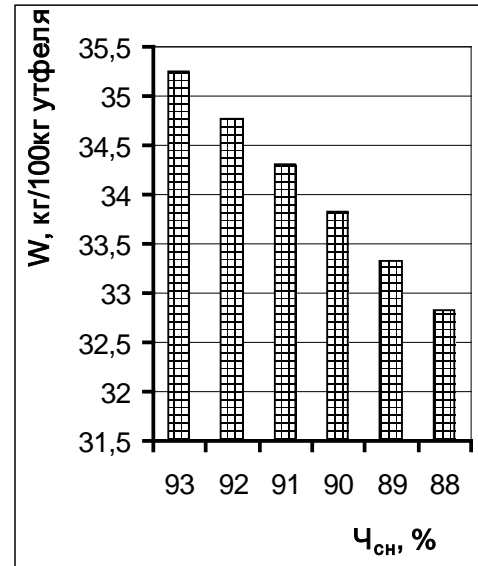
а



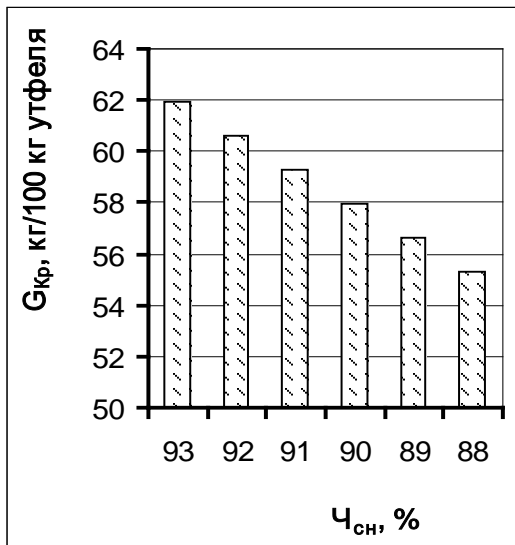
б



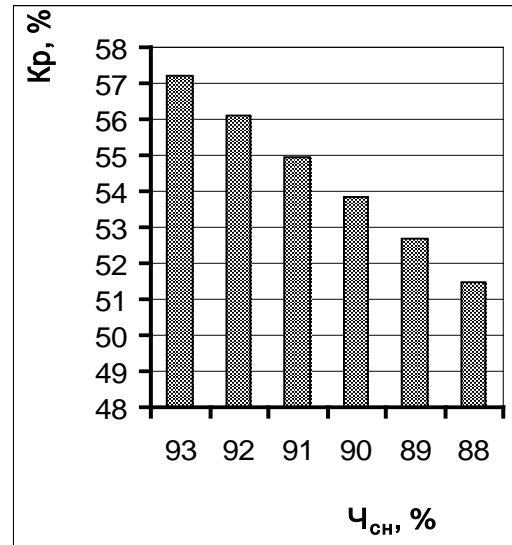
в



г



д



е

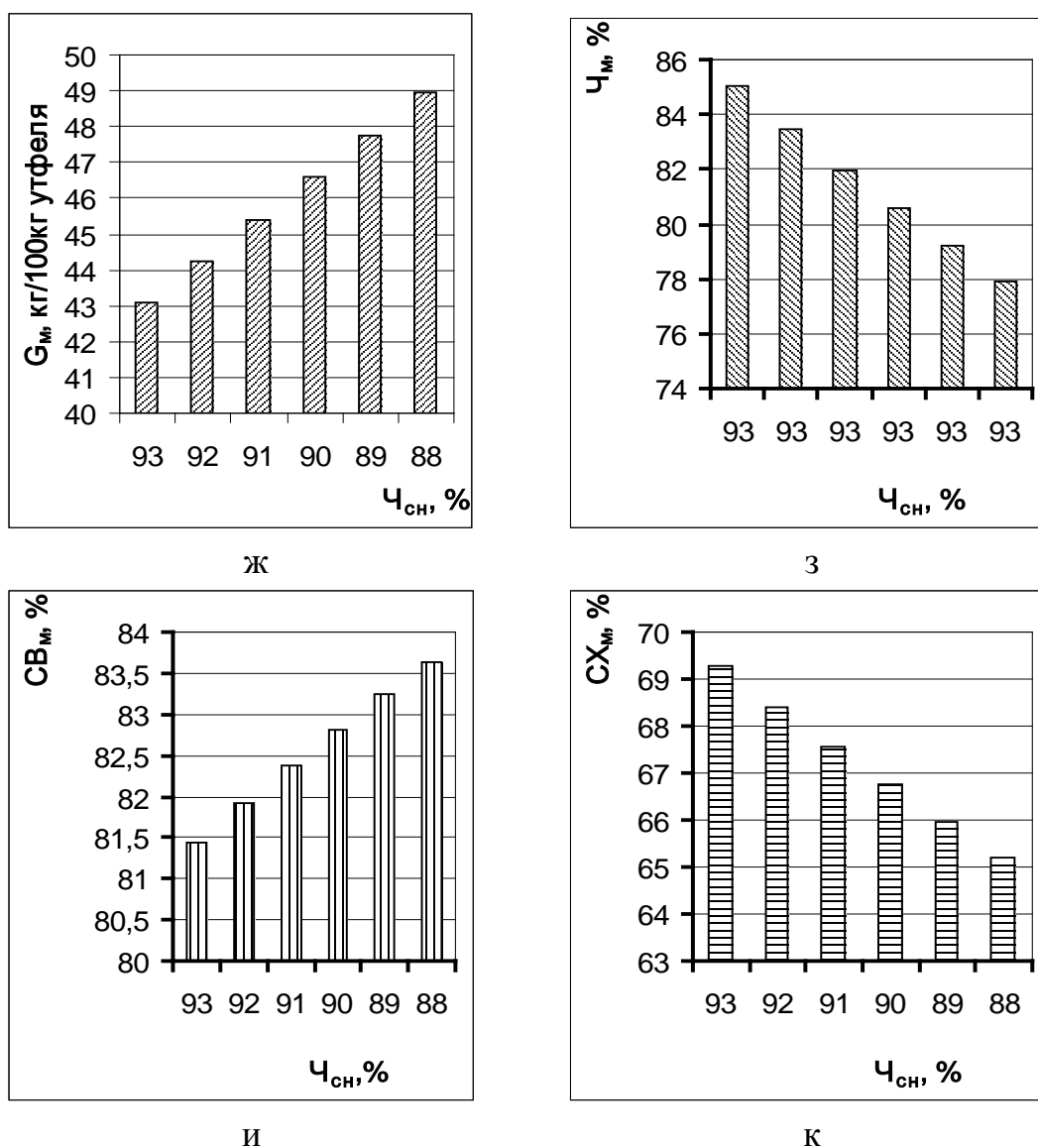


Рис. 6. Значения асимптот разных технологических показателей: а – сухие вещества утфеля; б – масса утфеля; в – сахар утфеля; г – масса выпаренной воды; д – масса выкристаллизовавшегося сахара; е – содержание кристаллов в утфеле; ж – масса межкристального раствора; з – чистота межкристального раствора; и – сухие вещества межкристального раствора; к – сахар межкристального раствора.

Выводы

Построенная нами имитационная модель процесса уваривания утфелей с достаточной точностью описывает смоделированный процесс и может быть использована в практике сахарного производства для экспресс-анализа характеристик продуктов при уваривании сахарного утфеля.

Полученные аналитические зависимости изменения технологических и массовых характеристик в процессе уваривания сахарных утфелей на неравномерной шкале времени носят экспоненциальный характер, соответствуют с высокой точностью ходу реального процесса в вакуум-аппарате и полностью согласуются с выводами других исследователей полученных методом физического моделирования.

Общность между коэффициентами аналитических закономерностей изменения технологических характеристик отражает взаимосвязь отдельных составляющих течения процесса уваривания сахарного утфеля в вакуум-аппарате.

Результаты вычислительного эксперимента по разработанной модели дают достаточное представление о характере протекания процесса уваривания сахарных утфелей и могут быть использованы для предварительного выбора рационального режима вари в зависимости от характеристик входных продуктов.

Литература

1. Бажал И.Г. Связь между тепло- и массообменом кристаллизующихся дисперсных систем. // Сахарная промышленность. – 1964, № 6. – С. 12–14.
2. Правила ведення технологічного процесу виробництва цукру з цукрових буряків. ПУП 15.83-37-106:2007. – К.: – Цукор України; – 2007. –418 с.
3. Современные технологии и оборудование свеклосахарного производства. Под ред. В.О. Штангеева. Часть 2. – К.: – Цукор України, 2004. – 320 с.
4. Попов В.Д. Основы теории тепло- и массообмена при кристаллизации сахарозы. – М.: Пищевая пром-сть, 1973. –320 с.
5. А.с. № 539074 Способ управления процессом кристаллизации сахара из растворов / И.С. Гулый, И.Г. Бажал, В.Г. Мирончук. Бюл.изоб. № 46 от 24.02.77
6. Мирончук В.Г., Єщенко О.А. Вплив способу підведення підкачок на їх розподіл та швидкість продукту в кип'ятільних трубках вакуум-апаратів. // Цукор України. – 2010, № 3 (59). – С. 46–49.
7. Мирончук В.Г., Єщенко О.А. Методика моделювання процесу промислової кристалізації цукрози. // Харчова промисловість – К.: НУХТ, 2009 – № 8, с. 87-90.