

М.Пушанко

Професор д—р техн. наук

О.Глонь

Доцент, канд. техн. наук

А.Горошко

Аспірант

Український державний
університет харчових технологій,
м.Київ

УДК 664.1.055

КОЛИВАННЯ ЦЕНТРИФУГИ, ЗУМОВЛЕНІ РУХОМ ПУЛЬСАТОРА

Досліджені горизонтальні коливання промислових центрифуг з пульсуючим вивантаженням осаду, зумовлені рухом пульсатора. Аналізується динаміка центрифуги під дією пульсатора з приводом необмеженої та обмеженої потужності. Отримані характеристики руху пульсатора і корпусу центрифуги можуть бути використані для оцінки стійкості руху при різних режимах роботи та розробці нових модифікацій центрифуг такого типу.

Промислові центрифуги неперервної дії з пульсуючим вивантаженням осаду вигідно виділяються за техніко-економічними показниками [1, 5] і широко використовуються у багатьох галузях виробництва, зокрема в харчовій та хімічній промисловостях [1,2]. Вперше така центрифуга була сконструйована для цукрової промисловості фірмою Ешер-Вісс [2] у Швейцарії. В Україні Сумським машинобудівним заводом серійно випускались біля тридцяти модифікацій пульсуючих центрифуг. Центрифуги з пульсуючим вивантаженням є "наймолодшими" за часом їх створення і тому в майбутньому допускають широкі модифікації та вдосконалення в напрямку економії енергоспоживання та зменшення металомісткості.

У даній роботі аналізуються коливання пульсуючої центрифуги, зумовлені рухом пульсатора. Розглянемо спочатку принципову кінематичну схему пульсуючої центрифуги (рис.1).

З корпусом 1 центрифуги жорстко з'єднані опори трубчастої осі 2 ротора. У порожнині ротора, обертаючись разом з ним, здійснює зворотно-поступальний рух пульсатор 3, який приводиться в дію гідравлічним пристроєм 4. Корпус центрифуги спирається на пружно-в'язкі амортизатори 5. Відфугований продукт поштотвами пульсатора поступово витісняється з ротора центрифуги. Застосовуються дво-, чотири- та шестикаскадні центрифуги. У першому наближенні розглядається лише поступальний рух системи "корпус-пульсатор" вздовж осі ротора.

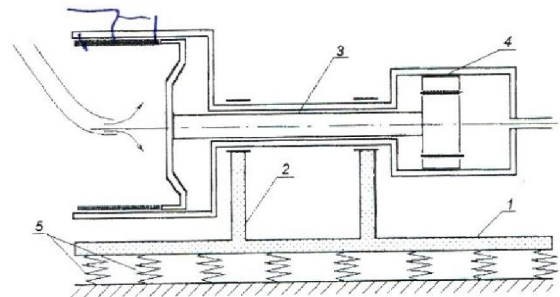


Рис. 1

Поступальний рух системи "корпус-пульсатор" описується рівняннями:

$$\begin{cases} m\ddot{y} + \alpha\dot{y} + cy = -(P_1 - F_1); & \dot{y}_0 > 0; \\ m_0(\ddot{y}_0 + \ddot{y}) = (P_1 - F_1); \\ m\ddot{y} + \alpha\dot{y} + cy = (P_2 - F_2); & \dot{y}_0 < 0. \end{cases} \quad (1)$$
$$m_0(\ddot{y}_0 + \ddot{y}) = -(P_2 - F_2);$$

Тут y — переміщення корпусу центрифуги, y_0 — відносно переміщення пульсатора, m і m_0 — маси

корпуса та пульсатора, C і α — зведені коефіцієнти жорсткості та в'язкості системи амортизації, P_1 і P_2 — сили, які створюються гідроприводом, F_1 та F_2 — сили опору при зрізуванні фугату (відповідно для прямого і зворотного руху пульсатора). У дво- та більшекаскадних центрифугах прямий і зворотний рухи пульсатора зустрічають однаковий опір $F_1 = F_2 = F$, тому рівняння (1) спрощується і зводиться до вигляду:

$$\begin{cases} m\ddot{y} + \alpha\dot{y} + cy = -(P - F)\text{sign}\dot{y}_0; \\ m_0(\ddot{y}_0 + \ddot{y}) = (P - F)\text{sign}\dot{y}_0. \end{cases} \quad (2)$$

Динаміка центрифуги під дією пульсатора з "ідеальним" приводом. Терміном "ідеальний" привід, (або привід необмеженої потужності) [3] будемо називати гідропривід, у якому забезпечуються постійні секундні витрати робочої рідини $Q = \text{const}$.

Час руху пульсатора, тобто півперіоду $T/2$, визначається простим співвідношенням:

$$\frac{T}{2} = \frac{V}{Q}, \quad (3)$$

де V — об'єм гідроциліндра приводу. Кругова частота ν пульсатора з ідеальним приводом має такі значення:

$$\nu = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi Q}{V}, \quad (4)$$

Графік руху пульсатора подається ламаною лінією з відрізків прямих. У прямому і зворотному напрямках пульсатор рухається зі сталою швидкістю $|\dot{y}_0| = \text{const}$. Аналітично ця періодична крива описується рядом Фур'є [4]:

$$y_0(t) = \frac{H}{2} \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k-1)\nu t}{(2k-1)^2} \right). \quad (5)$$

З розкладу видно, що рух пульсатора представлено сумою непарних гармонік з амплітудами, обернено пропорційними квадрату номера гармоніки.

Додаючи перше та друге рівняння системи (2), отримаємо рівняння руху корпусу центрифуги:

$$(m + m_0)\ddot{y} + \alpha\dot{y} + cy = -m_0\ddot{y}_0, \quad (6)$$

з якого випливає, що вимушеною силою для корпусу центрифуги є сила інерції пульсатора. Внутрішні сили P та F неспроможні змінити положення центра мас центрифуги. Підставляючи в рівняння (6) закон руху пульсатора (5), отримаємо:

$$\begin{aligned} (m + m_0)\ddot{y} + \alpha\dot{y} + cy &= \\ &= \frac{4Hm_0\nu^2}{8\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k-1)\nu t}{(2k-1)^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Права частина рівняння (7) — це ряд Фур'є розкладу періодичних двосторонніх ударів. Розв'язок лінійного рівняння (7) з періодичною правою частиною має вигляд:

$$y(t) = \frac{4Hm_0\nu^2}{(m + m_0)\pi^2} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k-1)\nu t - \gamma_k}{\sqrt{(\omega^2 - (2k-1)^2\nu^2)^2 + \beta^2(2k-1)^2\nu^2}}, \quad (8)$$

де $\omega = \sqrt{\frac{c}{m + m_0}}$, $\beta = \frac{\alpha}{2(m + m_0)}$ — частота та декремент коливань центрифуги.

З розв'язку (8) зрозуміло, що за відсутності дисипації енергії ($\beta = 0$) має місце нескінченна кількість резонансів

типу $\omega^2 - (2k-1)^2\nu^2 = 0$, $k = 1, 2, \dots$ або $\nu = \frac{\omega}{2k-1}$.

Резонансна крива для коливань пульсуючої центрифуги наведена на рис. 2.

Пунктирною лінією зображена резонансна крива за

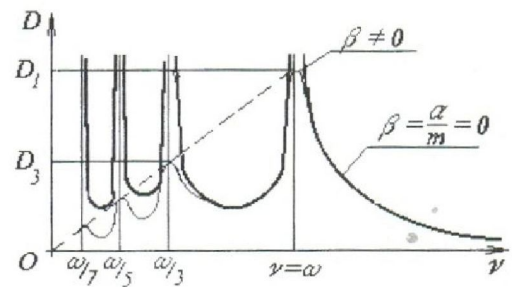


Рис. 2

наявності дисипації енергії при $\beta = 0$. Висоти резонансних піків $D_k(\omega^2 - (2k-1)^2\nu^2) = 0$ обмежені величинами

$$D_k = \frac{4H\nu m_0}{2(m + m_0)\beta(2k-1)}; \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

обернено пропорційними до номера резонансів. Всі резонансні стани, як видно з рис. 2, зосереджені в інтервалі $0 < \nu < \omega$. Досліджуючи динаміку центрифуги в різних режимах роботи, треба мати на увазі багаторезонансний характер збудження коливань.

Дослідження руху центрифуг з приводом пульсатора обмеженої потужності (реальним приводом). У діючих центрифугах для приводів обмеженої потужності нормується сталість тиску робочої рідини або сила гідроприводу P . Для спрощення дослідження розглянемо спочатку рух пульсатора при нерухомому корпусі $y \equiv 0$. Тоді нелінійне рівняння руху пульсатора при $F_1 = F_2 = F$ у відповідності з другим рівнянням (2) має вигляд:

$$m_0 \ddot{y}_0 = (P - F) \text{sign } \dot{y}_0. \quad (10)$$

Під дією сталої сили пульсатор рухається рівноприскорено в прямому напрямку за законом:

$$y_0(t) = \frac{P - F}{m_0} \times \frac{t^2}{2}. \quad (11)$$

У кінці півперіоду $t = T/2$ переміщення дорівнює довжині ходу пульсатора $y_0 = H$. За цієї умови частота руху пульсатора визначається аналогічно до (4) з формули:

$$\nu = \frac{2\pi}{T} = \pi \sqrt{\frac{P - F}{2Hm_0}}. \quad (12)$$

Графік руху пульсатора з реальним приводом — ламана лінія з відрізків парабол (11), розклад якої в ряд Фур'є має вигляд:

$$y_0(t) = \frac{H}{2} \left(1 - \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k-1)\nu t + 2 \sin(2k-1)\nu t}{(2k-1)^2} \right). \quad (13)$$

Узагальнимо ці результати з врахуванням рухомості корпусу центрифуги. Рівняння руху системи "пульсатор-корпус" (2) запишуться так:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + \alpha\dot{y} + cy &= -(P - F); \\ m_0(\ddot{y} + \ddot{y}_0) &= P - F. \end{aligned} \quad (14)$$

Подемо розв'язок цих рівнянь рядами:

$$\begin{aligned} y &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + \dots; \\ y_0 &= b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + \dots \end{aligned} \quad (15)$$

Підставляючи ряди (15) у рівняння (14) та прирівнюючи множники при однакових степенях t , при нульових початкових умовах отримаємо такі значення коефіцієнтів:

$$a_0 = a_1 = b_0 = b_1 = 0;$$

$$b_2 + a_2 = \frac{P - F}{2m_0}; \quad a_2 = -\frac{P - F}{2m}; \quad (16)$$

$$b_3 = -a_3 = \frac{\alpha(P - F)}{3m};$$

$$b_4 = -a_4 = -\frac{(P - F)c}{24m^2} \dots$$

З врахуванням цих значень коефіцієнтів переміщення пульсатора $y_0(t)$ визначається так:

$$\begin{aligned} y_0(t) &= \frac{P - F}{2m_0} \times \frac{m + m_0}{m} t^2 - \\ & - \frac{\alpha(P - F)}{3m} t^3 - \frac{(P - F)c}{24m^2} t^4 + \dots \end{aligned} \quad (17)$$

З умови $y_0(T/2) = H$ отримаємо, як і у випадку (12), таке значення частоти коливань пульсатора:

$$\begin{aligned} \nu &= \nu_0 \left[1 - \frac{2\alpha m}{3(m + m_0)} \frac{\pi}{\nu_0} - \right. \\ & \left. - \frac{cm_0}{12m(m + m_0)} \frac{\pi^2}{\nu_0^2} + \dots \right]^{0.5}, \end{aligned} \quad (18)$$

де

$$\nu_0 = \pi \sqrt{\frac{P - F}{2m_0 H} \times \frac{m + m_0}{m}} \quad (19)$$

— значення частоти коливань пульсатора в першому наближенні.

Уточнення, які вносяться членами з множниками α і c в (18), складають 0,1÷0,2% при реальних значеннях частот руху пульсатора.

Тому з достотною точністю частоту руху пульсатора визначимо формулою (19). З (19) випливає, що частота руху пульсатора з реальним приводом залежить від опору F , а при $F=P$ пульсатор взагалі зупиняється. Рух корпусу центрифуги з реальним приводом, як і у випадку (8), представиться багатопіковою резонансною кривою, подібною до кривої, зображеної на рис. 2.

Формула для частоти пульсатора при різних значеннях сили опору в прямому і зворотному напрямках його руху матиме вигляд:

$$\nu = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_0}{2Hm m_0} \frac{\sqrt{(P - F_1)(P - F_2)}}{\sqrt{P - F_1} + \sqrt{P - F_2}}}. \quad (20)$$

Зупинка пульсатора $v \rightarrow 0$ має місце, коли одне зі значень $P - F_1$ чи $P - F_2$ прямує до нуля.

Отримані характеристики руху пульсатора та корпуса центрифуги можуть бути використані для оцінки стійкості руху при різних режимах роботи та розробці нових модифікацій центрифуг зменшеної металомісткості.

Література

1. Лукьяненко В.М., Таранец А.В. Промышленные центрифуги. — М.: Химия, 1974. — 376 с.
2. Терешин Б.Н. Автоматизированные и непрерывно действующие центрифуги в сахарной промышленности. — М.: ЦИНТИПищепром, 1966. — 55 с.

3. Кононенко В.О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. — М.: Наука, 1964. — 256 с.

4. Толстов Г.П. Ряды Фурье. — М.: Физматгиз, 1960. — 390 с.

5. Пушанко М., Глонь О., Горошко А. Дослідження динаміки пульсуючих промислових центрифуг// Тези доп. 3-го Міжнар. симп. українських інженерів-механіків у Львові. — Львів, 1997. — С. 50 — 51.

Abstract. The horizontal vibrations of pulsative centrifuge are investigated. It was established that reciprocating motion of pulsator. The obtained characteristics of the pulsator and centrifuge frame motion can be used for estimation of the motion stability under different working conditions.