

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТУРИЗМУ, ЕКОНОМІКИ І ПРАВА

О.П. Будя, О.Г. Лемешев, В.О. Овчарук

МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК
З РОЗВ'ЯЗАННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ
ЗАСОБАМИ MS EXCEL

Київ, 2008

Будя О.П., Лемешев О.Г., Овчарук В.О. Методичний посібник з розв'язання економіко-математичних задач засобами MS Excel. - К.: КУТЕП, 2008. - 210 с.

Рецензенти: В.В. Гавриленко, доктор фізико-математичних наук, професор, зав. кафедри Національного транспортного університету;

А.Г. Міщенко, кандидат економічних наук, професор КУТЕП.

Методичний посібник включає: короткі теоретичні відомості з розділів математичного аналізу, математичного програмування, теорії ймовірності та математичної статистики, статистичного аналізу; детальні технологічні рекомендації з розв'язання на конкретних прикладах економіко-математичних задач з використанням засобів MS Excel; багатоваріантні завдання для самостійного виконання контрольних завдань та відповіді для перевірки результатів.

Посібник розрахований на студентів вищих навчальних закладів з орієнтацією на економічні спеціальності, а також буде корисний викладачам для підготовки практичних занять і організації самостійної та індивідуальної роботи студентів.

Розглянутий, схвалений та рекомендований до друку на засіданні кафедри математики та інформаційних технологій КУТЕП 22 січня 2008 р., протокол № 5.

Рекомендований до друку Вченою радою факультету міжнародних економічних відносин КУТЕП 5 лютого 2008р., протокол № 3.

ЗМІСТ

I. ЕЛЕМЕНТИ ВИЩОЇ АЛГЕБРИ	9
1.1. Матриці	9
Теоретичні відомості	9
1.2. Транспонування матриці	9
Теоретичні відомості	9
Приклад	9
Розв'язок	9
Завдання	12
Варіанти завдань	12
Відповіді	17
1.3. Визначник матриці	21
Теоретичні відомості	21
Приклад	22
Розв'язок	22
Завдання	24
Відповіді	24
1.4. Обернена матриця	25
Теоретичні відомості	25
Приклад	26
Розв'язок	26
Завдання	28
Відповіді	28
1.5. Додавання і віднімання матриць	33
Теоретичні відомості	33
Приклад	34
Розв'язок	34
Завдання	38
Відповіді	38

1.6. Множення числа на матрицю	42
Теоретичні відомості	42
Приклад	42
Розв'язок	43
Завдання	44
Відповіді	45
1.7. Множення матриць	49
Теоретичні відомості	49
Приклад	51
Розв'язок	51
Завдання	54
Відповіді	54
1.8. Розв'язування системи п лінійних рівнянь	
з п невідомими	58
Теоретичні відомості	58
Приклад	60
Розв'язок	61
Завдання	65
Відповіді	69
1.9. Розв'язування системи ш лінійних рівнянь	
з п невідомими	74
Теоретичні відомості	74
Приклад	77
Розв'язок	77
Завдання	75
Відповіді	79

1. ЛІДЛЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ.....	93
Теоретичні відомості.....	93
2.1. Розв'язування рівнянь з одним невідомим.....	93
І сорепічії відомості.....	93
Приклад.....	93
Розв'язок.....	93
Завдання.....	97
Варіанти завдань і відповіді.....	97
2.2. Вирішення задач оптимізації.....	100
Теоретичні відомості.....	100
Підключення команд групи «Анализ» для Microsoft Excel версії 2007.....	102
Робочі поля діалогового вікна «Поиск решения».....	102
Приклад.....	104
Розв'язок.....	105
Варіанти завдань.....	111
і НОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ.....	138
Теоретичні відомості.....	138
3.1. Обчислення ймовірності.....	139
Теоретичні відомості.....	139
І Приклад.....	139
Розв'язок.....	139
Завдання.....	140
Варіанта завдань і відповіді.....	140
3.2. Обчислення перестановок.....	141
Теоретичні відомості.....	141
Приклад.....	141
Розв'язок.....	141
Варіанти завдань і відповіді.....	142

3.3. Обчислення комбінацій	144
Теоретичні відомості	144
Приклад	144
Розв'язок	144
Варіанти завдань і відповіді	146
3.4. Обчислення розміщень	148
Теоретичні відомості	148
Приклад	148
Розв'язок	148
Варіанти завдань і відповіді	151
4. МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА	154
Теоретичні відомості	154
4.1. Обчислення середнього арифметичного	154
Приклад	154
Розв'язок	154
Завдання	156
Варіанти завдань і відповіді	156
4.2. Обчислення середнього гармонічного	157
Приклад	157
Розв'язок	157
Завдання	159
Варіанти завдань і відповіді	160
4.3. Обчислення середнього геометричного	161
Приклад	161
Розв'язок	161
Завдання	163
Варіанти завдань і відповіді	163

1.1 (Піччії-лііим медіани вибірки	164
1 Приклад	164
Розв'язок	165
ІаііАііішп	166
Варіанти завдань і відповіді	167
4.4. Обчислення моди вибірки	168
1 Приклад	168
Розв'язок	168
Іін іапія	170
Варіанти завдань і відповіді	170
1.6. Обчислення дисперсії за даними вибірки	171
1 Приклад	171
Розв'язок	171
Завдання	173
Варіанти завдань і відповіді	174
1.7. Обчислення стандартного відхилення	175
1 Приклад	175
Розв'язок	175
Завдання	177
Варіанти завдань і відповіді	177
4.8. Обчислення квантилів вибірки	178
Приклад	178
Розв'язок . . . '	179
Завдання. '	181
Варіанти завдань і відповіді	181
4.9. Обчислення ексцесу вибірових даних	182
1 Приклад	182
Розв'язок	182
Завдання	184

Варіанти завдань і відповіді	'84
4.10. Обчислення асиметрії вибіркового розподілу.	185
Приклад	'85
Розв'язок	'86
Завдання	'87
Варіанти завдань і відповіді	'88
5. СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ	190
5.1. Використання інструменту «Пакет анализа»	190
Теоретичні відомості	'90
5.2. Визначення основних статистичних характеристик в групах даних	190
Приклад	'90
Розв'язок	'91
Завдання	'94
Варіанти завдань	'94
5.3. Виявлення розбіжностей між вибірками	197
Теоретичні відомості	'97
Приклад	'98
Розв'язок	'99
Варіанти завдань	201

І. І. ІНСТРУМЕНТИ ВИЩОЇ АЛГЕБРИ

І. І. Матриці

Інформація про матриці

Існують різні математичні моделі різних об'єктів і, описуючи їх, досить простий і компактний матричний форм.

Із матрицями можна проводити ряд операцій, причому операції над матрицями не співпадають.

Операції над матрицями потребують виконання великої кількості обчислень, тому, наприклад, Microsoft Excel суттєво полегшує виконання цих обчислень.

1.2. Транспонування матриці

Теоретичні відомості

Якщо задана матриця $A = (a_{ij})$, то матриця $A^T = (a_{ji})$ є її транспонуваною матрицею.

Наприклад:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Інформація про матриці A .

Пример

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 8 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Знайти транспоновану матрицю.

Розв'язок

Інформація про документ Microsoft Excel, якому надамо назву: «Інструменти транспонування».

2. Надамо першому листу назву: «Транспонування». Для цього двічі натиснемо лівою кнопкою миші на надпис «Лист 1». Введемо потрібну назву за допомогою клавіатури.

3. Введемо матрицю за зразком.

<i>l</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>p</i>	<i>q</i>
1	$V = b(l, i) =$	6	1	3	-5	4	6
		8	2	-4	7	3	
		-1	0	2	9	3	
<i>i</i>							
0							
:	$V(\text{тран}) = b(i, l) =$						

4. Виділимо область де буде розташовано транспоновану матрицю: B5:O9.

<i>l</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>p</i>	<i>q</i>
1	$V = b(l, i) =$	6	1	3	-5	4	1
		8	2	-4	7	3	
:		-1	0	2	9		1
4							
	$V(\text{тран}) = b(i, l) =$						
9							
10							

5. Викличемо «Мастер функций» натиснувши на позначку: «/»:
6. В розділі «Категории» оберемо «Ссылки и массивы».
7. В розділі «Функции» оберемо «ТРАНСП».

12. Якщо матриця не з'явилась розташуємо курсор в рядк формул.

13. Натиснемо сполучення клавіш: «CTRL + SHIFT + ENTER».

j	A	B	C	D	E	F
:	B = B(i, j) =	6	1	3	-5	4
:		8	7	-4	7	3
i		-1	0	2	9	3
4						
5		6	8	-1		
6		1	2	0		
:	B(тран) = B(i, j) =	3	-4	2		
8		-5	7	9		
9		4	3	3		
10						

Завдання

Знайти транспоновану матрицю від матриці **A** і матриці **B**.

Варіанти завдань

Варіант №	Матриця A			Матриця B		
	x1	x2	x3	x4	x5	x6
1	2,21	7,29	-2,51	12,96	6,56	4,04
	-1,92	-8,51	4,29	-23,18	-8,18	-5,16
	1,78	9,82	6,09	-10,21	3,82	6,38
2	4,04	12,53	-9,68	-2,87	-3,04	9,12
	-5,16	-3,82	11,47	5,53	4,66	-12,32
	6,38	5,13	-3,27	-8,19	-6,28	15,53
3	5,26	7,72	9,12	3,58	9,52	12,53
	-6,43	-9,24	-12,32	-6,17	2,14	-3,82
	7,60	2,36	15,53	8,84	-3,76	5,13
4	2,84	-7,76	12,53	6,25	25,52	7,72
	-3,17	4,44	-3,82	8,24	-15,86	-9,24
	9,28	-3,12	5,13	3,21	19,08	2,36

1 ! >	-2,51	7,72	-4,28	-43,84	-4,47
15.86	4,29	-9,24	6,36	-50,48	8,25
19,08	6,09	2,36	-8,31	27,12	-2,14
" O:	-9,68	-7,76	-8,12	7,46	4,41
·28,74	1 1,47	4,44	10,13	-5,46	-5,29
11,96	-3,27	-3,12	-12,15	1,34	6,37
8.43	-4,47	12,53	-9,68	-8,67	8,71
· 1.02	8,25	-3,82	11,47	11,12	-9,82
1 N 1	-2,14	5,13	-3,27	-4,18	11,31
-2,51	4,41	7,72	9,12	-2,39	-13,72
i ")	-5,29	-9,24	-12,32	3,37	16,93
6,09	6,37	2,36	15,53	-6,42	20,13
9,68	8,71	-7,76	-13,72	-1,15	9,52
1 1,47	-9,82	4,44	16,93	2,12	2,14
-3,27	11,31	-3,12	20,13	-4,18	-3,76
9,12	7,29	4,83	9,52	-8,65	-17,28
-12,32	-8,51	-6,24	2,14	2,18	23,92
15,53	9,82	8,48	-3,76	-2,95	-33,56
-13,72	12,53	12,96	-17,28	-8,65	26,55
16,93	-3,82	-23,18	23,92	2,18	19,75
20,13	5,13	-10,21	-33,56	-2,95	-13,95
26,55	-9,96	-2,87	-43,84	6,25	-9,96
1 < .75	7,28	5,53	-50,48	8,24	7,28
-13,95	-5,48	-8,19	27,12	3,21	-5,48
-9,96	4,83	6,25	-9,68	-4,28	4,83
7,28	-6,24	8,24	11,47	6,36	-6,24
-5,48	8,48	3,21	-3,27	-8,31	8,48
4,83	12,96	3,58	9,12	-2,39	6,25
-6,24	-23,18	-6,17	-12,32	3,37	8,24
8,48	-10,21		15,53	-6,42	3,21

	12,96	6,25	9,97	-13,72	-1.15
15	-23,18	8,24	-2,63	16,93	2,12
	-10,21	3,21	5,26	20,13	-4.18
	-2,87	-4,28	2,49	26,55	-8,65
16	5,53	6,36	-3,12	19,75	2,18
	-8,19	-8,31	5,73	-13,95	-2,95
	3,58	-8,12	-3,04	9,52	-8,65
17	-6,17	10,13	4,66	2,14	2,18
	8,84	-12,15	-6,28	-3,76	-2,95
	9,97	6,18	9,52	-17,28	6,25
18	-2,63	-8,19	2,14	23,92	8,24
	5,26	-2,24	-3,76	-33,56	3,21
	2,49	-2,87	-17,28	-43,84	-4,28
19	-3,12	5,53	23,92	-50,48	6,36
	5,73	-8,19	-33,56	27,12	-8,31
	6,56	3,58	6,25	26,55	-8,12
20	-8,18	-6,17	8,24	19,75	10,13
	3,82	8,84	3,21	-13,95	-12,15
	-3,04	9,97	-4,28	9,52	6.18
21	4,66	-2,63	6,36	2,14	-8,19
	-6,28	5,26	-8,31	-3,76	-2.24
	9,52	8,71	-8,12	-17,28	-2,39
22	2,14	-9,82	10,13	23,92	3,37
	-3,76	1 1,31	-12,15	-33,56	-6.42
	-17,28	7,29	-3,04	7,72	-1,15
23	23,92	-8,51	4,66	-9,24	2,12
	-33,56	9,82	-6,28	2,36	-4.18

	•4,184	12,53	9,52	-7,76	-8,65	-17,28
-4,28	-50,48	-3,82	2,14	4,44	2,18	23,92
6,36	27,12	5,13	-3,76	-3,12	-2,95	-33,56
-8,31						
	7,46	7,72	-17,28	-2,39	-8,12	-43,84
-8,12	-5,46	-9,24	23,92	3,37	10,13	-50,48
10,13	1,34	2,36	-33,56	-6,42	-12,15	27,12
-12,15						
	-8,67	-7,76	7,29	-1,15	4,41	12,53
6,18	11,12	4,44	-8,51	2,12	-5,29	-3,82
-8,19	-1,15	-3,12	9,82	-4,18	6,37	5,13
-2,24						
	1,19	-17,28	12,53	-8,65	8,71	7,72
-2,87	1,37	23,92	-3,82	2,18	-9,82	-9,24
5,53	-6,42	-33,56	5,13	-2,95	11,31	2,36
-8,19						
	-1,15	-43,84	7,72	-2,87	7,29	-7,76
3,58	2,12	-50,48	-9,24	5,53	-8,51	4,44
-6,17	4,18	27,12	2,36	-8,19	9,82	-3,12
8,84						
	-8,65	7,46	-7,76	3,58	12,53	6,25
-4,28	1,18	-5,46	4,44	-6,17	-3,82	8,24
6,36	-2,95	1,34	-3,12	8,84	5,13	3,21
-8,31						
	6,25	-4,28	-2,39	9,97	-9,96	7,46
-8,12	8,24	6,36	3,37	-2,63	7,28	-5,46
10,13	1,11	-8,31	-6,42	5,26	-5,48	1,34
-12,15						
	-4,28	-8,12	-1,15	8,71	3,58	-2,39
-3,04	6,36	10,13	2,12	-9,82	-6,17	3,37
4,66	-8,31	-12,15	-4,18	11,31	8,84	-6,42
-6,28						
	-8,12	6,18	-8,65	7,29	9,97	4,41
9,52	10,13	-8,19	2,18	-8,51	-2,63	-5,29
2,14	12,15	-2,24	-2,95	9,82	5,26	6,37
-3,76						

	6,18	-1,15	-4,47	-4,28	2,49	9,12
33	-8,19	2,12	8,25	6,36	-3,12	-12,32
	-2,24	-4,18	-2,14	-8,31	5,73	15,53
	-4,47	6,18	41	-8,12	-1,15	-13,72
34	8,25	-8,19	-5,29	10,13	2,12	16,93
	-2,14	-2,24	6,37	-12,15	-4,18	20,13
	4,41	7,29	8,71	6,18	-8,65	26,55
35	-5,29	-8,51	-9,82	-8,19	2,18	19,75
	6,37	9,82	11,31	-2,24	-2,95	-13,95
	8,71	12,53	4,41	-4,47	-43,84	9,52
	-9,82	-3,82	-5,29	8,25	-50,48	2,14
	11,31	5,13	6,37	-2,14	27,12	-3,76
	7,29	7,72	8,71	4,41	12,53	-17,28
37	-8,51	-9,24	-9,82	-5,29	-3,82	23,92
	9,82	2,36	11,31	-8,51	5,13	-33,56
	12,53	8,71	7,29	-1,15	7,72	-43,84
38	-3,82	-9,82	-8,51	2,12	-9,24	-50,48
	5,13	11,31	9,82	-4,18	2,36	27,12
	7,72	7,29	4,41	6,18	8,71	26,55
39	-9,24	-8,51	-5,29	-8,19	-9,82	19,75
	2,36	9,82	6,37	-2,24	11,31	-13,95
	-7,76	12,53	8,71	-9,96	6,18	-17,28
40	4,44	-3,82	-9,82	7,28	-8,19	23,92
	-3,12	5,13	11,31	-5,48	-2,24	-33,56

.....Ш

..... №	І рїиспонована матриця А			Транспонована матриця В		
1	2,21	-1,92	1,78	12,96	-23,18	-10,21
	7,29	-8,51	9,82	6,56	-8,18	3,82
	-2,51	4,29	6,09	4,04	-5,16	6,38
	1,04	-5,16	6,38	-2,87	5,53	-8,19
	12,53	-3,82	5,13	-3,04	4,66	-6,28
	9,68	11,47	-3,27	9,12	-12,32	15,53
1	5,26	-6,43	7,60	3,58	-6,17	8,84
	7,72	-9,24	2,36	9,52	2,14	-3,76
	9,12	-12,32	15,53	12,53	-3,82	5,13
1	2,84	-3,17	9,28	6,25	8,24	3,21
	-7,76	4,44	-3,12	25,52	-15,86	19,08
	12,53	-3,82	5,13	7,72	-9,24	2,36
	12,64	-15,86	19,08	-4,28	6,36	-8,31
	-2,51	4,29	6,09	-43,84	-50,48	27,12
	7,72	-9,24	2,36	-4,47	8,25	-2,14
II	25,52	-28,74	31,96	-8,12	10,13	-12,15
	-9,68	11,47	-3,27	7,46	-5,46	1,34
	-7,76	4,44	-3,12	4,41	-5,29	6,37
/	8,43	-4,62	4,84	-9,68	11,47	-3,27
	-4,47	8,25	-2,14	-8,67	11,12	-4,18
	12,53	-3,82	5,13	8,71	-9,82	11,31
II	-2,51	4,29	6,09	9,12	-12,32	15,53
	4,41	-5,29	6,37	-2,39	3,37	-6,42
	7,72	-9,24	2,36	-13,72	16,93	20,13
	-9,68	11,47	-3,27	-13,72	16,93	20,13
	8,71	-9,82	11,31	-1,15	2,12	-4,18
	-7,76	4,44	-3,12	9,52	2,14	-3,76

10	9,12	-12,32	15,53	9,52	2,14
	7,29	-8,51	9,82	-8,65	2,18
	4,83	-6,24	8,48	-17,28	23,92
11	-13,72	16,93	20,13	-17,28	23,92
	12,53	-3,82	5,13	-8,65	2,18
	12,96	-23,18	-10,21	26,55	19,75
12	26,55	19,75	-13,95	-43,84	-50,48
	-9,96	7,28	-5,48	6,25	8,24
	-2,87	5,53	-8,19	-9,96	7,28
13	-9,96	7,28	-5,48	-9,68	11,47
	4,83	-6,24	8,48	-4,28	6,36
	6,25	8,24	3,21	4,83	-6,24
14	4,83	-6,24	8,48	9,12	-12,32
	12,96	-23,18	-10,21	-2,39	3,37
	3,58	-6,17	8,84	6,25	8,24
15	12,96	-23,18	-10,21	-13,72	16,93
	6,25	8,24	3,21	-1,15	2,12
	9,97	-2,63	5,26	-4,28	6,36
16	-2,87	5,53	-8,19	26,55	19,75
	-4,28	6,36	-8,31	-8,65	2,18
	2,49	-3,12	5,73	-8,12	10,13
17	3,58	-6,17	8,84	9,52	2,14
	-8,12	10,13	-12,15	-8,65	2,18
	-3,04	4,66	-6,28	6,18	-8,19
18	9,97	-2,63	5,26	-17,28	23,92
	6,18	-8,19	-2,24	6,25	8,24
	9,52	2,14	-3,76	-2,87	5,53
19	2,49	-3,12	5,73	-43,84	-50,48
	-2,87	5,53	-8,19	-4,28	6,36
	-17,28	23,92	-33,56	3,58	-6,17

-3,76	0,56	-8,18	3,82	26,55	19,75	-13,95
-2,95	3,58	-6,17	8,84	-8,12	10,13	-12,15
-33,56	6,25	8,24	3,21	-4,28	6,36	-8,31
-33,56	-3,04	4,66	-6,28	9,52	2,14	-3,76
-2,95	9,97	-2,63	5,26	6,18	-8,19	-2,24
-13,95	-4,28	6,36	-8,31	-8,12	10,13	-12,15
27,12	9,52	2,14	-3,76	-17,28	23,92	-33,56
3,21	8,71	-9,82	11,31	-2,39	3,37	-6,42
-5,48	-8,12	10,13	-12,15	-3,04	4,66	-6,28
-3,27	-17,28	23,92	-33,56	7,72	-9,24	2,36
-8,31	7,29	-8,51	9,82	-1,15	2,12	-4,18
8,48	-3,04	4,66	-6,28	9,52	2,14	-3,76
15,53	-43,84	-50,48	27,12	-7,76	4,44	-3,12
-6,42	12,53	-3,82	5,13	-8,65	2,18	-2,95
3,21	9,52	2,14	-3,76	-17,28	23,92	-33,56
20,13	7,46	-5,46	1,34	-2,39	3,37	-6,42
-4,18	7,72	-9,24	2,36	-8,12	10,13	-12,15
-8,31	-17,28	23,92	-33,56	-43,84	-50,48	27,12
-13,95	-8,67	11,12	-4,18	-1,15	2,12	-4,18
-2,95	-7,76	4,44	-3,12	4,41	-5,29	6,37
-12,15	7,29	-8,51	9,82	12,53	-3,82	5,13
-3,76	-2,39	3,37	-6,42	-8,65	2,18	-2,95
-2,95	-17,28	23,92	-33,56	8,71	-9,82	11,31
-2,24	12,53	-3,82	5,13	7,72	-9,24	2,36
-33,56	-1,15	2,12	-4,18	-2,87	5,53	-8,19
3,21	-43,84	-50,48	27,12	7,29	-8,51	9,82
-8,19	7,72	-9,24	2,36	-7,76	4,44	-3,12
27,12	-8,65	2,18	-2,95	3,58	-6,17	8,84
-8,31	7,46	-5,46	1,34	12,53	-3,82	5,13
8,84	-7,76	4,44	-3,12	6,25	8,24	3,21