

МАТЕМАТИКА

В РІДНІЙ ШКОЛІ

НАУКОВО-МЕТОДИЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 7 - 8 (210) 2019, ЛИПЕНЬ - СЕРПЕНЬ

ЩОМІСЯЧНИК

Передплатний індекс 68834

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНЕ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРОБНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО
ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

Заснований у 1997 р.

До 2012 р. журнал виходив у світ під назвою
«Математика в школі»; до 2014 р. журнал виходив
під назвою «Математика в сучасній школі».

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу
масової інформації, серія КВ №20025-8925 пр від 25.06.2013 р.

РЕДАКЦІЙНА РАДА:

Головний редактор

Валентина Григорівна БЕВЗ, доктор педагогічних наук, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

Ірина Анатоліївна АКУЛЕНКО, доктор педагогічних наук, професор (Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького), Черкаси

Григорій Петрович БЕВЗ, кандидат педагогічних наук, доцент, Київ

Михайло Іванович БУРДА, доктор педагогічних наук, дійсний член НАПН України, професор (Інститут педагогіки НАПН України), Київ

Ніна Опанасівна ВІРЧЕНКО, доктор фізико-математичних наук, професор (Національний технічний університет України «КПІ»), Київ

Мирослав Іванович ЖАЛДАК, доктор педагогічних наук, дійсний член НАПН України, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

Юрій Іванович МАЛЬОВАНІЙ, кандидат педагогічних наук, член-кореспондент НАПН України, старший науковий співробітник (Президія НАПН України), Київ

Ольга Іванівна МАТЯШ, доктор педагогічних наук, професор (Вінницький державний педагогічний університет ім. М. Коцюбинського)

Микола Олексійович ПЕРЕСТЮК, доктор фізико-математичних наук, академік НАН України, професор (Національний університет ім. Тараса Шевченка), Київ

Микола Вікторович ПРАЦЬОВИТИЙ, доктор фізико-математичних наук, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

Світлана Олексіївна СКВОРЦОВА, доктор педагогічних наук, член-кореспондент НАПН України, професор (Південноукраїнський національний педагогічний університет ім. К. Ушинського), Одеса

Ніна Анатоліївна ТАРАСЕНКОВА, доктор педагогічних наук, професор (Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького), Черкаси

Тамара Миколаївна ХМАРА, кандидат педагогічних наук, старший науковий співробітник (Інститут педагогіки НАПН України), Київ

Василь Олександрович ШВЕЦЬ, кандидат педагогічних наук, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

Олександр Володимирович ШКОЛЬНИЙ, доктор педагогічних наук, доцент (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), м. Київ

ЗМІСТ

НАУКА – ВЧИТЕЛЮ

<i>Ганна ШОЛОМ</i> Використання прийомів критичного мислення під час вивчення розділу «Показникові та логарифмічні функції» з курсу «Математики» в 11 класі	2
Приклади реалізації наскрізних ліній на уроках математики «Екологічна безпека і сталий розвиток» (Світлана ПАЛІЄВА. «Екологічна безпека і сталий розвиток») (продовження)	6
<i>Тетяна ГРИЦИК</i> Прикладні задачі як засіб реалізації компетентнісного підходу в навчанні математики (5 – 6 класи)	18

ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ

<i>Володимир ЛИСТОПАД, Олег МАЗУР</i> Про розв'язування трьох типів задач із параметрами на ЗНО	22
--	----

МЕТОДИКА, ДОСВІД, ПОШУК

<i>Альона ШИНКАРЧУК, Василь ШВЕЦЬ</i> Комплексні числа як метод розв'язування практичних та прикладних задач	26
<i>Людмила БУРАК</i> «Математична карусель» на уроках математики у 5 класі	30
<i>Віктор КИЦУН, Олександр КИЦУН</i> Способи та прийоми раціональних обчислень для школярів та студентів (продовження)	46
<i>Михайло РИЖКОВ</i> Когнітивно-продуктивне навчання учнів при вивченні стереометрії	49
<i>Оксана КОВАЛЕНКО</i> Перший урок математики в 6 класі. Цікаво з математикою	56

СУЧАСНІ ТЕХНОЛОГІЇ

<i>Оксана ЄГОРОВА</i> Використання сучасних гаджетів та QR-технології на уроках математики (технологія BYOD – «Принеси свій власний пристрій»)	59
---	----

ЗАРУБІЖНИЙ ДОСВІД

<i>Алла НАУМЕНКО, Олена ЛІЗУНОВА</i> Квест і математика на уроках польської мови	62
---	----

За достовірність фактів, дат, назв тощо відповідають автори. Редакція не завжди поділяє їхні погляди. Листування ведеться на сторінках журналу. Рукописи не повертаються. У разі використання матеріалів, посилання на журнал є обов'язковим.

© Видавництво «Педагогічна преса», 2019
© «Математика в рідній школі», 2019

Усі права захищено. Жодна частина, елемент, ідея, композиційний підхід цього видання не можуть бути копіюваними чи відтвореними у будь-якій формі та будь-якими засобами — як електронними, так і фотомеханічними, зокрема через ксерокопіювання, запис чи комп'ютерне архівування — без письмового дозволу видавця.

ВИКОРИСТАННЯ ПРИЙОМІВ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ РОЗДІЛУ «ПОКАЗНИКОВІ ТА ЛОГАРИФМІЧНІ ФУНКЦІЇ» З КУРСУ «МАТЕМАТИКИ» В 11 КЛАСІ

Ганна ШОЛОМ, учитель математики та інформатики Чернігівської загальноосвітньої школи I – III ступенів № 20 Чернігівської міської ради Чернігівської області, учитель-методист, кандидат педагогічних наук

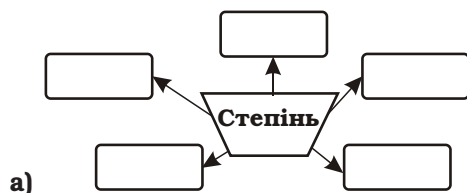
Переважна більшість учителів прагне змінити практику своєї роботи, аби сприяти активному навчанню учнів. Вони хочуть, щоб учні не просто запам'ятовували навчальний матеріал, а й запитували, досліджували, творили, вирішували, інтерпретували та дебатували за його змістом. Таке навчання сьогодні вважають найкращою практикою. Дослідження свідчать, що саме на активних заняттях (якщо їх орієнтувати на досягнення конкретних цілей і добре організувати) учні засвоюють матеріал найбільш повно і з користю для себе. Навчання, результат якого можна використовувати, причому протягом значного часу, — це набагато ефективніший шлях використання часу, ресурсів педагога й суспільства, аніж навчання, що залишає учнів пасивними, стомлює вчителя одноманітністю і результати якого швидко забуваються, оскільки вони не розвиваються та не використовуються на практиці. Саме таких результатів можна досягти, застосовуючи в навчанні прийоми розвитку критичного мислення.

Яким же чином можна використовувати зазначені прийоми при вивченні конкретних тем математики? Розглянемо це на прикладі вивчення розділу «Показникові та логарифмічні функції». Причому використовувати зазначені завдання можна на будь-якому з етапів уроку (на розсуд учителя).

Тема 1. Степеневі та показникові функції

Завдання 1. Прийом «Кошик понять»

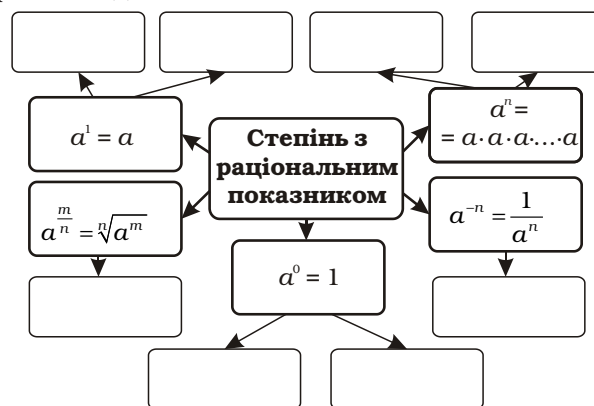
У повсякденному житті всі ви зустрічалися з поняттями «ступінь» та «показник». Вам пропонується до поданих нижче клітинок записати ті асоціативні поняття, які у вас виникають, коли ви чуєте слова «ступінь» та «показник».



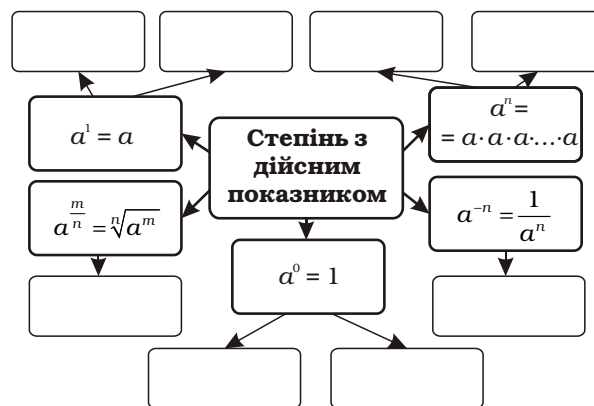
б)

Завдання 2. Метод «Розбивка на кластери»

а) До поданих властивостей степеня з раціональним показником навести приклади застосування, заповнивши вільні «кластери» потрібними даними.



б) До поданих властивостей степеня з дійсним показником навести приклади застосування, заповнивши вільні «кластери» потрібними даними.



Завдання 3. «Бортовий журнал»

До наведеного бортового журналу записати властивості показникової функції.

Лінії порівняння	Функція $y = a^x, a > 1$	Функція $y = a^x, 0 < a < 1$
Область визначення		
Область значень		
Парність		
Періодичність		
Монотонність		
Специфічні точки		
Ескіз графіка		

Завдання 4. Прийом «Логічні ланцюги»

а) Встановити логічні зв'язки між виразами, з'єднавши їх стрілками.

Вираз	Число
$625^{\frac{1}{4}}$	0,4
$0,16^{0,5}$	-1
4^{-1}	3
$1,7^0$	5
$6,25^{0,5}$	1
$27^{\frac{1}{3}}$	2,5
-1^{-1}	0,25

б) Встановити логічні зв'язки до завдання № 9 підручника (подати у вигляді степеня з основою 3 число), з'єднавши їх стрілками.

Вираз	Число
81	$3^{3\pi}$
27	$3^{2\sqrt{2}}$
$9^{\sqrt{2}}$	3
81^{-1}	3^4
$\sqrt[3]{9}$	$3^{\frac{2}{3}}$
1	3^{-4}
$729^{0,25}$	3^0
27^π	3^3

Завдання 5. Прийом «Логічні ланцюги» (ЗНО)

Виконавши завдання параграфа, які було запропоновано на ЗНО, встановити відповідність.

№	Відповідь
14	а
20	б
32.1	в
32.2	г
32.3	д
32.3	е

Завдання 6. Метод «Синквейн»

Для стислого узагальнення знань про вивчені на уроці поняття вам пропонується написати вірш за певними правилами. Цей вірш має чітку структуру, складається з 5 рядків та відкидає будь-яку другорядну інформацію. Його структура така: в першому рядку вам пропонується одне слово — іменник. У другому рядку опишіть це поняття двома прикметниками, в третьому рядку передайте дію іменника трьома дієсловами, в четвертому — запишіть речення із 4 слів, яке характеризує цей іменник, в п'ятому рядку запишіть іменник — синонім даному.

а)

Степень			
	:		
	:		:

б)

Показник			
	:		
	:		:

Тема 2. Показникові рівняння та нерівності

Завдання 1. Прийом «Логічні ланцюги»

(Краще застосувати для перевірки засвоєння матеріалу попереднього уроку).

Встановити логічні зв'язки до завдання № 8 підручника (Подайте у вигляді степеня з основою 2 число), з'єднавши їх стрілками.

Вираз	Число
8	2^{-2}
$\frac{1}{16}$	2^{10}
$\sqrt{2}$	2^{-1}
0,25	2^3
1024	$2^{\frac{2}{3}}$
0,5	2^{-4}
$\sqrt[3]{4}$	2
0,0625	$2^{0,5}$

Завдання 2. Кола Вена

До поданих нижче кіл записати спільні та відмінні властивості показникової та степеневої функцій.



Завдання 3. Метод написання есе

Написати невеличке есе (розповідь) про те, що ви дізналися на попередньому уроці.

Завдання 4. Метод «Інсерт»

Під час вивчення нового матеріалу вам пропонується занотовувати основні відомості, відповідно до позначок, поданих у таблиці.

✓ (Я це знав)	+ (Це для мене абсолютно нове)	- (Це суперечить тому, що я знав)	? (Я хочу знати про це більше)

Завдання 5. «Концептуальна таблиця»

Заповнити концептуальну таблицю властивостей базових структур алгоритмів.

Методи розв'язання	Зведення обох частин до однієї основи	Уведення нової змінної	Функціонально-графічний
Алгоритм			
Приклад			

Завдання 6. Прийом «Логічні ланцюги»

Встановити відповідні зв'язки виконання завдань підручника, з'єднавши їх стрілками.

№ 50	
Умова	Відповідь
а	1,5
б	$\log 21,5$
в	5
г	-3

№ 52	
Умова	Відповідь
а	-4
б	1
в	5
г	2

№ 54	
Умова	Відповідь
а	-1
б	1
в	2
г	\emptyset

№ 58	
Умова	Відповідь
а	1
б	0
в	3
г	-2

Такі завдання можна побудувати до будь-якого номера підручника.

Завдання 7. Прийом «Логічні ланцюги» (ЗНО)

Виконавши завдання параграфа, які було запропоновано на ЗНО, встановити відповідність.

№	Відповідь
55	в
68	$(4; \infty)$
73	б
83	$(1; \infty)$
90	а

Завдання 8. Метод «Синквейн»

Для стислого узагальнення знань про вивчені на уроці поняття вам пропонується написати «вірш» за певними правилами. Цей вірш має чітку структуру, складається з 5 рядків та відкидає будь-яку другорядну інформацію. Його структура така: в першому рядку вам пропонується одне слово іменник. В другому рядку опишіть це поняття двома прикметниками, в третьому рядку передайте дію іменника трьома дієсловами, в четвертому запишіть речення із 4 слів, яке характеризує цей іменник, в п'ятому рядку запишіть іменник — синонім даному.

Рівняння

	;		;	
	;		;	

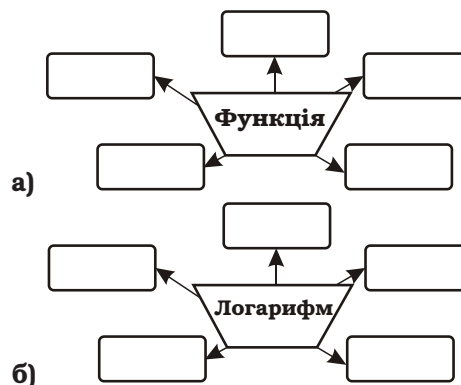
Нерівність

б)

	;		;	
	;		;	

Тема 3. Логарифми та логарифмічні функції**Завдання 1. Прийом «Кошик понять»**

У повсякденному житті всі ви зустрічалися з поняттями «степені» та «показник». Вам пропонується до поданих нижче клітинок записати ті асоціативні поняття, які у вас виникають, коли ви чуєте слова «функція» та «логарифм»

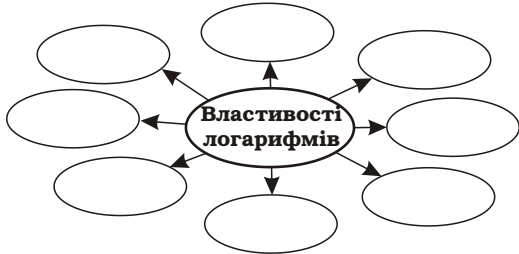
**Завдання 2. «Бортовий журнал»**

До наведеного бортового журналу записати властивості показникової функції.

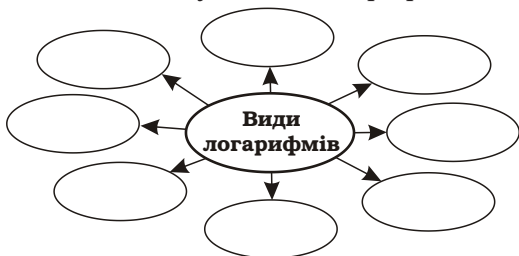
Лінії порівняння	Функція $y = \log_a x, a > 1$	Функція $y = \log_a x, 0 < a < 1$
Область визначення		
Область значень		
Парність		
Періодичність		
Монотонність		
Специфічні точки		
Ескіз графіка		

Завдання 3. Метод «Розбивка на кластери»

а) Складіть схему «Властивості логарифмів».



б) Складіть схему «Види логарифмів».



Завдання 4. Прийом «Логічні ланцюги» (ЗНО)

Виконавши завдання параграфа, які було запропоновано на ЗНО, встановити відповідність.

№	Відповідь
112	3
116	4
119	4,9
125.a	17
125.б	80
129.a	б
129.б	в
133	г

Завдання 5 (Метод написання «Есе»)

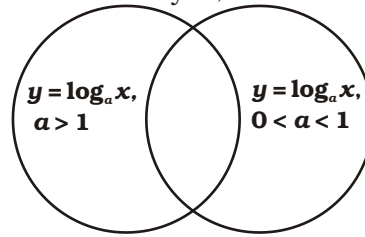
Написати невелике «Есе» про те, що ви дізналися сьогодні на уроці

Тема 4: «Логарифмічні рівняння та нерівності»

Завдання 1. Кола Вена

До поданих нижче кіл записати спільні та відмінні властивості логарифмічної функції з

основою логарифма більшою за 1 та основою логарифма більшою нуля, але меншою 1.



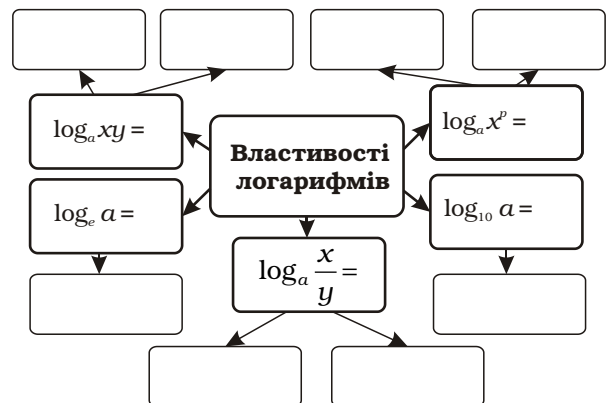
Завдання 2. Прийом «Сюжетна таблиця»

Заповнити концептуальну таблицю методів розв'язання логарифмічних рівнянь.

Метод	За означенням логарифма	За властивостями логарифмів і логарифмічної функції	Уведення нової змінної	Графічний спосіб
Алгоритм				
Приклад				

Завдання 3. Метод «Розбивка на кластери»

а) До поданих властивостей логарифмів навести приклади застосування, заповнивши вільні «кластери» потрібними даними.



Завдання 4. Прийом «Логічні ланцюги»

Встановити відповідні зв'язки виконання завдань підручника, з'єднавши їх стрілками.

№ 160	
Умова	Відповідь
а	4
б	5
в	7
г	∅

№ 165	
Умова	Відповідь
а	(0; 2)
б	(0; 20)
в	(- 4; 4)
г	(70; ∞)

№ 167, 168	
Умова	Відповідь
167.a	8
167.б	81
168.a	169
168.б	510

№ 177, 179	
Умова	Відповідь
177.a	∅
177.б	(6; ∞)
179.a	(5,5; 7]
179.б	(2; 3]

Такі завдання можна побудувати до будь-якого номера підручника.

Завдання 5. Прийом «Логічні ланцюги» (ЗНО)

Виконавши завдання параграфу, які було запропоновано на ЗНО, встановити відповідність.

№	Відповідь
157.а	а
157.б	б
162.а	в
162.б	г
169	д
182.а	9
182.б	12; -1
184	1; -1,6

ЛІТЕРАТУРА

1. Дженні Л. Стіл, Куртіс С. Мередит та Чарльз Темпл. Методична система «Розвиток критичного мислення у навчанні різних предметів». Пер. з англ. Посібник: у 8 ч. — 1998 — 1999. — С. 25.

2. Шолом Г. І. Розвиток критичного мислення старшокласників у процесі навчання інформатики: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. — К., 2013. — 297 с.

ПРИКЛАДИ РЕАЛІЗАЦІЇ НАСКРІЗНИХ ЛІНІЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ «ЕКОЛОГІЧНА БЕЗПЕКА І СТАЛИЙ РОЗВИТОК»

(ПРОДОВЖЕННЯ)

Світлана ПАЛІЄВА, учитель математики Смілянської загальноосвітньої школи І – III ступенів № 1 Смілянської міської ради, Черкаська область

Вправи для учнів 6 класу**Вправа «Бананова шкірка»**

(час 15 хв)

Клас	Тема розділу, уроку	Цінності/ставлення, уміння	Компоненти екологічної грамотності і здорового життя, які можна розвивати за допомогою запропонованої вправи
6	Звичайні дроби. Множення і ділення звичайних дробів	Розв'язує сюжетні задачі на знаходження дроби від числа, числа за його дробом (наприклад, природокористування); усвідомлює раціональне використання природних ресурсів, їх збереження та примноження для розвитку суспільства; розуміє важливість даних прикладних задач	Уміння: оперувати числовою інформацією; доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень. Ставлення: усвідомлювати значення математики для повноцінного життя в сучасному суспільстві, розвитку технологічного, економічного й оборонного потенціалу держави, успішного вивчення інших дисциплін. Навчальні ресурси: задачі прикладного змісту

Мета. Формувати екологічну грамотність учнів, вміння аналізувати інформацію, застосувавши набуті знання для розв'язування прикладних задач.

Інструкція

- Об'єднайте учнів у чотири групи.
- Групи отримують завдання – дізнатися про використання бананової шкірки.
- Обговорення питання «Скільки років розкладається бананова шкірка».

Учитель наголошує на тому, що ми маємо пам'ятати, що в природі все закономір-

© Палієва С. І., 2019

Правила роботи в групах

но. Тому сміттеві залишки природного походження (рослинного або тваринного) не виявлять, адже вони розкладаються найшвидше. Власне кажучи, акцентуючи увагу на «смітєвих самозахватах» рідної планети і бідкаючись із цього приводу, варто згадати про одну з головних причин небезпеки – тривалий період розкладання відходів, яке у більшості випадків супроводжується виділенням токсичних речовин.

Замислитесь над словами Гете: «*Ми живемо серед природи, ми постійно впливаємо на неї, проте не владні над нею.*».

Діяльність людини вже призвела до цілої низки екологічних проблем, які шкодять не лише природі, а й здоров'ю самої людини. Як же бути? Хто тут винен? Запропонуйте учням дати відповідь на одне із завдань задачі екологічної спрямованості.

5. З'ясуйте, яким математичним апаратом користувалися під час розв'язування наведених задач.

Задача

Кинута на землю шкірка банана у нашому кліматі розкладається близько 6 місяців, що становить $\frac{1}{32}$ від часу необхідного для розкладання пластикового пакета. Скільки часу потрібно для того, щоб розклався пакет? На скільки раніше розкладеться банан, ніж пакет?

Відповідь. 16 років; 15 років 6 місяців.

Обговорення

1. Що ви знаєте про застосування бананової шкірки? Чи корисна шкірка банана?

2. Забруднення навколишнього середовища – одна з найбільших екологічних проблем.

Підсумки

Екологічна криза, що виникла через непродумане господарювання людини, змушує змінити своє ставлення до довкілля.

Усі екологічні проблеми ми не в змозі вирішити, але дещо зробити ми можемо. Нам належить здійснити багато корисних справ. Чим менше буде сміття на планеті, в нашому місті, на нашій вулиці, дворі, тим зеленішими будуть дерева, тим чистішим стане повітря.

Інформаційна скринька

У багатьох країнах банани є одним із основних джерел харчування. Наприклад, тільки в Екваторі річне споживання цього продукту становить 73,8 кг на душу населення (для порівняння, в Україні цей показник дорівнює 0,29 кг). Суттєву частку споживання банани також складають у Бурунді (189,4 кг), Самоа (85,0 кг), на Коморських островах (77,8 кг) та Філіппінах (40,6 кг).

Бананова шкірка.

Період розкладання становить до 6 місяців, тому викидати її під найближчий куц, з думкою: «Скоро перегниє!», не варто.

Коли ми чистимо банан, то що робимо зі шкіркою? Правильно, викидаємо бананову шкірку на землю або у відро для сміття. Однак, викидаючи цей цінний продукт, ми навіть не підозрюємо про те, яку помилку здійснюємо, адже насправді бананова шкірка може принести нам багато користі. Наступного разу, перш ніж відправити чергову шкірку від банана на землю або у відро, згадайте про 8 способів її корисного використання.

1. Готуємо відвар з бананової шкірки

Дослідникам відомий той факт, що в банановій шкірці міститься багато вітамінів і корисних речовин – пора б і нам цим скористатися для свого здоров'я. Використайте бананову шкірку, щоб підвищити поживну цінність свого соку або смузі. Для цього відварюємо шкірку в киплячій воді 10 хв, виймаємо її і даємо охолонути відвару.

Додаємо його до смаку в свій улюблений сік, компот або смузі – це ж так просто.

2. Вибільюємо зуби

Ось це справжнісінька новина. Виявляється, за допомогою бананової шкірки можна успішно вибілювати зуби в домашніх умовах. Протираємо поверхню зубів щоразу після чищення м'якою стороною бананової шкірки для того, щоб видалити плями з емалі та нейтралізувати потенційну шкоду від хімічних речовин зубної пасти. Отриманий ефект досягається завдяки високій концентрації корисних для зубів мінералів у шкірці.

3. Покращуємо стан шкіри обличчя

Помасажуйте шматочком шкірки від стиглого банана шкіру обличчя, намагаючись втирати в неї вміст м'якої сторони. Такий масаж можна проводити раз на кілька днів. Натуральні фруктові кислоти і поживні речовини, що містяться в шкірці, будуть м'яко відшаровувати шкіру подібно до пілінгу, живити, зволожувати і надавати м'якості та блиску. Деякі відзначають навіть зменшення зморшок при такому регулярному ритуалі.

4. Захищаємо рослини від попелиці

Для цього потрібно взяти кілька невеликих шматочків шкірки від стиглих бананів і розмістити просто під поверхнею ґрунту навколо садових рослин, які часто страждають від попелиці. Цим маленьким садовим шкідникам не до вподоби гази, які виділяє при розкладанні бананова шкірка, тому вони підуть шукати собі більш відповідне житло. Переконайтеся в тому, що ви використовуєте для цього всього кілька шматочків шкірки, оскільки більша кількість може залучити ос, гризунів та інших великих шкідників у пошуках солодкої закуски.

5. Додаємо в компост

Напевно, найпопулярніший і найпростіший спосіб використання бананової шкірки – це відправити її в компостну купу. Шкірка привнесе в компост калій і фосфор, які сприятимуть розвитку кореневої системи і покращуватимуть загальний стан рослини, якщо ви удобрите таким компостом ґрунт. Однак потрібно врахувати, що хороший компост повинен складатися з багатьох компонентів, тому слід дозувати вміст у ньому бананової шкірки.

6. Поліруємо своє взуття

Шкіряне взуття стало виглядати заношеним та взуттєвий крем вже не такий ефективний? До діла знову береться бананова шкірка! Всупереч логіці, нам потрібна для цього не зовнішня воскова, а м'яка внутрішня сторона бананової шкірки – вона й багата необхідними для полірування фруктовими кислотами. Залишається лише гарненько нею протерти чисте взуття і здивуватися блиску і сяйву поверхні.

7. Використовуємо як підгодівлю для саджанців

Поріжте банани на кілька невеликих шматочків і закопайте 1–2 таких «ласощів» біля основи горщика, в який ви збираєтеся посадити саджанці або насіння. Таке скупчення мінералів дасть вашим молодим рослинам повний набір поживних речовин, які допоможуть у розвитку коренів і підвищать стійкість до хвороб. Просто переконайтеся, що ваше насіння та саджанці при посадці не стикаються безпосередньо зі шкіркою, оскільки це може спалити паростки і пошкодити коріння.

8. Подрібнюємо шкірку і використовуємо як добриво

Ще одна порада, як змусити попрацювати бананову шкірку у вашому саду. Подрібніть шкірку дрібно і включіть її як компонент ґрунту. В результаті це даватиме такий же поживний ефект, як компостування і закопування шкірки, проте ймовірність опіку рослин зведена до мінімуму. Всі три методики можуть з успіхом використовуватися для всіх рослин у саду, підвищуючи їхню задоволеність ґрунтом.

Вправа «Кожна краплина має значення»

(час 15 хв)

Клас	Тема розділу, уроку	Цінності/ставлення, уміння	Компоненти математичної компетентності та екологічної грамотності і здорового життя, які можна розвивати за допомогою пропонуваної вправи
6	Пряма пропорційна залежність	Розв'язує сюжетні задачі на застосування прямої пропорційної залежності до розв'язування задач (наприклад, природокористування); усвідомлює раціональне використання природних ресурсів (в даному випадку – води), їх збереження та примноження для розвитку суспільства; розуміє важливість даних прикладних задач.	Уміння: розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі і які можна розв'язати засобами математики; вирішувати життєві проблеми, аналізувати, прогнозувати, ухвалювати оптимальні рішення. Ставлення: ощадне та бережливе відношення до природних ресурсів, чистоти довкілля та дотримання санітарних норм поведінки. Навчальні ресурси: задачі прикладного змісту.

Мета. Формувати екологічну грамотність учнів, уміння аналізувати інформацію, застосовувати набуті знання для розв'язування прикладних задач.

Інструкція

1. Об'єднайте учнів у малі групи для роботи над задачею та пошуку інформації на задану тему.

2. Завдання для груп: № 1 – «Вода», № 2 – «Швидкість води», № 3 – «Ставлення до води», № 4 – «Використання води».

Учитель наголошує, що без води життя на Землі неможливо. Все живе на Землі потребує води. Кожна її краплина є дорогоцінним даром природи. У давні часи існувало справжнє водопоклоніння. Народ поважав воду як святу стихію, від якої залежало його щастя і добробут, та заповідав наступним поколінням берегти цей безцінний дар природи.

ПРАВИЛА РОБОТИ В ГРУПАХ

- ♦ НЕ ПЕРЕБИВАТИ
- ♦ БУТИ ДОБРОЗИЧЛИВИМИ
- ♦ ЗБЕРІГАТИ КОНФІДЕНЦІЙНІСТЬ
- ♦ ПРАВИЛО РУКИ
- ♦ «УСМІШКА»

www.zn.com.ua

Задача

Цівка води товщиною у сірник за добу може призвести до втрати 140 л води.

✓ Який об'єм води втратиться, якщо кран не ремонтувати цілий тиждень?

Вода знайома та загадкова

Буває хмаркою вона,
Пушиною буває,
Буває, як скло,
Крихка й тверда —
Звичайна, підкажіть,...

Вода – коліска життя на Землі, безцінний дар природи, найважливіший її мінерал.
...Вода – чи не єдина природна речовина на Землі, що перебуває в трьох станах – твердому, рідкому і газоподібному.
Більшу частину нашого тіла становить вода.
Велике значення має вода і для тварин.
Для деяких з них, наприклад, риб - вода, крім усього, є єдиним місцем для життя.
Рослини, тварини і люди п'ють воду для того, щоб постійно оновлювати її запаси в організмі.

- Людський організм в середньому на 66% складається з води;
- Організм курки – на 75%;
- Організм слона – на 70%;
- У полідорах міститься 95% води, а в овірках – 99%.
- Без води влітку верблюд може прожити 3 доби, а вилжку - 8 днів.
- Для виробництва однієї бочки пива потрібно 6 825 літрів води.

Людина упродовж життя випиває в середньому понад 60 тис. л води.
Людина помере, якщо втратить понад 20 відсотків води, яка мігнє в її організмі.



✓ Скільки літрів води буде втрачено за добу, якщо 1000 родин залишать не до кінця закритими крани?

Скільком мешканцям вистачило б цієї води, якщо мінімальна її потреба для однієї людини на добу становить 3 л?

Обговорення

Група № 1. Вода – життєдайна сила

- Приблизно 70 % поверхні Землі вкриті водою, але 1 % її запасів придатний для пиття, приготування їжі, миття й вирощування сільськогосподарських культур.

- Кожен мешканець міста витрачає приблизно 300 літрів води на день. Із них на миття посуду – 20 %, душ і ванну – 20 %, туалет – 20 %, прання – 15 %, втрати води через незакриті крани – 15 %, приготування їжі – 5 %, інші втрати – 5 %.

- Якби кожен смілянин економив лише 1 л води на день, то вдалося б зберегти 3000 тонн питної води в місті щодня.

- Один кубометр води може стати непридатним для пиття, якщо він містить усього: 50 г азотних добрив; 0,1 автомобільного мастила; 0, 000001 г отрутохімікатів.

Група № 2. Швидкість води

Вода тече з крана скоріше, ніж ми встигаємо її використовувати. Лише за хвилину з повністю

Економія ВОДИ

Збереження ВОДИ

- використання води лише коли дійсно необхідно;
- встановлення приладів обліку використання води;
- користуватися частіше холодною водою, оскільки вони дешевша;
- використовувати пральню та посудомийну машину лише за умови її повного завантаження.



відкритого крана витікає 8 – 10 літрів. Коли з крана падають маленькі краплі, здається, що загалом витікає небагато води. Але це помилкове враження. Якщо за хвилину витікає навіть одна крапля, втрати води за рік можуть сягати 15 тисяч літрів!

Група № 3. Ставлення до води

Не можна ставитися до води як до відновлюваного ресурсу, марно витрачати її. Ми скорочуємо запаси, не замислюючись про те, що залишимо власним дітям та онукам. Адже вода, яка один раз потрапила в каналізаційні стоки, вже ніколи не повернеться до нас такою чистою, як була. Народна мудрість стверджує: «Гарна вода – гарне життя. Погана вода – погане життя. Немає води – немає життя». Проте сьогодні не легко знайти чисту воду, оскільки люди дають змогу забрудненню доходити до ґрунтових вод, озер та річок.

Як економити воду?

Не марнуйте воду! Закривайте кран, коли не користуєтесь водою!

Закривай кран, коли чистиш зуби

Набирати не повну ванну води, або надавати перевагу швидкому душу

Завантажувати повний барабан білизни, тоді води майже не потрібно



Група № 4. Використання води

Людство також транспортує й очищує воду, витрачаючи енергію та забруднюючи повітря. Використовуючи менше води, ми можемо знизити домашні витрати на воду, каналізацію й енергію. Піклування про воду – це важлива частина сталого способу життя.

Підсумки

Людство поступово починає розуміти, що вода є невідновлюваним ресурсом. Але попри все продовжує нераціонально її використовувати та забруднювати. Кожен із нас витрачає в середньому 300 л води на день. А для пиття та приготування їжі жителя середньої смуги європейського континенту необхідно 2 л на добу за умови нормальної температури. Решту ми витрачаємо на побутові потреби: ванна, душ, прання, миття, тобто зливаємо до каналізації з різноманітними шкідливими речовинами. Сьогодні весь світ зрозумів, що без чистої води не можна прожити і дня. І тому люди замислюються, як зберегти цей безцінний дар природи.

– А який внесок ви можете зробити для цього?

Інформаційна скринька

У даний час держави створюють умови для збереження, охорони та раціонального використання вод, приймають міжнародні документи, програми тощо.

Людство вже в кінці 70-х років почало усвідомлювати проблеми щодо забезпечення людства якісною питною водою.

За даними ООН, до 2025 р. дві третини населення світу, або 5,5 млрд людей, будуть жити у країнах, що відчуватимуть нестачу води. Щоб привернути увагу до цієї проблеми, Генеральна Асамблея ООН оголосила 2003 рік Міжнародним роком питної води.

Вода становить 70 % маси нашого тіла й вкриває 70 % поверхні землі. Без їжі людина може обійтися декілька тижнів, без води – не проживе і п'яти діб. Щоб бути здоровим, за день нам необхідно випивати до 2,5 л чистої води.

Без води неможливе не лише життя рослин і тварин, а й життя самої сучасної цивілізації. Вода не лише живить промисловість і сучасні міста, а ще й чистить, виносячи з собою побутові та промислові відходи. Доведено, що тварини й людина гинуть за умови втрати 20 – 25% води, яку містить організм. Коли втрачається 10 %, починаються хвороби. Дуже боляче інколи бачити занедбані та забруднені криниці й інші природні джерела питної води.

Історія однієї Краплинки

(сумна казка про воду)

Прозора цівка води бігла з незакритого крана. Вода падала просто на землю і зникала, безповоротно усмоктуючись у потрісканий від палючих сонячних променів ґрунт. Важка крапля води, що боязко визирнула з цієї цівки, з острахом подивилася вниз. У якусь частку секунди у неї в голові промайнуло все її довге, насичене подіями життя.

Вона згадала, як, пустуючи і граючи на сонці, з'явилася вона – маленька Краплинка, несміливо пробиваючись із землі, з юного та зухвалого Джерела. Зі своїми сестрами, такими ж пустотливими маленькими краплинками, вона гуляла серед берізок, які шепотіли їм ласкаві слова, серед палаючих

яскравими фарбами квітів лук, серед запашних лісових трав. Як любила маленька Краплинка дивитися в чисте високе небо, на легкі, як пір'їнка, хмари, що повільно плывуть і відбиваються в маленькому дзеркалі Джерела.

Краплинка згадала, як Джерело, що стало згодом зухвалим і сильним, перетворившись у гучний потік і, збиваючи на своєму шляху каміння, горби і піщані насипи, пронеслося по низині, облюбивавши місце для свого нового пристанища. Так народилася Річка, яка вилася, мов серпантин, в обхід незайманих лісів і високих гір.

І ось, ставши зрілою і повноводною, Річка прихистила у своїх водах линя і окуня, ляща і судака. Гуляла в її теплих хвилях дрібна рибка, а хижа щука вела на неї полювання. По берегах гніздилися безліч птахів: качки, дикі гуси, лебеді-шипуні, сірі чаплі. Навідувалися зі сходом сонця на водопій косуля, олень, гроза тутешніх лісів – кабан зі своїм виводком. Нерідко на берег приходив Чоловік, розташовувався біля Річки, насолоджувався її прохолодою в літню спеку, милувався світанками і заходами, дивувався стрункому хору жаб під вечір, розчулено поглядав на пару лебедів, які оселилися неподалік води.

А взимку біля Річки лунав дитячий сміх, малюки і дорослі влаштували на Річці ковзанку і тепер ковзали по блискучому дзеркалу льоду на санках і ковзанах. І де вже тут було всидіти на місці! Краплинки спостерігали за ними з-під товщі льоду і ділили разом із людьми їхню радість.

Все це було. Але було, здається, так давно!

За стільки років Краплинка багато побачила. Дізналася вона і те, що ДЖЕРЕЛА І РІЧКИ НЕ НЕВИЧЕРПНІ. А Людина, та сама Людина, яка так любила бувати на березі, насолоджуватися Річкою, пити холодну джерельну воду, ця Людина бере цю воду для своїх потреб. Та не просто бере, а витрачає її зовсім не по-господарськи.

Ось і зараз вода витікала тонкою цівкою з крана, а крапля води, заплющивши очі, вирушала в далеке, незвідане майбутнє.

«А ЧИ Є У МЕНЕ МАЙБУТНЄ?» – з жахом подумала Краплинка. – Адже я вирушаю, здається, в НІКУДИ».

Вправа «Здай батарейку – збережи здоров'я»

(час 15 хв)

Клас	Тема розділу, уроку	Цінності/ставлення, уміння	Компоненти екологічної грамотності і здорового життя, які можна розвивати за допомогою запропонованої вправи
6	Відсоткові розрахунки.	<i>Розв'язує</i> сюжетні задачі на: знаходження відсотка від числа, числа за його відсотком, (наприклад, відсотковий вміст хімічних елементів у батарейці); <i>усвідомлює</i> раціональне використання природних ресурсів, їх збереження та примноження для розвитку суспільства та власного здоров'я; <i>розуміє</i> важливість даних прикладних задач	Уміння: розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі і які можна розв'язати засобами математики; будувати та досліджувати математичні моделі природних явищ і процесів. Ставлення: ощадне та бережливе відношення до природних ресурсів, чистоти довкілля та дотримання санітарних норм побуту. Навчальні ресурси: задачі, які сприяють усвідомленню цінності здорового способу життя

Мета. Формувати екологічну грамотність учнів, розширити знання учнів про екологічну безпеку, формувати вміння аналізувати інформацію, застосувавши набуті знання для розв'язування прикладних задач.

Інструкція

1. Об'єднайте учнів у чотири малі групи для роботи над розв'язуванням задачі та для пошуку матеріалу на задану тему.



2. Завдання групам для пошуку інформації: № 1 – «Перший хімічний елемент живлення», № 2 – «Що говорить наука про батарейки», № 3 – «Обережно! Дуже токсично!», № 4 – «Здоров'я». Запропонуйте учням прокоментувати висловлювання видатного датського фізика Нільса Бора «Людство згине не в атомному кошмарі – воно задихнеться у власних відходах».

Люди турбуються про «здоров'я» нашої планети, особливу увагу приділяють питанням утилізації сміття. Причому воно може бути самим різним: наприклад, харчовим, утилізованим, відновлюваним. Існують і вкрай небезпечні відходи. До них можна віднести самі звичайні батарейки! Шкода від них просто величезна, а тому їм не місце поміж іншого сміття. Тож давайте поговоримо про те, якої шкоди ці маленькі помічники можуть завдати природі та здоров'ю людини.

Кожен із нас, мабуть, хоча б раз користувався батарейками: пульт, годинник, іграшки, телефони – в домі завжди є речі, що працюють на батарейках. Але не всі знають, що робити з відпрацьованими батарейками. Чи замислювалися ви, скільки щодня батарейок викидають українці до смітєвих контейнерів? Тисячі! Щодня у смітник викидається 12 т батарейок.

Задача

В Україну щороку ввозять 300 млн штук батарейок. Маса однієї батарейки в середньому 30 г. Частка батарейок у побутовому смітті 0,05 %

маси. Частка токсичних речовин від батарейок у побутовому смітті 50 %. Одна батарейка отрує 400 л води. З 1 т батарейок можна отримати 288 кг марганцю, 240 кг цинку, близько 47 кг графіту.

– Який об'єм води отрує населення України щороку, не утилізовуючи використані батарейки?

– Дізнайтеся про те, з чого виготовляється батарейка. Яка частка її маси припадає на отруйні речовини: марганець, графіт, цинк (у відсотках)

– Порахуйте, яка маса кожної з цих речовин потрапляє в навколишнє середовище з привезених за рік 300 млн штук батарейок.

Обговорення

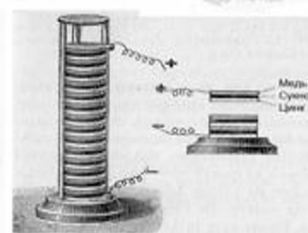
Група № 1. Перший хімічний елемент живлення.

Перший хімічний елемент живлення було відкрито випадково наприкінці XVIII ст. італійським ученим Луїджи Гальвані. Вчений вивчав реакції тварин на різні подразнення. Приєднавши до жаб'ячих лапок дві різні смужки металів, він виявив протікання струму між ними і назвав це явище «тваринною електрикою». Через декілька років інший учений – Алессандро Вольта – виявив, що причиною виникнення току є хімічна реакція між двома різними металами в певному середовищі. Вольта помістив у ємність з соляним розчином дві пластинки – цинкову і мідну. Цей прилад і став першим у світі автономним хімічним елементом.

1791 год – Луїджи Гальвані, изучая свойства препарированных лапок лягушки, случайно построил электрохимическую цепь.



Пинцет Гальвані: лапка сокращается («животное электричество»)



У 1859 р. французський учений Гастон Планте зробив елемент живлення, в якому використав свинцеві пластини, занурені в слабкий розчин сульфатної кислоти. Це обладнання можна було підзаряджати від джерела постійного струму, після чого воно починало саме виробляти електрику, видаючи майже всю затрачену на заряд енергію. Це можна було робити багато разів. Так з'явився



перший акумулятор. Увесь подальший розвиток хімічних джерел струму відбувався в напрямі зменшення розмірів і використання більш досконалих матеріалів. Сьогодні батарейка – звичайна для нас річ, і нам важко уявити, що вона може бути шкідливою.

Група № 2. Що говорить наука про батарейки.

Батарейка (електрика) — електричний компонент, який містить запас енергії і робить доступною її в електричній формі для пристроїв, підключених до нього. Найчастіше зустрічається тип батарейки з електрохімічними запасами енергії (гальванічний елемент). Також існує електростатичне зберігання (конденсатор) і паливні комірки.

Найменування «батарейка» стосується лейденської банки, оскільки пов'язане з її історією. Даніель Грават став першим, хто з метою збільшення максимального заряду, що зберігається, з'єднав кілька цих банок паралельно у вигляді єдиної «батарейки» конденсаторів. Термін «батарейка» в цьому відношенні вперше застосував Бенджамін Франклін.

Переробка батарейок відбувається з нейтралізацією небезпечних речовин і вилучення металів для вторинного використання: вуглецю, цинку, заліза, марганцю.

З 1 т батарейок можна отримати 288 кг марганцю, 240 кг цинку, близько 47 кг графіту. Склад марганцю (28,8 %) і цинку (24 %) в батарейках вищий, ніж у природних покладах найбагатших руд (до 26 %).

Види батарейок:

1. Літєві
2. Сольові
3. Срібні
4. Лузні

Група № 3. Обережно! Дуже токсично!

Одна пальчикова батарейка, яку викидають у смітник, забруднює важкими металами близько 20 квадратних метрів землі, а в лісо-

Хімічний склад батарейок

- ✓ Цинк
- ✓ Свинець
- ✓ Ртуть
- ✓ Нікель
- ✓ Кадмій
- ✓ Срібло



Луги
Кислоти
Солі
Літій
Манган

вій зоні ця територія – місце двох дерев, двох кротів, одного їжака і кількох тисяч дощових черв'яків! Це відбувається тому, що батарейки містять різні важкі метали, які навіть у невеличких кількостях можуть спричинити шкоду здоров'ю людини. Це – цинк, магній, кадмій, нікель, ртуть тощо. Після викидання у батарейок їх металеве покриття руйнується, і ці речовини потрапляють у ґрунт і воду.

З ґрунтових вод метали потрапляють до рік і озер, воду з яких використовує населення як питну.

Забруднюючи навколишнє середовище, важкі метали стають причиною гострих отруєнь і хронічних захворювань.

Сполуки кадмію і марганцю уражують ЦНС, печінку, нирки і порушують фосфорно-кальцієвий обмін. Хронічне отруєння може призвести до малокрів'я і порушення будови кісток. Нікель викликає хвороби шкіри і легень. Кадмій, як і нікель, є канцерогенною речовиною, яка є причиною раку і мутацій.

Група № 4. Здоров'я.

Велика різноманітність іграшок на батарейках робить елементи живлення доступними для дітей. Проковтання батарейки викликає хімічний опік слизових оболонок внутрішніх органів, що призводить до отруєння. Якщо вчасно не надати допомогу, людина може померти.

Також батарейки можуть вибухнути під час взаємодії з вогнем чи при спробі їх перезарядити. Особливо небезпечні в цьому літєві батарейки.

Вплив складу батарейок на живі організми

Нейротоксикація, головні болі, подразливість, ослаблення мозкової діяльності у дітей, ураження печінки; рак, ураження печінки і нирок. Порушення зору, слуху неврологічні розлади. У новонароджених дітей були зареєстровані вроджені вади серця.



Один з найнебезпечніших металів – ртуть – може потрапляти в організм людини як з води, так і при вживанні в їжу продуктів, виготовлених з отруйних рослин чи тварин, оскільки він має властивість накопичуватись у тканинах живих організмів. Особливу шкоду використані батарейкиносять дітям. Адже саме діти активно пізнають світ, причому частіше за все вони роблять це, засовуючи предмети до рота.

А тепер уявіть, що може статися, якщо малюк засуне в рот неробочий елемент живлення. Зрозуміло, почнеться хімічна реакція, яка може призвести до непоправних наслідків. До того ж відпрацьовані батарейки з часом починає «текти», тобто небезпечний вміст впливає, викликаючи хімічні опіки шкірних покривів.

Що ж входить до складу відпрацьованих батарейок? У них містяться свинець, олово, магній, ртуть, нікель, цинк і кадмій. Усі ці токсичні елементи завдають непоправної шкоди як здоров'ю людини, так і навколишньому середовищу!

Підсумки

В Україні серйозне занепокоєння викликають проблеми, пов'язані з охороною довкілля та здоров'ям населення, однією з причин яких є низький рівень використання відходів. Через об'єми накопичених в Україні відходів її можна віднести до однієї з найбільш техногенно навантажених країн світу. У досвіді поводження з відходами Україна на кілька десятиліть відстала від розвинених країн Європи. Це підтверджує той факт, що загальні об'єми щорічного накопичення відходів з населенням близько 45,8 млн перевищують відповідні сумарні показники країн Західної Європи з населенням близько 400 млн в 3 – 3,5 раза.

Експерти відзначають, що в побутовому смітті частка батарейок незначна – менше піввідсотка, проте 50 % токсичних речовин, які утворюються у твердих побутових відходах, походять саме від батарейок.

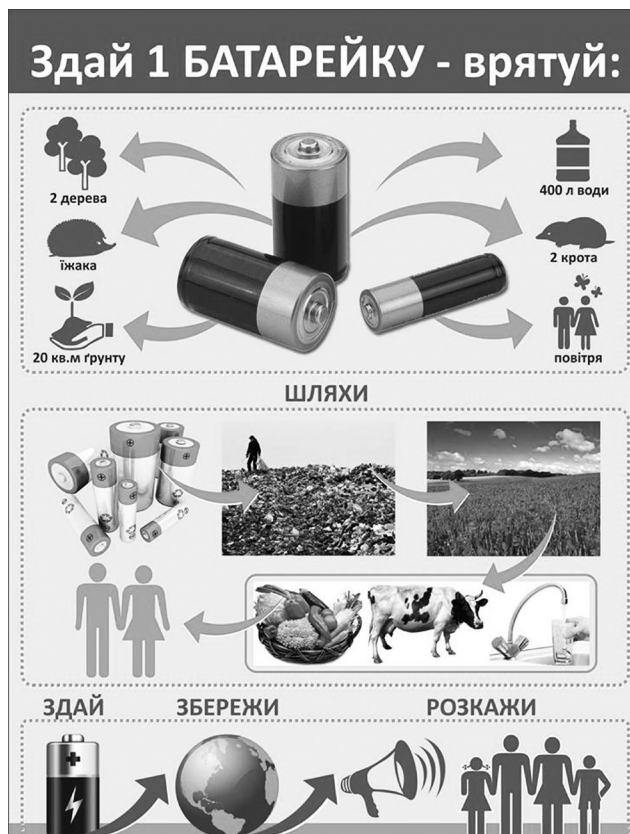
Інформаційна скринька

Чому потрібно збирати батарейки?

На кожній батарейці є маркування, яке попереджає про небезпеку її викидання разом зі звичайним сміттям. Адже в звичайних батарейках є багато токсичних елементів, які здатні сильно забруднити навколишнє середовище.

Побутові батарейки і акумулятори є предметами вжитку для використання в побуті і відповідають певним вимогам безпеки. За своїм складом і характеристиками розряджені батарейки і акумулятори нічим не відрізняються від заряджених. Відпрацьовані батарейки, які громадяни передають іншим особам або організаціям не є відходами, оскільки вони не були поміщені у побутове чи інше сміття. Такі батарейки залишаються предметами побутового вжитку і не розглядаються як сміття (і формально не перебувають у статусі відходів).





При цьому слід враховувати, що при ненадлежаньому поводженні з батареями (потраплянням їх до побутового сміття, в ґрунт чи воду) ці предмети вжитку становлять значну загрозу для довкілля і людини.

Потрапивши в землю, батарея здатна забруднити 400 літрів води або 20 квадратних метрів ґрунту. Викинувши всього дві старенькі батареї з ліхтарика, ви зіпсуєте дві ванни, 8 відер і півтора чайника чистої води.

Очистка забруднених ресурсів – справа не з дешевих. Тому набагато простіше реалізувати технології з переробки батарейок для того, щоб попередити їх викидання в навколишнє середовище.

В Україні, у Львові, є власний завод для переробки батарейок – ДП Аргентум. Наразі завод не працює у зв'язку з «відсутністю сировини для виходу на робочі обсяги» і приймає батарейки на складування для переробки, яку проводить за наявності достатньої кількості сировини. Утім, вже діє ряд точок збору, куди їх можна здати для подальшої переробки. Також можна проводити утилізацію на заводі у Франції та ТОВ «Сігмас Екологі» через Національний молодіжний центр (НМЦ) «Екологічні ініціативи» та Всеукраїнську екологічну лігу (ВЕЛ) в рамках кампанії «Батарейкам – утилізація!».

Після переробки батарейок з їх компонентів отримують сухі розподілені хімічні елементи і сортовані відходи з упаковки (картон і пластик).

Починайте збирати вдома і відносити в пункти збору, які вже працюють.

Як правильно утилізувати?

У черговий раз, змінюючи батарейки в плеєрі, пульта або іграшки, не поспішайте до сміттового відра. Загорніть елементи живлення в папір і обов'язково покладіть їх у пакет. Не збирайте велику кількість батарейок, знайдіть пункт прийому і неодмінно відвозьте їх туди. Є ще одна цікава можливість утилізувати шкідливі батарейки: проявіть ініціативу й організуйте їх збір просто у себе в будинку! Підготуйте коробку, помістіть поряд оголошення – можливо, сусіди підуть за вашим прикладом. Потім необхідно зателефонувати в керуючу компанію – саме вони повинні вивозити відпрацьовані елементи живлення в пункти прийому.

Способи запобігти екологічній катастрофі є. Приміром, кажуть дослідники, можна купувати батарейки, які можна заряджати. До того ж існують батарейки, до складу яких не входять ртуть і кадмій, а отже, шкода від батарейок для навколишнього середовища суттєво знижується. А краще взагалі відмовитися від цієї техніки, для якої потрібні такі джерела живлення. Варто зробити вибір на користь приладів, що працюють від мережі, на ручному заводі або від альтернативних джерел.

Вправа «За життя без сміття»

(час 15 хв)

Клас	Тема розділу, уроку	Цінності/ставлення, уміння	Компоненти екологічної грамотності і здорового життя, які можна розвивати за допомогою пропонуваної вправи
6	Діаграми	Зображує та знаходить на малюнках: круговий сектор; стовпчасті та кругові діаграми; розв'язує вправи, що передбачають: знаходження відношення чисел і величин; використання масштабу; аналіз стовпчастих та кругових діаграм; розв'язує: основні задачі на відсотки; задачі на пропорційні величини і пропорційний поділ (наприклад, природокористування); усвідомлює раціональне використання природних ресурсів, їх збереження та примноження для розвитку суспільства; розуміє важливість даних прикладних задач.	Уміння: ставити запитання і розпізнавати проблему; міркувати, робити висновки на основі інформації, поданої у діаграмах; розуміти, пояснювати і перетворювати тексти математичних задач; встановлювати відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності (природними, технічними тощо); аналізувати і критично оцінювати соціально-економічні події в державі на основі статистичних даних. Ставлення: усвідомлення взаємозв'язку математики та екології на основі статистичних даних. Навчальні ресурси: складання графіків та діаграм, які ілюструють функціональні залежності результатів впливу людської діяльності на природу.

Мета. Формувати екологічну грамотність учнів, вміння аналізувати інформацію, застосувавши набуті знання для розв'язування прикладних задач. Привернути увагу до актуальної екологічної проблеми сучасності – засміченості, з'ясувати як впливає погана екологія на здоров'я людини; знайти шляхи подолання проблеми.

Інструкція

Об'єднайте учнів у чотири малі групи для роботи над розв'язанням задачі та для пошуку матеріалу на задану тему.



2. Завдання групам для пошуку інформації:

- 1) «Що таке сміття? Чим воно загрожує здоров'ю людей»;
- 2) «Скільки сміття накопичилося в світі?»;
- 3) «Категорії відходів»;
- 4) «Що робити зі сміттям?»

3. Обговорення питання «Що робити із сміттям?».

Учитель наголошує, що однією з екологічних проблем є засміченість і це дуже актуально на сьогодні. Людство перестало бути господарем у своєму домі. Викинути сміття стає банальною справою, перетворюється на погану звичку.

Страждає від цього й наша країна. За статистикою, Україна посідає перше місце в Європі за кількістю відходів на душу населення... і є лідером по кількості онкохворих та хворих на алергію і серцево-судинні захворювання. Чи не бачите ви зв'язку між цими сумними лідерствами?

Стурбований таким сумним становищем і Всесвіт. Наша блакитна планета, як її називали раніше, почала тьмяніти, покриватися брудом та сміттям.

Задача

Типовий склад міських відходів становить:

- харчові та інші органічні відходи – 25 %;
- папір, картон – 35 %;
- пластмаса – 2 %;

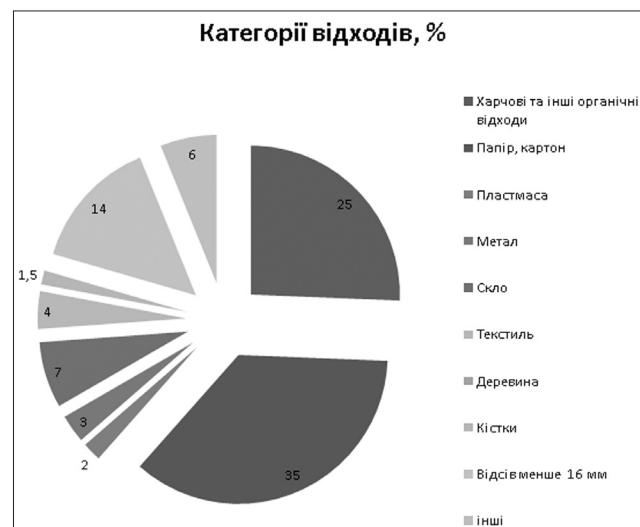
- метали – 3 %;
- скло – 7 %;
- текстиль – 4 %;
- деревина – 14 %;
- кістки – 1,5 %;
- інші види – 8,5 %.

Завдання

Запишіть формулу для обчислення:

- а) довжини кола $l =$
- б) площі круга $S =$
- в) діаметра кола $d =$

Побудуйте кругову діаграму для порівняння результатів за даними про склад відходів.



Питання для обговорення

– Проаналізуйте, яких відходів у світі більше? Чому?

Обговорення

Група № 1. «Що таке сміття? Чим воно загрожує здоров'ю людей?»

Підвищення якості життя пропорційно збільшенню кількості відходів, що продукує людство.

Статистика свідчить, що звичайна сім'я викидає щоденно в середньому 5 кг сміття. Звичайне сміття оточує нас скрізь: воно під ногами, в лісі, в кущах, в річках, морях, під вікнами багатоповерхівок. У смітті граються діти. Воно стало атрибутом нашого життя. Екологи називають проблему засміченості екологічною катастрофою.

Скоро сміття поглине нас, нашу цивілізацію. Чим воно загрожує здоров'ю людей?

Поліетилен, пластмаса, скло, будівельні відходи, залишки їжі, метали, деревина, дрібне побутове сміття, папір, непотрібні речі. Смород – хвороби дихальних шляхів, астма, алергія, отруєння, хвороби печінки. Виділення хімічних речовин – отруєння, хвороби печінки, нирок, очей, рак. Забруднення водойм – не можна купатися, отруєння, хвороби шкіри, мор риби, лептоспіроз.

Група № 2. «Скільки сміття накопичилося в світі?»

В Україні на звалища потрапляє майже 95 % відходів і лише маленька частка спалюється чи йде на вторинну переробку. Водночас у деяких країнах Європи цей показник рівно протилежний. Більше того, Данія, наприклад, переробляє не тільки своє сміття, а й закупає його в сусідніх країнах.

В Україні, за даними Мінрегіонбуду, щорічно викидають близько 10 млн тонн сміття, з яких лише 600 тис. йде на вторинну переробку чи спалюється. Решту захоронюють на звалищах, яких, за офіційними даними, в Україні понад 6 тис. Вони займають 9 тисяч га. Це не 7 % території України, як поширювали чимало ЗМІ, але територія все ж велика – приблизно стільки ж, як десята частина Києва. Ще тисяча гектарів – несанкціоновані стихійні звалища.

Група № 3 – «Категорії відходів»

Відходи поділяються на:

- тверді та рідкі;
- промислові та побутові;
- виробництва та споживання.



Україна належить до країн з дуже високими як абсолютними, так і відносними показниками утворення відходів. Відходи накопичуються у вигляді териконів, відвалів, звалищ (їх кількість перевищує 2700 одиниць). У наш час в Україні накопичено понад 25 млрд т відходів (з них понад 4 млрд т – токсичні, а 23 тис. т – заборонені та непридатні для використання пестициди і отрутохімікати).

Пилоутворення, горіння териконів, міграція шкідливих речовин через підземні, поверхневі води та атмосферу глибоко діють на здоров'я людей. Не лише в Україні, а й у світі набула великої гостроти проблема радіоактивних відходів.

Група № 4 – «Що робити із сміттям?»

Питання «Куди подіти сміття?» стає все актуальнішим. На одного мешканця – 200 – 300 кг побутового сміття. В Україні під цілими горами сміття вмирає земля, на якій можна було б вирощувати хліб та сади. А підземні води забруднюються настільки, що жителі сіл черпають зі своїх колодязів не воду, а рідину, часто не



По тому, як людство ставиться до сміття, можна судити, наскільки суспільство цивілізоване. Чим вище щабель розвитку, тим гостріше постає проблема утилізації все різноманітніших відходів.

Водночас суворішають і вимоги до тих, хто дозволяє собі смітити у громадських місцях.

У нас же застаріла "смітєва" проблема; особливо проблема утилізації відходів промисловості ніяк не зрушить з мертвої точки. Підприємства не зацікавлені за свої кошти створювати спеціалізовані цехи й ділянки по переробці й утилізації промислових відходів. Не утилізоване сміття завдає шкоди екології, а сміттєзвалища, де гниють сотні тонн непотребу, отруюють повітря та ґрунт.



придатну для пиття. Люди сьогодні стурбовані тим, що небезпечні речовини зі сміттєзвалища можуть потрапляти до ґрунтових вод, створюючи проблеми для майбутнього. Окрім звалищ офіційних, за які відповідають певні служби, існують так звані стихійні. Неодноразово ми бачимо їх за містом і навіть у самому місті, у дворах чи лісопаркових зонах. За них часто взагалі ніхто не відповідає, і мішанина з різноманітних видів сміття розкладається (чи не розкладається) просто неба, отруюючи повітря, воду й землю. Все це змушує нас змінити наше ставлення до відходів. Так далі тривати не може. Багато людей не знають, яка частина того, що вони використовують, стає відходами.

Люди повинні розумно розпоряджатися тим, що приносять у свій дім. Розумне використання ресурсів має увійти у повсякденну звичку. Це досить складно, але такий спосіб життя мусить стати нашою метою, якщо ми хочемо створити суспільство стійкого розвитку. Щоб змінити свої звички, щодо сміття, можна діяти за таким планом.

План дій

1. Сортування сміття для подальшої переробки
2. Вторинне використання паперу
3. Компостування
4. Сумки для покупок
5. Ремонт
6. Нове життя старих речей

Підсумки

У природі немає ніякого сміття. Усе, що створила природа, є початком чогось нового. Але ми – люди – у процесі життєдіяльності створюємо сміття, яке не знаємо куди подіти. Стає дедалі менше і менше місць, де його можна розмістити, оскільки люди не хотіли б жити поруч зі сміттєзвалищами. Чим більше місто – тим більше звалище.

Згідно з прогнозами науковців, населення Землі може подвоїтись протягом наступних

50 років. Майже 12 млрд людей повинні навчитися жити на земній кулі, довжина екватора всього 40 000 км, і не просто жити, а як добрі господарі дбати про землю – свій власний дім, оберігати її. «Усі ми пасажери одного корабля, що називається Земля» – сказав Антуан де Сент-Екзюпері. Тому священний обов'язок усіх полягає у постійній турботі про благо нашого спільного дому, а отже, й про себе.

Дехто вважає, що нічого не трапиться, якщо я кину папірець, недопалок, викину пляшку з-під напою, залишу в лісі недоїдки, а насправді ми бачимо навколо жахливі сміттєзвалища. По тому, як людство ставиться до проблеми сміття, можна судити, наскільки суспільство цивілізоване.

Інформаційна скринька Притча про сміття

Одного разу я взяв таксі. Коли ми розверталися, на нас вискочила чорна машина. Таксист натиснув на гальма. Водій чорної машини виглянув із вікна і почав кричати на нас. Але у відповідь таксист люб'язно посміхнувся.

Я запитав його:

– Чому ви так вчинили? Цей ненормальний майже не відправив нас у лікарню!

Тоді таксист розкрив мені «закон сміттевої машини». Він пояснив: багато людей постійно носять із собою сміття: розчарування, гнів, травми і відчай. Його кількість росте, і їм потрібно десь розвантажити це сміття, тому інколи такі люди викидають його просто на нас.

Ніколи не приймайте це близько до серця. Це не ваша проблема, а їхня. Просто посміхніться, побажайте добра й ідіть уперед. Не забирайте сміття у цих людей, не передавайте його іншим на вулиці, на роботі чи вдома. Будьте спокійні, і дайте сміттєвій машині проїхати. Очистіть свої думки від образ, розчарувань і гніву. Ставтеся до людей добре, навіть до тих, хто так не чинить.

Життя це 10 % того, що ти робиш, і 90 % того, що отримуєш.

«ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ, ЩО...»

А чи знаєте ви, що сміття складається з корисних речовин, отруйних і бруду? За даними вчених, у побутовому смітті у середньому міститься 30% органічних речовин, 23,1 % паперу і картону, 22,7 % скла, 19,7 % пластмаси, 4,5 % металів. А кожен із нас за рік продукує десь близько 1 тонни відходів.

У Європі 10 % сміття потрапляє на полігони, останні 90 % знову пускають у виробництво. В Україні лише 10 – 15 % відходів використовується як вторинна сировина, хоча потенційні можливості – 75 %.

РОЗДІЛИТИ СМІТТЯ В СВОЄМУ СМІТНИКУ ВДОМА ТА ЗРОБИТИ ЦЕ ЗА ЗВИЧКУ

7



Жителі Німеччини розкладають сміття в десять різних урн. З них чотири розташовані у дворі, інші – в 10 – 15 хвилинах ходу від будинку. За пластикову пляшку в магазині можна отримати до 25 євроцентів, супермаркети продають пластик переробляючим фірмам – до 700 євро за тону, а переробляючі фірми беруть гроші з виробників пластика за його утилізацію.

Пам'ятайте, що для природної переробки потрібен довгий час. А він такий:

- поліетиленовий пакет – від 10 до 20 років;
- консервна банка – близько 100 років;
- скляна пляшка – 1 млн років;
- апельсинова шкірка – від 2 до 5 тижнів тощо.

Тому треба зрозуміти, що проблема засміченості – це екологічна катастрофа. Скоро сміття поглине нас, нашу цивілізацію. Викинути сміття стає звичним, перетворюється на погану звичку. Тож давайте разом позбудемося цієї звички, бо страждатимемо від цього ми самі і майбутнє покоління.

ЛІТЕРАТУРА

1. МОН України – матеріали наскрізних змістових ліній.
2. Збірник задач з математики. 5 – 9 класи : Наскрізні лінії компетентностей та їх реалізація / Д. В. Васильєва, Н. І. Василюк. – К. : Видавничий дім «Освіта», 2017. – 112 с.

ІНТЕРНЕТ – РЕСУРСИ:

1. <https://www.openforest.org.ua/101499/>
2. <http://sviti.com.ua/ukraine/41847>
3. <https://www.unian.ua/ecology/1194415-problemilivovih-resursiv-ukrajini.html>
4. https://zik.ua/news/2016/03/03/nevtishni-prognozy-vyrubky-karpatskyh-lisiv-poveni-posuhy-ta-znyshchennya_677740
5. <https://www.unian.ua/ecology/1194415-problemilivovih-resursiv-ukrajini.html>
6. <https://zik.ua/news/2016/03/03/nevtishni-prognozy-vyrubky-karpatskyh-lisiv-poveni-pos>
7. <http://econet.ua/articles/227-utilizatsiya-ispolzovannyh-batareek>
8. www.batteryRecycling.inf.ua
9. http://www.pererabotka-musora.ru/hazardous_waste.shtml
10. <http://www.proothody.com/novosti/obmen-opytom/batteries/>

(Далі буде)

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ ЯК ЗАСІБ РЕАЛІЗАЦІЇ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ В НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ (5 – 6 КЛАСИ)

Тетяна ГРИЦИК — вчитель математики ЗОШ № 13, викладач математики Надслучанського інституту Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне

Анотація. У статті запропоновано методичні вказівки та поради щодо створення системи прикладних задач для учнів 5 – 6 класів як засобу реалізації компетентнісного підходу в навчанні математики. Розглянуто прикладні задачі для формування та розвитку здоров'язберігаючої, екологічної, економічної, математичної компетентностей учня. Виділено особливості системи прикладних задач у рамках реалізації компетентнісного підходу: відображення особистого досвіду учнів; окреслення прикладних проблем та установка на їх вирішення; спрямування на особистісний розвиток та набуття ключових компетентностей; формування умінь математичного моделювання та інші.

Ключові слова: навчання математики, прикладна спрямованість навчання, прикладна задача, компетентнісний підхід, математична компетентність, економічна компетентність, здоров'язберігаюча компетентність, екологічна компетентність.

Tatyana GRYTSIK. Applied tasks as a means of implementing a competency-based approach in teaching mathematics (grades 5 – 6).

Summary. The article proposes guidelines and tips for creating a system of applied tasks for students of grades 5 – 6 as a means of implementing a competence-based approach in teaching mathematics. The applied tasks for the formation and development of health-saving, environmental, economic, mathematical competence of the student are considered. Highlighted features of the system of applied tasks in the framework of the implementation of the competence-based approach: reflection of students' personal experience identification of applied problems and installation on their solution; directions for personal development and acquisition of key competencies; the formation of mathematical modeling skills and others.

Keywords: teaching mathematics, applied learning orientation, applied problem, competence approach, mathematical competence, economic competence, health-saving competence, environmental competence.

Сучасна молода людина для успішного життя в суспільстві повинна володіти низкою якостей, або компетентностей. Це мобільність (здатність швидко пристосовуватися до нових життєвих умов), креативність (творча, новаторська діяльність), самокритичність (здатність аналізувати свою діяльність, бачити та виправляти власні помилки) та інші. В Концепції «Нової української школи» йдеться про такі ключові компетентності, як ініціативність та підприємливість, екологічна грамотність і здорове життя, соціальна та громадянська компетентність, інформаційно-цифрова компетентність та інші [3]. Окремо розглядається математична компетентність як культура логічного та алгоритмічного мислення, уміння застосовувати математичні методи до вирішення прикладних завдань [3].

Формування вищезгаданих якостей передбачено компетентнісним підходом у навчанні, що орієнтований на кінцевий результат — готовність учня використовувати набуті знання, уміння, навички та способи діяльності у конкретних життєвих ситуаціях для розв'язання прикладних задач.

Проблемі прикладної спрямованості навчання математики присвячені роботи Г. Д. Глейзера, © Грицик Т. А., 2019

В. О. Гусєва, Г. В. Дорофєєва, Ю. М. Колягіна, А. Д. Мишкіса, М. О. Терешина, В. В. Фірсова та інших. Сучасні підходи до розв'язання зазначеної проблеми знайшли відображення у працях В. Г. Бєвз [1], А. В. Прус [4], С. П. Семенця [6], Л. О. Соколенко [7], В. О. Швеця [8, 9] та інших науковців [2, 5, 8]. У зазначених дослідженнях увага приділяється визначенню ролі та місця прикладних задач у навчанні математики, їх змісту, класифікації, теоретичному обґрунтуванню. Л. О. Соколенко [7] розглядає прикладну спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу, Л. С. Межейнікова [2] пропонує систему прикладних задач із фінансовим змістом для основної школи, А. В. Прус [4] досліджує прикладну спрямованість шкільного курсу стереометрії.

І все ж проблема прикладної спрямованості шкільного курсу математики потребує подальших досліджень у напрямі оновлення існуючого та створення нового методичного забезпечення відповідно до компетентнісного підходу в освіті. На сторінках даного видання розглянемо прикладні задачі, що спрямовані на формування окремих видів компетентностей на уроках математики. Мета цієї статті — запропонувати вчителю методичну допомогу в процесі створення

системи прикладних задач як засобу реалізації компетентнісного підходу в навчанні математики 5 — 6-х класів.

У навчанні математики важко переоцінити роль прикладних задач для формування ключових компетентностей та особистісного розвитку учнів. Під прикладною задачею будемо розуміти задачу, яка виникла поза математикою, але розв'язується математичними методами. Фабула прикладної задачі може мати побутовий, економічний, виробничий або інший зміст та пов'язана з різними видами діяльності сучасної людини. Саме прикладні задачі встановлюють зв'язок програмового матеріалу з повсякденним життям учнів. Прикладні задачі передбачають створення математичних моделей та їх інтерпретацію в конкретних практичних ситуаціях. Задачі такого типу дають відповідь на запитання «Навіщо вивчати математику і для чого вона потрібна?». Таким чином, прикладні задачі інтегрують математичний досвід учня з його суспільними, економічними, екологічними та іншими поглядами, тобто відбувається інтеграція математичного досвіду та світогляду учнів.

Важливими вимогами до прикладних задач є: пізнавальна та виховна цінність, розвиток дослідницької ініціативи, доступність нематематичного матеріалу, що використовується в задачі, реальність задачної ситуації та числових даних. До особливостей системи прикладних задач у рамках реалізації компетентнісного підходу віднесемо: відображення особистого досвіду учнів; спрямованість на цінності особистості, її інтереси та пріоритети; розширення кругозору та інтеграцію попередньо отриманих знань та досвіду; окреслення прикладних проблем та установка на їх вирішення; спрямування на особистісний розвиток та набуття ключових компетентностей; формування умінь математичного моделювання як засобу дослідницької діяльності учнів; реальні, наближені та середні числові дані задач; націленість на рефлексію суб'єктом навчання отриманих результатів.

Розглянемо деякі прикладні задачі як засіб реалізації компетентнісного підходу.

1. Здоров'язберігаюча компетентність, орієнтація на здоровий спосіб життя. Здоров'язберігаюча компетентність включає спрямованість особистості на збереження, зміцнення та відновлення здоров'я, дотримання правил особистої гігієни, культури харчування, техніки безпеки, володіння інформацією про шкідливі звички та ризики для здоров'я. Прикладні задачі добираємо відповідно до вікових особливостей та ціннісних пріоритетів учнів 5 — 6-х класів. Задачі мають бути близькі для світосприймання дітей.

1.1. Згідно із дослідженнями, за годину стрибків на скакалці спалюється приблизно 7200 калорій на 1 кг маси, а за годину катання на велосипеді — 4600 калорій на 1 кг маси. Визначити, який вид фізичних навантажень приводить до більших витрат енергії — стрибки на скакалці протягом 20 хв чи 30-хвилинна їзда на велосипеді?

Розв'язання. Стрибаючи на скакалці, за 20 хв витрачаємо $7200 : 3 = 2400$ калорій на 1 кг маси, а під час їзди на велосипеді за 30 хв спалюємо $4600 : 2 = 2300$ калорій. Отже, півгодинна прогулянка на велосипеді призводить до менших витрат енергії, ніж 20-хвилинні стрибки зі скакалкою.

Відповідь. Стрибки на скакалці.

1.2. Індекс маси тіла людини розраховують за формулою $IMT = \frac{m}{h^2}$, де m — маса у кілограмах, h — зріст людини у метрах. Ризики для здоров'я оцінюють за шкалою: якщо $IMT < 18,5$, то особа має недостатню вагу; $18,5 < IMT < 24,9$ — норма; $25 < IMT < 29,9$ — зайва вага; $IMT > 30$ — ознака ожиріння. Обчислити показник IMT для людини, що має масу 78 кг і зріст 172 см та зробити висновок про ризики для її здоров'я.

Розв'язання. Подамо зріст у метрах: $172 \text{ см} = 1,72 \text{ м}$. Обчислимо IMT за даною в умові формулою: $IMT = \frac{78}{1,72^2} \approx 26,4$. Оскільки $25 < 26,4 < 29,9$, то досліджувана людина має зайву вагу.

Відповідь. 26,4; зайва вага.

1.3. Деякі науковці стверджують, що для нормальної життєдіяльності організму дорослій людині протягом дня необхідно споживати не менше двох літрів чистої питної води. Яку найменшу кількість чашок води місткістю 230 мл потрібно споживати протягом дня, щоб виконати вказану рекомендацію?

Розв'язання. Перетворимо величину об'єму 2 літри в одиниці вимірювання мілілітри: $2 \text{ л} = 2000 \text{ мл}$. Далі виконаємо ділення з остачею $2000 : 230$, маємо: $2000 = 230 \cdot 8 + 160$. Отже, необхідно спожити 9 чашок води.

Відповідь. 9 чашок.

1.4. Добова потреба організму людини у вуглеводах — 2 г вуглеводів на 1 кг маси тіла. Для дитини масою 40 кг визначити, яку частину добової потреби у вуглеводах складає споживання стограмової плитки гіркого шоколаду, що містить 52,6 г вуглеводів.

Розв'язання. Дитина масою 40 кг потребує $40 \cdot 2 = 80$ г вуглеводів на добу. Знайдемо частку $52,6 : 80 = 0,6575$ та округлимо до десятих $0,6575 \approx 0,7$. Таким чином, споживання плитки гіркого шоколаду масою 100 г задовольняє добову потребу на $\frac{7}{10}$.

Відповідь. $\frac{7}{10}$.

2. Екологічна компетентність і збереження навколишнього середовища. До найбільших екологічних проблем сьогодення належать забруднення водоймищ, повітря і ґрунтового покриву, знищення лісів, побутові відходи, нерациональне використання природних ресурсів. Ці та інші питання висвітлюємо у прикладних задачах.

2.1. Щоб врятувати одне дерево від вирубки, необхідно зібрати для вторинної переробки близько 80 кг паперу. У класі 32 учні. Скільки дерев вони зможуть врятувати, якщо всі учні класу зберуть по 5 кг паперової макулатури? Скільки дерев зможе врятувати школа загальною чисельністю 1200 учнів?

Розв'язання. Знайдемо загальну масу паперової макулатури для класу з 32 учнів: $32 \cdot 5 = 160$ кг. Тоді цей клас зможе врятувати $160 : 80 = 2$ дерева. Обчислимо масу макулатури, що збере школа: $1200 \cdot 5 = 6\ 000$ кг. Усі учні школи врятовують $6\ 000 : 80 = 75$ дерев.

Відповідь. 2 дерева; 75 дерев.

2.2. Під час миття рук хлопчик витрачає в середньому 6 секунд на процес намилування рук, забуваючи при цьому закрити кран із водою. Порахувати неекономічні витрати води, які допускає хлопчик під час миття рук, якщо відомо, що з повністю відкритого крана виливається близько 15 л води за хвилину. Скільки літрів води під час миття рук зможе зекономити цей хлопчик за день, тиждень, місяць (30 днів), якщо він миє руки 5 разів на день?

Розв'язання. За хвилину даремно витрачається 15 л води, тому за одну секунду виливається $15 : 60 = 0,25$ літрів. Неeкономні витрати води під час одноразового миття рук: $0,25 \cdot 6 = 1,5$ літрів; протягом дня: $1,5 \cdot 5 = 7,5$ літрів; протягом тижня: $7,5 \cdot 7 = 52,5$ літрів; протягом 30-денного місяця: $7,5 \cdot 30 = 225$ літрів.

Відповідь. 1,5 л; 7,5 л; 52,5 л; 225 л.

2.3. За один похід до супермаркету сім'я використовує близько 15 поліетиленових торбинок. Підрахувати кількість поліетиленових торбинок, які використає ця сім'я протягом року, відвідуючи супермаркет двічі на тиждень.

Розв'язання. Відвідуючи супермаркет двічі на тиждень, сім'я витрачає $15 \cdot 2 = 30$ торбинок. Рік у 365 (або 366) днів налічує $365 : 7 \approx 52$ (366 : 7 \approx 52) тижні і протягом цього року використовується близько $52 \cdot 30 = 1560$ торбинок.

Відповідь. 1560 торбинок.

2.4. Для боротьби з мурахами, що є шкідниками городньої моркви, поверхню ґрунту обробляють спеціальним інсектицидним засобом із нормою витрат 10 г / 1 м². Визначити необхідну кількість пакетиків цього засобу для обробки грядки моркви прямокутної форми з розмірами

2,5 м × 1,5 м, якщо один пакетик містить 10 г засобу.

Розв'язання. Обчислимо площу прямокутної ділянки землі: $2,5 \cdot 1,5 = 3,75$ м². Оскільки на 1 м² посівів передбачено 10 г засобу, то на 3,75 м² необхідно 37,5 г засобу, що міститься у чотирьох пакетиках.

Відповідь. 4 пакетики.

3. Економічна компетентність та підприємливість. В основі економічної компетентності учня — набуття економічно важливих якостей, економічних поглядів та світогляду, уявлення про підприємницьку діяльність та фінансові операції.

3.1. Автомобіль Сітроен-Берлінго споживає 7,7 л бензину на 100 км шляху, а автомобіль Опель-Омега — 11 л на 100 км шляху. Скільки літрів бензину необхідно для обох машин, щоб подолати відстань із Рівного до Тернополя в 170 км?

Розв'язання. Порахуємо витрати бензину на 1 км шляху для Сітроен-Берлінго $7,7 : 100 = 0,077$ л, для Опель-Омега $11 : 100 = 0,11$ л, для обох машин разом $0,077 + 0,11 = 0,187$ л. Для 170 км шляху необхідно $0,187 \cdot 170 = 31,79$ л бензину. Відповідь округлимо до одиниць $31,79 \approx 32$ л.

Відповідь. 32 л.

3.2. Обчислити вартість поштового пересилання посилки загальною масою 7 кг 390 г з оголошеною цінністю 450 грн з Чернігова до Львова, якщо розрахунок цієї послуги згідно зі стандартним тарифом для відправлень до 10 кг здійснюється за формулою: «Плата за оформлення» + «Вартість 1 кг» · «Маса відправлення (з округленням до 100 г)» + «Плата за оголошену цінність» + «Плата за адресну доставку», де «Плата за оформлення» — 24 грн (по Україні) та 18 грн (в межах області); «Вартість 1 кг» — 2,4 грн; «Плата за оголошену цінність» — 1 % від повної суми оголошеної цінності (але не менше 1 грн); «Плата за адресну доставку» — 15 грн.

Розв'язання. Оскільки пересилання відбувається з Чернігова до Львова, тобто по Україні, то плата за оформлення — 24 грн. Порахуємо вагу відправлення з округленням до 100 г: $7\text{ кг } 390\text{ г} \approx 7,4$ кг. Тоді вартість відправлення для цієї маси $7,4 \cdot 2,4 = 17,76$ грн. Плата за оголошену цінність 1 % від 450 грн, тобто $450 : 100 = 4,5$ грн. Отже, вартість поштового пересилання дорівнює: $24 + 17,76 + 4,5 + 15 = 61,26$ грн.

Відповідь. 61 грн 26 коп.

3.3. Протягом місяця були зафіксовані такі коливання купівлі долара: від 27 грн 60 коп. за один доллар до 28 грн 30 коп. за доллар. Яку суму грошей можливо зекономити, купивши 500 долларів за найнижчим курсом порівняно з найвищим у цьому місяці?

Розв'язання. Вартість 500 доларів за найвищим курсом $500 \cdot 28,3 = 14\,150$ грн, за найнижчим $500 \cdot 27,6 = 13\,800$ грн. Обчислимо різницю $14\,150 - 13\,800 = 350$ грн. Отже, економія становить 350 грн.

Відповідь. 350 грн.

3.4. Покази електрорічильника житлової квартири на початок та кінець листопада — 8 915 кВт та 9 058 кВт відповідно. Обрахувати суму, яку необхідно сплатити за електроенергію за вказаний місяць, якщо для житлової квартири перші 100 кВт використаної електроенергії сплачуються за тарифом 75 коп. за 1 кВт, а кожен наступний кіловат — 1 грн 40 коп.

Відповідь. 135 грн 2 коп.

3.5. Магазин косметики у святковий період проводить акційну знижку 8 % на весь асортимент кремів для обличчя. За якою новою ціною можна буде придбати крем для обличчя, що в неакційний період коштує 150 грн?

Відповідь. 138 грн.

4. Математична компетентність. Під математичною компетентністю розуміють спроможність особистості бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень [5, 15]. Математична компетентність передбачає готовність оперувати числами, формулами, геометричними об'єктами, здатність застосовувати математичне мислення для вирішення щоденних проблем.

4.1. Під час грози хлопчик спочатку побачив спалах блискавки, а через 6 с після цього почув удар грому. Визначити, на якій відстані від хлопчика відбувся електричний розряд, взявши швидкість звуку 330 м/с.

Розв'язання. Спалах блискавки завжди передує удару грому через різницю швидкостей світла та звуку. Світло поширюється з величезною швидкістю — 300 000 км/с, тому спалах блискавки хлопчик побачив практично миттєво. Запізнення грому складає 6 с, які звукова хвиля витратила, щоб подолати відстань до хлопчика зі швидкістю 330 м/с. Обчислимо шлях цієї звукової хвилі: $6 \cdot 330 = 1980$ м ≈ 2 км. Отже, електричний розряд відбувся на відстані 2 км.

Відповідь. 2 км.

4.2. Для приготування однієї порції джему-желе з чорної смородини необхідно 11 стаканів смородини, 8 стаканів цукру та 2 стакани води. Вихід — 3,5 л джем-желе. Скільки знадобиться смородини, цукру та води для приготування 10 півлітрових банок такого варення?

Розв'язання. Для наповнення 10 півлітрових банок необхідно приготувати 5 літрів варення.

Для визначення необхідної кількості смородини, цукру та води складаємо пропорції:

11 стаканів смородини — 3,5 л варення,

x стаканів смородини — 5 л варення,

$$x = 11 \cdot 5 : 3,5 = 15 \frac{5}{7} \text{ стаканів смородини.}$$

8 стаканів цукру — 3,5 л варення,

x стаканів цукру — 5 л варення,

$$\text{звідки } x = 11 \frac{3}{7} \text{ стаканів цукру.}$$

2 стакани води — 3,5 л варення,

x стаканів води — 5 л варення,

$$x = 2 \frac{6}{7} \text{ стаканів води.}$$

Відповідь. Смородини, цукру та води — відповідно $15 \frac{5}{7}$, $11 \frac{3}{7}$, $2 \frac{6}{7}$ стаканів.

4.3. За рекомендацією лікаря шестикласнику Данилу слід вживати риб'ячий жир за схемою: по 1 чайній ложці (5 мл) 3 рази на добу протягом двох місяців (березень-квітень). Скільки флаконів по 80 мл цього лікарського засобу знадобиться на весь курс лікування?

Розв'язання. На одну добу Данилу необхідно $5 \cdot 3 = 15$ мілілітрів риб'ячого жиру. Два місяці, березень та квітень, налічують $31 + 30 = 61$ добу. На цей період необхідно $61 \cdot 15 = 915$ мл. Визначаємо необхідну кількість флаконів: $915 : 80 = 11 \frac{7}{16}$ або 12 флаконів.

Відповідь. 12 флаконів.

4.4. У середу в п'ятикласниці Дарини закінчуються уроки о 13.00. Після уроків цього дня у неї такий розпорядок: на дорогу додому дівчинка витрачає 20 хв, відпочинок вдома — 2 год, підготовку домашніх завдань — 1 год 30 хв, прогулянку з собачкою — 45 хв. Чи встигає Дарина цього дня переглянути мультсеріал, який розпочинається на улюбленому телеканалі о 16.50 і триває 25 хв?

Відповідь. Ні, не встигне.

Розглянуті прикладні задачі:

- створюють позитивну мотивацію та пізнавальний інтерес до вивчення математики та самого навчання;
- сприяють подоланню формалізму в знаннях та допомагають учням більш глибоко оволодіти теоретичним матеріалом та практичними навичками;
- розвивають спостережливість, уміння уважно розглядати явища та процеси навколишнього середовища через призму математики;
- формують креативність особистості як здатність творчо підходити до вирішення проблем та приймати нестандартні рішення;
- мають виховний зміст, плекають любов до рідної землі та її природи, ціннісне ставлення особистості до власних поглядів, здоров'я, суспільства.

Таким чином, прикладні задачі спонукають берегти та цінувати природу, дбати про власне здоров'я та безпеку, і це розвиває екологічні та здоров'язберігаючі компетентності учнів. На матеріалі відповідних прикладних задач формуються економічна підприємливість та фінансова грамотність сучасної успішної особистості. Прикладні задачі належать також до потужних засобів розвитку математичної компетентності як здатності здійснювати математичне моделювання життєвих практичних ситуацій.

Подальша наукова розробка розглядуваної проблематики може бути пов'язана зі створенням системи прикладних задач, диференційованих за рівнями складності, розробкою методичного забезпечення самостійної дослідницької діяльності учнів із розв'язування прикладних задач.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бевз В. Г. Застосовуємо набуті компетентності до розв'язування практичних задач / В. Г. Бевз // Математика в рідній школі. — 2016. — № 11. — С. 31 — 34.
2. Межейнікова Л. С. Математичні задачі з фінансовим змістом в основній школі / Л. С. Межейнікова, В. О. Швець. — Х.: Вид. група «Основа», 2005. — 96 с.
3. Нова українська школа. Концептуальні засади реформування середньої освіти / Міністерство освіти

і науки України. — 2016. — [Електронний ресурс]. — Режим доступу: [https://www.kmu.gov.ua/storage/app/media/reforms/ukrainska-shkola-compressed .pdf](https://www.kmu.gov.ua/storage/app/media/reforms/ukrainska-shkola-compressed.pdf)

4. Прус А. В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Прус Алла Володимирівна. — К., 2007. — 283 с.

5. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. — Х.: Факт, 2005. — 360 с.

6. Семенець С. П. Методологія і теорія розвивального навчання математики : [монографія] / Семенець С. П. — Житомир: Вид-во О. О. Євенок, 2015. — 236 с.

7. Соколенко Л. О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початкового аналізу: практикум : навч. посіб. / Соколенко Л. О., Філон Л. Г., Швець В. О. — К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2010. — 128 с.

8. Філімонова М. О. Математичне моделювання в курсі математики основної школи : зміст і вимоги до підготовки учнів / М. О. Філімонова, В. О. Швець // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. — Вип. 34. — Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2010. — С. 72 — 76.

9. Швець В. О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики / В. О. Швець // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. — Вип. 32. — Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009. — С. 16 — 24.

ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ

ПРО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРЬОХ ТИПІВ ЗАДАЧ ІЗ ПАРАМЕТРАМИ НА ЗНО

Володимир ЛИСТОПАД — доцент кафедри вищої математики ім. проф. Можара В. І. Національного університету харчових технологій, кандидат фізико-математичних наук;

Олег МАЗУР — старший викладач кафедри вищої математики ім. проф. Можара В. І. Національного університету харчових технологій

Анотація. В статті розглянуто задачі з параметрами, які згруповано відповідно до способів їх розв'язування (задачі з ідеєю, графічний/графічно-аналітичний, дослідницький). Завдання, що розглядаються у статті, пропонувалися у тестах ЗНО в 2010 — 2018 рр. та запропоновано методику їх розв'язання.

Ключові слова. Задачі з параметрами, зовнішнє незалежне оцінювання.

Volodymyr LISTOPAD, Oleg MAZUR. ABOUT SOLVING THREE TYPES OF PROBLEM WITH PARAMETERS ON EDUCATION Abstract. The article deals with problems with parameters, which are grouped according to the methods of their solving (problems with the idea, graphical / graphical-analytical, research). The tasks considered in the article were proposed in the tests of the EIT in 2010 — 2018 and proposed a method for their solution.

Keywords. Tasks with parameters, external independent evaluation.

© Листопад В. В., Мазур О. К., 2019

Однією із найскладніших тем у шкільному курсі математики є задачі з параметрами.

Останні десять років задачі з параметрами постійно є в завданнях із математики на зовнішньому незалежному оцінюванні. Досвід багатьох попередніх років показує, що для більшості абітурієнтів такі задачі є каменем спотикання. При підготовці до ЗНО учні зустрічаються з темами, яким у звичайних школах приділяють недостатньо багато уваги, тому не слід розраховувати, що учні, підготовка яких не пройшла «параметричної терапії» зможуть успішно впоратися із задачами вказаного типу. Виникає запитання: чи можна за допомогою такого типу задач перевірити знання основних розділів шкільної математики, рівень математичного та логічного мислення, початкові навички дослідницької діяльності і, головне, перспективні можливості успішного засвоєння курсу математики вищого навчального закладу (ВНЗ).

На думку авторів посібника [3, 7 — 8], в якому розкрито особливості роботи із різними типами задач із параметрами, такою «діагностичною та прогностичною цінністю в повному обсязі притаманні задачам з параметрами». Тому ці задачі стали невід'ємною частиною завдань ЗНО. Очевидно, що до «зустрічі» з такими задачами потрібна спеціальна підготовка. Як свідчать спостереження, в більшості навчальних закладів їх розглядають дуже поверхнево або взагалі оминають, і тому навіть проста нерівність із параметром $ax > -1$ часто залишається нерозв'язаною випускником. Ми застерігаємо, щоб у читачів не сформувався уявлення про задачі з параметрами як штучна перешкода для отримання високого бала. Навіть, якби ці задачі не пропонувалися на ЗНО, то все одно в шкільному курсі математики (особливо в профільних класах) задачам із параметрами повинна приділятися більша увага. В цьому переконані як учителі, так і викладачі ВНЗ, оскільки добре відомо, яку роль відіграють дані задачі при формуванні логічного мислення та математичної культури у школярів. Тому учні, які володіють методами розв'язування задач із параметрами, успішно справляються і з іншими задачами. Ця тема важлива ще й тим, що саме задачі з параметрами закінчують тест ЗНО практично кожного року і за неї нараховують найбільшу кількість балів. Мета даної статті — «відкрити завісу», тобто розказати про основні типи таких задач та про деякі підходи до їх розв'язування. Звичайно, все це умовно, оскільки задачі з параметрами не можна однозначно віднести до жодної з тем. Це можуть бути нерівності, властивості функцій, рівняння тощо.

В статті виокремлено три основні типи задач із параметрами, які найчастіше зустрічаються в завданнях ЗНО. Тому, на нашу думку, доцільно

структурувати ці приклади принаймні в першому наближенні.

I тип. Це задачі із закладеною ідеєю. Звичайно, ідея може бути різною: повний квадрат, теорема Вієта, метод мажорант тощо.

Приклад 1 (ЗНО 2013 р.). Знайдіть значення параметра a , при якому корінь рівняння $\lg(\sin 5\pi x) = \sqrt{16+a-x}$ належить проміжку $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Розв'язування. Бачимо, що $\lg(\sin 5\pi x) \leq 0$, а $\sqrt{16+a-x} \geq 0$.

Рівність матимемо лише тоді, коли ці вирази одночасно дорівнюють нулю:

$$\begin{cases} \lg(\sin 5\pi x) = 0, \\ \sqrt{16+a-x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin 5\pi x = 1, \\ 16+a-x = 0. \end{cases}$$

Очевидно, що розв'язання останньої системи не викличе складнощів у звичайного учня. Зауважимо: слідкуйте за областю визначення функції.

Також подібна ідея закладена в прикладі 2.

Знайдіть найменше значення параметра a , при якому рівняння

$$2^{\sin^2\left(2\pi x + \frac{5\pi}{4}\right)} = \frac{4}{\sqrt{(x-a)^2 - 6(x-a) + 13}}$$

має додатній корінь. (ЗНО 2014).

Розв'язування. Оскільки

$$1 \leq 2^{\sin^2\left(2\pi x + \frac{5\pi}{4}\right)} \leq 2 \quad \text{і} \quad \frac{4}{\left(\sqrt{(x-a)^2 - 6(x-a) + 9}\right) + 4} = \frac{4}{(x-a+3)^2 + 4},$$

то цей вираз набуває найбільшого значення 1, при $x - a + 3 = 0$. Отже, задане рівняння зводиться до розв'язання системи:

$$\begin{cases} \sin^2\left(2\pi x + \frac{5\pi}{4}\right) = 0 \\ x - a + 3 = 0, \quad a \rightarrow \min, \quad x > 0. \end{cases}$$

Приклад 3. При яких значеннях параметра c рівняння

$$x^2 + c \cos x + 3 = 0$$

має єдиний розв'язок.
Розв'язування. Легко побачити, що якщо x_0 — розв'язок, то $-x_0$ також є розв'язком рівняння. Тоді, враховуючи єдиність (функція парна, і $x_0 = -x_0$), отримаємо, що $x_0 = 0$. Параметр c знаходимо простим підрахунком ($c = -3$).

Аналогічні міркування можна провести і для системи.

Приклад 4. При яких значеннях параметра a система

$$\begin{cases} |x| + y = e, \\ \ln y + x^2 + a^2 = 5 \end{cases}$$

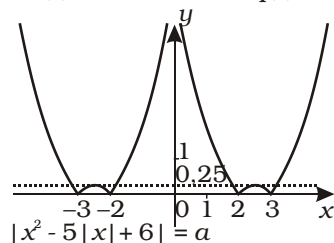
має єдиний розв'язок.

З використанням властивостей функції (монотонність або парність/непарність) можна розв'язати наступне завдання.

Приклад 5 [4, 161]. За яких значень параметра a рівняння $x^2 - 2a \sin(\cos x) + 2 = 0$ має єдиний розв'язок?

II тип — це так зване графічне розв'язання завдань. Звичайно, розв'язання завдань даного типу потребує навичок побудови графіків елементарних функцій: [4, 21 — 23] прямої, параболи (квадратичної або кубічної), напівпараболи, гіперболи (обернена пропорційність), показникової та логарифмічної, тригонометричних, а також побудови графіків типу $y = f(x) \pm a$, $y = f(x \pm a)$, $y = a \cdot f(x)$, $y = f(ax)$, $y = f(|x|)$, $y = f(|x|)$, $|y| = f(x)$ та інші. Проілюструємо застосування графічного методу на прикладі рівняння.

Приклад 6. При яких значеннях параметра a рівняння $|x^2 - 5|x| + 6| = a$ має найбільшу кількість розв'язків (ЗНО, 2010). Побудуємо графіки обох функцій в одній системі координат (мал. 1). Отримаємо:



Мал. 1

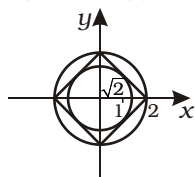
З мал. 1 бачимо, що найбільшу кількість розв'язків (вісім) рівняння має при $a \in (0; 0,25)$.

Приклад 7. Знайти найменше значення параметра a , при якому система

$$\begin{cases} |x| + |y| = 2 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

має чотири розв'язки.

Розв'язування. Побудуємо в одній системі координат графіки першої функції системи та другої при значеннях параметрів $a = \pm\sqrt{2}$ та $a = \pm 2$. Легко бачити (мал. 2), що розв'язком буде вписане в квадрат (або описане навколо нього) коло і саме при цих значеннях параметрів система має по чотири розв'язки. Найменше значення параметра, при якому система має чотири розв'язки, $a = -2$. Зауважимо, що система може мати і вісім розв'язків або жодного. Визначте значення параметра a для цих випадків.



Мал. 2

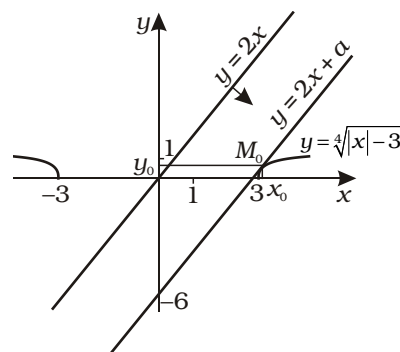
Зауваження 1. Досить часто при розв'язуванні задач із параметрами застосовується графічно-аналітичний (комбінований) метод.

Приклад 8 (ЗНО 2013). При якому найбільшому від'ємному значенні параметра a рівняння $\sqrt[4]{|x| - 3} - 2x = a$ має один корінь.

Розв'язування. Задану функцію запишемо у вигляді

$$\sqrt[4]{|x| - 3} = 2x + a$$

та побудуємо графіки лівої частини $y = \sqrt[4]{|x| - 3}$ та правої $y = 2x + a$ (значення параметра a для фіксації положення прямої, візьмемо рівним 0) (мал. 3). Розглядатимемо праву частину графіка (відносно осі OY), оскільки ліва частина графіка дає один корінь при a невід'ємному, що не задовольняє умові задачі. З графіка видно, що пряма, рухаючись у напрямі графіка функції $y = \sqrt[4]{x - 3}$ начебто має з ним спільну точку $(3; 0)$, та $a = -6$, але це помилковий висновок, оскільки пряма з вказаним графіком матиме ще одну спільну точку (а корінь має бути єдиний). Тому спільна точка $M_0(x_0; y_0)$ тільки одна, причому $x_0 > 3$. Знайдемо її абсцису, користуючись тим, що наша пряма $y = 2x + a$ є дотичною до кривої $y = \sqrt[4]{x - 3}$ з кутовим коефіцієнтом $k = 2 = y'(x_0)$.



Мал. 3

Похідна функції $y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{(x-3)^3}}$ в точці x_0

$$y'(x_0) = \frac{1}{4\sqrt[4]{(x_0-3)^3}} = 2.$$

Звідси отримаємо $x_0 = 3 \frac{1}{16} = \frac{49}{16}$.

Підставляємо x_0 у функцію $y = \sqrt[4]{x - 3}$. Отримаємо ординату точки дотику

$$y_0 = y\left(\frac{49}{16}\right) = \frac{1}{2}.$$

Отримані координати точки M_0 підставляємо в рівняння прямої:

$$\frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{49}{16} + a.$$

Звідси отримаємо $a = -5,625$.

Зауваження 2. Достатньо детально потрібно розібрати побудову графіків функцій $y = \sqrt{x}$ та $y = \sqrt[4]{x}$, особливо на проміжку $[0; 1]$.

Графічно-аналітичний метод можна застосувати до задач:

Приклад 9 (ЗНО 2015 р.). Знайти всі значення параметра a , при яких рівняння $ax - 3 = \sqrt{-x^2 + 18x - 72}$ має єдиний розв'язок.

Приклад 10 [4, 167]. При всіх значеннях параметра a знайдіть кількість розв'язків рівняння $|x^2 - 4|x| - 5| = -a$.

III тип. Дослідницький (або перебір варіантів). Цей спосіб вимагає розгляду всіх випадків розташування параметра a відносно відомих коренів. У цьому типі задач можна виокремити задачу, що мають в умові квадратний тричлен $f(x) = ax^2 + bx + c$. Важливо зауважити, що цей поліном буде квадратним, лише коли $a \neq 0$, а випадок $a = 0$ розглядатимемо окремо. Графіком функції $f(x)$ буде парабола з вершиною $(x_0; y_0)$, де $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $y_0 = f(x_0)$, точками перетину з віссю Ox , що знайдені з рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, та віссю Oy $(0; c)$. Гілки параболи напрямлені вгору при $a > 0$ і вниз при $a < 0$. Знаючи, як розташована парабола, коли $f(x) > 0$ ($f(x) < 0$) для будь-якого значення x , а також коли корені рівняння будуть додатні, від'ємні, різного знака. Також можна розв'язати задачу на розташування коренів відносно заданого числа (точки на осі абсцис). Детально цей тип прикладів розглянемо в наступній статті.

Розглянемо **приклад 11**. Розв'язати нерівність $x^2 - ax - 2x + 2a > 0$ для всіх значень параметра a .

Розв'язування. Складемо відповідне квадратне рівняння: $x^2 - ax - 2x + 2a = 0$ або $x(x - a) - 2(x - a) = 0$ ($x^2 - (a + 2)x + 2a = 0$), з

яких легко знайти його корені $x_1 = 2$, $x_2 = a$. Тоді $(x - a)(x - 2) > 0$. Точка $x = 2$ — фіксована на числовій осі. Отже, коли $a < 2$ $x \in (-\infty; a) \cup (2; +\infty)$, якщо $a = 2$ $x \neq 2$, то $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ і насамкінець, якщо $a > 2$ $x \in (-\infty; 2) \cup (a; +\infty)$.

Цей нескладний приклад показує сутність цього методу. Ми розглядаємо значення a відносно 2 та отримуємо розв'язки.

Аналогічно розв'язується **приклад 12** (ЗНО 2018). Розв'яжіть нерівність $\sqrt{\frac{4x-1}{x-a}} > a$ залежно від значень параметра a .

Звичайно, цими типами задач з параметрами не вичерпуються. У наступних публікаціях ми розкриємо сутність інших підходів до розв'язання таких типів вказаних задач.

Але знаючи саме ці три типи, можна підійти до останнього прикладу ЗНО, будучи належно озброєним і підготовленим на достатньому рівні.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мазур О. К., Листопад В. В. Про пріоритетність при підготовці до ЗНО та аналіз тестових завдань з математики за 2013 — 2015 рр. / Математика в рідній школі №5, 2017, С. 6 — 15.
2. ЗНО з математики 2010, 2013, 2014 р.
3. Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами. — К.: РИА «Текст»: МП «ОКО», 1992. — 290 с.
4. Листопад В. В. Готуємося до ЗНО. Математика: навч. посібник / В. В. Листопад, О. К. Мазур. — К.: УОВЦ «Оріон», 2016. — 176 с.

ШАНОВНІ КОЛЕГИ!

Підтримайте журнал

«МАТЕМАТИКА В РІДНІЙ ШКОЛІ»!

Передплатіть наше видання!

Ми завжди готові надати вам методичну та наукову допомогу!
Журнал можна передплачувати на рік, півроку, на три місяці і навіть на місяць!

Передплатіть — не пошкодуєте — отримаєте досвід колег!

Поділіться своїм досвідом! Надсилайте нам свої статті!

Статті передплатників друкуємо позачергово!

Електронна адреса редакції журналу:

2345255@ukr.net (з поміткою: для журналу «Математика»)

Передплатний індекс 68834

КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА ЯК МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРАКТИЧНИХ ТА ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Альона ШИНКАРЧУК — магістрант НПУ імені Драгоманова;

Василь ШВЕЦЬ — професор, завідувач кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ імені М. П. Драгоманова, м. Київ

Комплексні числа використовують не тільки в математиці, а й в інших науках. Загальновідоме їх застосування, наприклад в геометрії, тригонометрії, алгебрі. Вони є ефективним апаратом для розрахунків в електротехніці, в розв'язаннях задач із механіки, фізики, у виготовленні проектів ракет і літаків, під час виготовлення креслень географічних карт, у дослідженнях потоку води, а також в інших галузях людської діяльності. Саме цим і обумовлене вивчення комплексних чисел у старшій профільній школі. За чинними програмами [3] і [4] (одна призначена для учнів, які до 10 класу навчалися в загальноосвітніх класах і вирішили обрати математичний профіль лише в 10 класі, друга програма розрахована на учнів, які вивчали математику поглиблено з 8 класу і на момент вступу до 10 вже мають суттєво більший об'єм знань). Комплексні числа вивчаються в 11 класі.

За навчальною програмою [3] на вивчення теми «Комплексні числа та многочлени» відведено 34 години. Тема є останньою програмовою темою вивчення математики в 11 класі. До змісту теми включені такі питання: *Множина комплексних чисел. Геометрична інтерпретація комплексного числа. Алгебраїчна і тригонометрична форми запису комплексного числа. Дії над комплексними числами в різних формах запису. Формула Муавра. Корінь n -го степеня з комплексного числа. [Многочлен та його корені. Розклад многочлена на незвідні множники. Кратні корені. Основна теорема алгебри. Теорема Вієта. [Многочлен третього степеня. Рівняння вищих степенів. Формула Кардано.]]*

У навчальній програмі [4] на вивчення теми «Комплексні числа та многочлени» відведено 24 години. Тема також є останньою програмовою темою вивчення математики в 11 класі. До змісту теми включені питання: *Множина комплексних чисел. Геометрична інтерпретація комплексного числа. Алгебраїчна і тригонометрична форми запису комплексного числа.*

© Шинкарчук А. Р., Швець В. О., 2019

Дії над комплексними числами в різних формах запису. Формула Муавра. Корінь n -го степеня з комплексного числа. Многочлен та його корені. Розклад многочлена на незвідні множники. Кратні корені. Основна теорема алгебри. Теорема Вієта. [Многочлен третього степеня. Рівняння вищих степенів. Формула Кардано.]

За обома програмами передбачено такі навчальні досягнення учнів: **описує** поняття комплексного числа, його модуля й аргументу; **формулює** правила дій над комплексними числами в алгебраїчній і тригонометричній формах; **знаходить** суму, різницю, добуток та частку комплексних чисел, степінь комплексного числа та корінь із комплексного числа; **виконує** ділення многочленів з остачею; **формулює** означення кратного кореня та **знаходить** його кратність; **застосовує** теорему Вієта до розв'язування задач.

Вивченням комплексних чисел у старшій профільній школі завершується вивчення змістової лінії «Числа і дії над ними». Отримані знання дають змогу учням глибше з'ясувати питання кількості розв'язків рівняння вищих степенів з однією змінною, розкладу многочлена на незвідні множники, замкненості арифметичних дій стосовно конкретної числової множини тощо. Є й ще одна вагома обставина, пов'язана з комплексними числами — їх можна використовувати як метод розв'язування практичних та прикладних задач. Розглянемо можливість застосування комплексних чисел як методу до розв'язання не тільки математичних задач, а й з суміжних дисциплін.

Задача 1. Нехай електричне коло змінного струму містить два ланцюги, що з'єднанні паралельно. По них проходить струм, сила якого виражається відповідно формулами $I_1 = 10 \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ і $I_2 = 6 \sin\left(2t + \frac{4\pi}{3}\right)$. Знайти загальну силу струму $I(t)$ в електричному колі. [1]

Розв'язання. За законом фізики загальну силу струму $I(t)$ визначають шляхом додаван-

ня $I_1(t)$ і $I_2(t)$. Оскільки обидві формули містять функції синус, то введемо, для розв'язання задачі два комплексних числа:

$$z_1(t) = 10 \left(\cos \left(2t + \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(2t + \frac{\pi}{3} \right) \right);$$

$$z_2(t) = 6 \left(\cos \left(2t + \frac{4\pi}{3} \right) + i \sin \left(2t + \frac{4\pi}{3} \right) \right).$$

Уявна частина в обох числах відповідно є $I_1(t)$ та $I_2(t)$. Застосовуючи показникову форму запису комплексного числа, маємо:

$$z_1(t) = 10e^{i\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)}; \quad z_2(t) = 6e^{i\left(2t + \frac{4\pi}{3}\right)}.$$

У результаті додавання комплексних чисел $z_1(t)$ і $z_2(t)$ маємо:

$$\begin{aligned} z_1(t) + z_2(t) &= 10e^{i\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)} + 6e^{i\left(2t + \frac{4\pi}{3}\right)} = e^{2ti} \left(10e^{i\frac{\pi}{3}} + 6e^{i\frac{4\pi}{3}} \right) = \\ &= e^{2ti} \left(10 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) + 6 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right) \right) = \\ &= e^{2ti} \left(10 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) + 6 \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \right) = \\ &= e^{2ti} (5 + 5\sqrt{3}i - 3 - 3\sqrt{3}i) = e^{2ti} (2 + 2\sqrt{3}i) = \\ &= 4e^{2ti} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = 4e^{2ti} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = \\ &= 4e^{2ti} \cdot e^{i\frac{\pi}{3}} = 4e^{i\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)} = 4 \left(\cos \left(2t + \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(2t + \frac{\pi}{3} \right) \right). \end{aligned}$$

Уявною частиною суми $z_1(t)$ і $z_2(t)$ є $4\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$. Таким чином:

$$I_1(t) + I_2(t) = 4\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Відповідь: загальна сила струму в електричному колі дорівнює $I(t) = 4\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$.

У даній задачі комплексні числа відіграли роль засобу для розв'язання фізичної задачі.

Задача 2. Обчислити:

$$a^{2020} + \frac{1}{a^{2020}}, \text{ якщо } a^2 + a + 1 = 0. [6]$$

Ця задача може бути олімпіадною для школярів, які мають уявлення про існування комплексних чисел. Адже в множині дійсних чисел рівняння $a^2 + a + 1 = 0$ не має розв'язків, а тому вести мову про обчислення значення виразу для таких a не має сенсу. Її розв'язання може бути наступним.

Розв'язання. Використаємо формулу різниці кубів: $a^3 - 1 = (a - 1)(a^2 + a + 1)$. Звідки $a^3 = (a - 1)(a^2 + a + 1) + 1 = 1$, бо за умовою $a^2 + a + 1 = 0$.

Тоді

$$\begin{aligned} a^{2020} + \frac{1}{a^{2020}} &= (a^3)^{673} \cdot a + \frac{1}{(a^3)^{673} \cdot a} = \\ &= 1^{673} \cdot a + \frac{1}{1^{673} \cdot a} = \frac{a^2 + 1}{a} = \frac{(a^2 + a + 1) - a}{a} = -\frac{a}{a} = -1 \end{aligned}$$

(де $a \neq 0$).

Відповідь: -1.

Як бачимо розв'язання цікаве, оригінальне, вишукане. Однак для тих, хто знайомий з теорією комплексних чисел у межах шкільної програми, така задача стає тривіальною і зводиться до обчислення виразу зі змінною, коли задані значення цієї змінної. Інше розв'язання задачі може бути наступним.

Розв'яжемо рівняння $a^2 + a + 1 = 0$; $D = -3$;

$$\sqrt{D} = \sqrt{-3} = \sqrt{3}i; \quad a_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$a_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

За теоремою Вієта: $a_1 \cdot a_2 = 1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{a_2}$. За-

пишемо числа a_1 і a_2 в тригонометричній формі:

$$a_1 = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}; \quad a_2 = \cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}.$$

Обчислимо a_1^{2020} і a_2^{2020} , користуючись формулою Муавра:

$$\begin{aligned} a_1^{2020} &= \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)^{2020} = \\ &= \cos \frac{2\pi \cdot 2020}{3} + i \sin \frac{2\pi \cdot 2020}{3} = \\ &= \cos \frac{4040\pi}{3} + i \sin \frac{4040\pi}{3} = \\ &= \cos \left(1346\pi + \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(1346\pi + \frac{2\pi}{3} \right) = \\ &= \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2^{2020} &= \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right)^{2020} = \\ &= \cos \frac{4\pi \cdot 2020}{3} + i \sin \frac{4\pi \cdot 2020}{3} = \\ &= \cos \frac{8080\pi}{3} + i \sin \frac{8080\pi}{3} = \\ &= \cos \left(2692\pi + \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(2692\pi + \frac{2\pi}{3} \right) = \\ &= \cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Тоді } a_1^{2020} + \frac{1}{a_1^{2020}} = a_1^{2020} + a_2^{2020} =$$

$$\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -1.$$

Відповідь: -1.

Задача 3. Знайти суму ($x \neq \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$):

$$\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin (2n-1)x,$$

$$\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \dots + \cos (2n-1)x. [2]$$

Розв'язання. Розглянемо комплексне число $z = \cos x + i \sin x$ і піднесемо його до відповідного степеня $k = 3, k = 5, k = 7, \dots, k = 2n - 1$. Ско- риставшись формулами Муавра, матимемо:

$$z = \cos x + i \sin x; z^3 = \cos 3x + i \sin 3x;$$

$$z^5 = \cos 5x + i \sin 5x; \dots$$

$$z^{2n-1} = \cos (2n-1)x + i \sin (2n-1)x.$$

Додамо почленно отримані рівності:

$$z + z^3 + z^5 + \dots + z^{2n-1} = (\cos x + \cos 3x + \dots + \cos (2n-1)x) + i(\sin x + \sin 3x + \dots + \sin (2n-1)x).$$

Ліва частина рівності — сума n -перших членів геометричної прогресії ($b_1 = z$, $q = z^2$)

$$z + z^3 + z^5 + \dots + z^{2n-1} =$$

$$= \frac{z(z^{2n} - 1)}{z^2 - 1} = \frac{z^{2n+1} - z}{z^2 - 1} =$$

$$= \frac{\cos(2n+1)x + i \sin(2n+1)x - \cos x - i \sin x}{\cos 2x - 1 + i \sin 2x} =$$

$$= \frac{(\cos(2n+1)x - \cos x) + i(\sin(2n+1)x - \sin x)}{(\cos 2x - 1) + i \sin 2x} =$$

$$= \frac{-2 \sin(n+1)x \sin nx + 2i \sin nx \cos(n+1)x}{-2 \sin^2 x + 2i \sin x \cos x} =$$

$$= \frac{-\sin nx (\sin(n+1)x - i \cos(n+1)x)}{-\sin x (\sin x - i \cos x)} =$$

$$= \frac{\sin nx (\sin(n+1)x - i \cos(n+1)x) (\sin x + i \cos x)}{\sin x (\sin x - i \cos x) (\sin x + i \cos x)} =$$

$$= \frac{\sin nx (\sin(n+1)x \sin x - i \cos(n+1)x \sin x + i \sin(n+1)x \cos x + \cos(n+1)x \cos x)}{\sin x} =$$

$$= \frac{\sin nx ((\sin(n+1)x \sin x + \cos(n+1)x \cos x) + i(\sin(n+1)x \cos x - \cos(n+1)x \sin x))}{\sin x} =$$

$$= \frac{\sin nx (\cos nx + i \sin nx)}{\sin x} = \frac{\sin nx \cos nx}{\sin x} + i \frac{\sin^2 nx}{\sin x}.$$

Враховуючи означення рівності двох комплексних чисел, маємо:

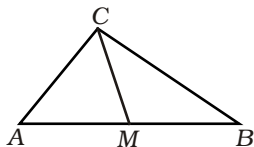
$$\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \dots + \cos (2n-1)x =$$

$$= \frac{\sin nx \cos nx}{\sin x} = \frac{\sin 2nx}{2 \sin x};$$

$$\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin (2n-1)x =$$

$$= \frac{\sin^2 nx}{\sin x}, \text{ де } n \in \mathbb{N}.$$

Задача 4. Доведіть, що сума квадратів двох сторін трикутника дорівнює сумі подвоєного квадрата медіани, проведеної до його третьої сторони, і половини квадрата цієї сторони [7].



Розв'язання. Нехай комплексні координати вершини трикутника ABC — відповідно дорівнюють a, b, c і CM — медіана трикутника ABC .

$$\text{Треба довести, що } AC^2 + CB^2 = 2CM^2 + \frac{1}{2}AB^2.$$

Оскільки вектори $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}, \overline{CM}$ мають комплексні координати $c - a, c - b, b - a, c - \frac{a+b}{2}$ відповідно, то

$$|\overline{AC}|^2 + |\overline{CB}|^2 = |c - a|^2 + |c - b|^2 =$$

$$= (c - a)(\overline{c - a}) + (c - b)(\overline{c - b}) = c\overline{c} - c\overline{a} - a\overline{c} + a\overline{a} +$$

$$+ c\overline{c} - c\overline{b} - b\overline{c} + b\overline{b} = 2c\overline{c} - c\overline{a} - c\overline{b} - a\overline{c} + a\overline{a} - b\overline{c} + b\overline{b};$$

$$2|\overline{CM}|^2 + \frac{1}{2}|\overline{AB}|^2 = 2\left(c - \frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right)\left(\overline{c} - \frac{\overline{a}}{2} - \frac{\overline{b}}{2}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}(a - b)(\overline{a} - \overline{b}) =$$

$$= 2\left(c\overline{c} - \frac{c\overline{a}}{2} - \frac{c\overline{b}}{2} - \frac{a\overline{c}}{2} + \frac{a\overline{a}}{4} + \frac{a\overline{b}}{4} - \frac{b\overline{c}}{2} + \frac{b\overline{a}}{4} + \frac{b\overline{b}}{4}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}(a\overline{a} - a\overline{b} - b\overline{a} + b\overline{b}) = 2c\overline{c} - c\overline{a} - c\overline{b} - a\overline{c} + a\overline{a} - b\overline{c} + b\overline{b}.$$

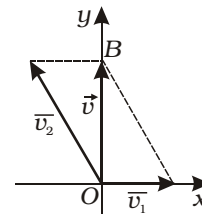
Звідки отримуємо, що

$$AC^2 + CB^2 = 2CM^2 + \frac{1}{2}AB^2.$$

Задача 5. Яку швидкість повинен розвинути катер, щоб при швидкості течії ріки, рівної 1,2 м/с, він рухався перпендикулярно до берега зі швидкістю 3,2 м/с? [7]

Розв'язання. Зазвичай задача розв'язується в такий спосіб. При русі катера на його швидкість v впливають як швидкість течії ріки v_1 , так і швидкість, що надає катеру мотор v_2 . Причому $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Із трикутника OAB (рис.) за теоремою Піфагора маємо:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + v^2} = \sqrt{1,2^2 + 3,2^2} \approx 3,4 \text{ (м/с)}.$$



За допомогою комплексних чисел задача розв'язується так: із рис. видно, що $\vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{v}_1$.

Але вектору \vec{v}_1 відповідає число v_1 , а вектору \vec{v} — число iv , тоді вектору \vec{v}_2 відповідає число $-v_1 + iv$. Звідси швидкість знаходиться як модуль комплексного числа $-v_1 + iv$, тобто

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + v^2} = \sqrt{1,2^2 + 3,2^2} \approx 3,4 \text{ (м/с)}.$$

Задача 6. Під дією напруги

$$U(t) = 220 \sin\left(\omega t + \frac{5\pi}{18}\right)$$

в колі проходить струм

$$I(t) = 10 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{18}\right).$$

Знайдіть активний та реактивний опори. [1]

Розв'язання. Для розв'язання цієї задачі треба знати, що таке активний та реактивний опори. Аналогічно до того, як вводиться комплексне число для сили струму, вводяться комплексні числа і для напруги, і для опору (їх ще називають комплексною напругою, комплексним опором). Дійсна частина комплексного опору — це активний опір, а уявна — реактивний опір. Тому план розв'язання задачі буде таким.

Як і в попередніх задачах, розглянути комплексні числа для сили струму, напруги, а комплексне число, яке буде часткою введених і буде характеризувати комплексний опір. Треба знайти дійсну та уявну частини цього числа.

Введемо комплексні числа:

$$z_I(t) = 10 \left(\cos \left(\omega t - \frac{\pi}{18} \right) + i \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{18} \right) \right) -$$

комплексний струм;

$$z_U(t) = 220 \left(\cos \left(\omega t + \frac{5\pi}{18} \right) + i \sin \left(\omega t + \frac{5\pi}{18} \right) \right) -$$

комплексна напруга. Запишемо комплексний опір:

$$\begin{aligned} z_R(t) &= \frac{z_U}{z_I} = \frac{220 \left(\cos \left(\omega t + \frac{5\pi}{18} \right) + i \sin \left(\omega t + \frac{5\pi}{18} \right) \right)}{10 \left(\cos \left(\omega t - \frac{\pi}{18} \right) + i \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{18} \right) \right)} = \\ &= 22 \left(\cos \left(\frac{6\pi}{18} \right) + i \sin \left(\frac{6\pi}{18} \right) \right) = 22 \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 11 + 11\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Тоді активний опір 11 Ом, реактивний $11\sqrt{3}$ Ом.

Добірка задач для самостійного розв'язування

Коло змінного струму містить два ланцюги, що з'єднані паралельно. По них проходить струм, сила якого виражається відповідно формулами

$$I_1(t) = 2 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ і } I_2(t) = 1 \sin \left(\omega t + \frac{7\pi}{6} \right).$$

Знайти загальну силу струму в електричному колі. [1]

Доведіть рівність ($x \neq \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$):

$$\begin{aligned} \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin nx &= \\ = \frac{\sin \frac{nx}{2} \sin \frac{(n+1)x}{2}}{\sin \frac{x}{2}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x + \dots + \cos nx &= \\ = \frac{\cos \frac{nx}{2} \sin \frac{(n+1)x}{2}}{\sin \frac{x}{2}}. \quad [2] \end{aligned}$$

На одній із станцій метро швидкість руху ескалатора дорівнює 0,8 м/с. Визначте горизонтальну та вертикальну складові швидкості і глибину

тунелю метро, якщо ескалатор рухався під кутом 30° і піднімає людину за 150 секунд. [7]

В електричному колі протікає гармонічний струм $i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) = 5\sqrt{2} \cdot \sin(10^3 t + 90^\circ)$, на затискачах кола зафіксована напруга $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(10^3 t + 45^\circ)$. Визначити опір кола. [5]

За допомогою комплексних чисел доведіть, що середини сторін довільного чотирикутника утворюють паралелограм. [7]

Наведені вище приклади розв'язування різних за змістом задач вказують на те, що комплексні числа, так само як координатний, векторний та інші методи, є ще одним окремим методом (засобом) для розв'язання задач не тільки з математики, а й з суміжних наук.

Суть такого методу в основному полягає у виконанні таких дій:

Задачу, яку сформульовано мовою розглядуваної навчальної дисципліни, слід «перекласти на мову» комплексних чисел, тобто вибудувати математичну модель до сформульованої задачі мовою комплексних чисел.

Користуючись знаннями про комплексні числа, дослідити вказану модель і отримати очікувані результати.

Результати розв'язання «перекласти» з мови комплексних чисел на мову задачі, дослідити розв'язки, сформулювавши відповідь.

З таким методом учнів старшої профільної школи треба ознайомлювати, оскільки це сприяє розвитку їх математичної компетентності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бродський Я. Про електричний струм, похідну та комплексні числа / Яків Бродський, Анатолій Сліпенко // У світі математики. — 2002. — Вип. 1. — С. 1 — 8.
2. Буковська О. І. Комплексні числа. — Х.: Вид. група «Основа», 2004. — 112 с. — (Б-ка ж. «Математика в школах України»; Вип. 9 (21)).
3. Навчальна програма з математики для учнів 10 — 11 класів (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika-pogliblivenfinal.docx>
4. Навчальна програма з математики для учнів 10 — 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (для класів з поглибленим вивченням математики) <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>
5. Паскаленко В. М., Стрелковська І. В., Шкуліпа А. В. Комплексні числа: Методичний посібник для студентів технічних факультетів усіх форм навчання. — Одеса: Одеська національна академія зв'язку ім. О. С. Попова, 2004. — 40 с.
6. Сухойваненко Л. Ф. Елементарна математика: Навчальний посібник. — Харків: ФОП Панов А. М., 2018. — 76 с.
7. Шаран О. В. Комплексні числа та їх застосування (10 — 11 класи) / О. В. Шаран // Математика в школі. — 2004. — № 6. — С. 46 — 49. — (Програми курсів за вибором).

«МАТЕМАТИЧНА КАРУСЕЛЬ»

НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ У 5 КЛАСІ

Людмила БУРАК — методист РМК, вчитель ЗОШ № 3, м. Малин Житомирської області

Стаття покликана зекономити час учителям математики для режисури гри «Математична карусель» на уроках у 5 класі. Її можна використати в роботі вчителям математики під час підготовки до тематичних контрольних робіт. Завдання скомпоновані за темами та за рівнями, зручно вписані в картки, які можна вирізати й використовувати в навчальному процесі. Всі завдання розв'язані, що дасть змогу швидко перевіряти результати гри.

Як школа має адаптувати учнів до реального життя та яку роль вона відіграє в ньому? Це питання постійно ставлю собі як учитель математики, воно хвилює моїх учнів, його обговорюють батьки, висуває держава як одну з головних проблем забезпечення якісної освіти. Щоб освіта була якісною, свою педагогічну діяльність вважаю за доцільне спрямовувати не лише на засвоєння учнями знань, предметних умінь і навичок, а й на засвоєння ними способів, методів і прийомів роботи, на розвиток здібностей у пізнанні нового, на створення умов для розвитку самостійності та набуття ще в шкільному віці досвіду вирішення проблем, реалізації своїх намагань як в освітній діяльності, так і загалом у суспільстві [3].

Гра, як відомо, є найприроднішою і найпривабливішою діяльністю для школярів. Ще К. Д. Ушинський писав: «Зробити серйозне заняття для дитини цікавим — ось завдання навчання. Кожна здорова дитина потребує діяльності і до того ж серйозної діяльності».

Цілком природно, що саме у грі слід шукати приховані можливості для успішного засвоєння учнями математичних ідей, понять, формування необхідних умінь і навичок. Гра виховує почуття відповідальності, колективізму. Коли я використовую на уроці елементи гри, то в класі створюється доброзичлива обстановка, бадьорий настрій, бажання вчитися. Якщо спочатку учень зацікавиться лише грою, то дуже швидко його вже цікавитиме пов'язаний з нею матеріал, у нього виникає потреба вивчити, зрозуміти, запам'ятати цей матеріал, тобто він почне готуватися до участі у грі.

© Бурак Л. А., 2019

Дидактичні ігри на уроках математики можна використовувати для повнішого і глибшого їх засвоєння, формування обчислювальних, графічних умінь та навичок, розвитку основних прийомів мислення, розширення кругозору. Не секрет, що систематичне використання ігор підвищує ефективність навчання.

При цьому важливо дотримуватися основних закономірностей доречного використання дидактичних ігор [7].

Основні структурні компоненти дидактичної гри — ігровий задум, правила, ігрові дії, пізнавальний зміст або дидактичні задачі, обладнання, результат гри.

Суттєва ознака дидактичної гри — наявність чітко поставленої мети навчання і відповідного їй педагогічного результату, котрі можуть бути обґрунтовані, виділені в явному вигляді і характеризуються навчально-пізнавальною спрямованістю.

Усі структурні елементи дидактичної гри взаємопов'язані і відсутність одного з них руйнує гру. При підготовці до уроку, який містить дидактичну гру, необхідно: скласти коротку характеристику ходу гри (сценарій), вказати часові межі гри, врахувати рівень знань і вікові особливості учнів, реалізувати мету уроку.

Уроки узагальнення та систематизації знань проходять у вигляді дидактичної гри-змагання «Математична карусель». Гра проводиться протягом 45 хвилин, сприяє повторенню, корекції та більш глибокому усвідомленню навчального матеріалу, а також підготовці до контрольної роботи. Протягом перших 3 хвилин — організаційні моменти гри (вибір капітанів, членів команд, членів журі, нагадування правил, придумування назв команд, встановлення черговості гравців у командах), по завершенню гри — підбиття підсумків із відповідним оцінюванням та 5 — 7 хвилин для аналізу помилок чи недоліків, допущених командами під час розв'язування вправ.

Зазвичай капітанів призначає вчитель із бажаних або тих, які пропонують однокласники. Далі по черзі вони самостійно включають до своєї команди решту гравців. Ще 2 — 3 учні — є членами журі, та 1 чи

2 — помічниками членів журі для ведення протоколу — таблиці на дошці.

Капітани стежать за дотриманням правил гри у команді, послідовністю круговерті в своїй каруселі, відповідають за прийняті командою рішення. Роботу капітанів обов'язково оцінює вчитель і вербально і кількісно при підбитті підсумків уроку. Капітани, в свою чергу, оцінюють тих членів команди, робота яких найбільш вплинула на результат роботи команди в цілому. Капітани пояснюють виставлення оцінок членам своїх команд.

Школа має давати дитині різні вміння та компетентні навички. Декан факультету суспільних наук УКУ зі Львова Володимир Турчиновський зазначає: «Випускників американських вишів готують до того, що їм доведеться за своє життя змінювати до 20 різних професій. Поки що я і сам не можу усвідомити, як це можливо. Але вже зрозуміло, що знання, які отримують сучасні учні, мають бути універсальними».

Тому ролі капітанів, членів журі та їх помічників змінні. Це дає змогу учням краще усвідомити правила, оцінити командну роботу, сприяє розвитку лідерських якостей, умінню бути об'єктивними, вмінню приймати рішення, обирати тактику круговерті.

Мета базової загальної середньої освіти: розвиток та соціалізація особистості учнів. *Засіб* — запровадження компетентнісного підходу шляхом формування предметних і ключових компетентностей [2]. Уроки-змагання «Математична карусель» направлені на отримання *кінцевого результату* навчання математики в основній школі — формування предметної математичної компетентності, сутнісний опис якої подано у розділі «Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності» програми. Формування зазначеної компетентності підпорядковується реалізації загальних завдань шкільної математичної освіти. Тому контент дидактичних ігор, у тому числі змагання «Математична карусель», я добираю відповідно до програми.

Уроки-змагання «Математична карусель» роблять певний внесок і у формування ключових компетентностей. Адже під час такого уроку учням доводиться діяти за алгоритмом, визначати достатність даних для розв'язування задачі (Інформаційно-цифрова компетентність), відбирати й застосовувати потрібні знання, доводити правильність власного судження або визнавати помилковість (*уміння вчитися впродовж життя*), аналізувати, прогнозувати, ухвалювати

оптимальні рішення (*ініціативність і підприємливість*); висловлювати власну думку, слухати і чути інших, співпрацювати в команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі (*соціальна і громадянська компетентності*) [1].

Гра в команді дає можливість розвивати вміння, що є важливими для всіх компетентностей: критичне мислення; виявляти ініціативу; уміння вирішувати проблеми, оцінювати ризики та приймати рішення; уміння конструктивно керувати емоціями; застосовувати емоційний інтелект; здатність співпрацювати в команді.

Під час проведення уроків «Математична карусель» я відчуваю відповідальність за виховання в учнів чотирьох найважливіших аспектів у людському житті.

Співчуття, оскільки що може бути важливішим за здатність поставити себе на місце іншої людини та розуміння, що ваші дії можуть нашкодити іншим.

Скромності, яка дає змогу нам бути задовленими собою й мати більш реалістичне уявлення про речі і людей, які вас оточують.

Відповідальності за свої щоденні дії, бо є важливі речі в житті, за які варто боротися, і саме тому важливо бути відповідальними і завжди намагатися вдосконалюватися.

Самооцінки, адже людина, яка має високу самооцінку, сильна і добра.

Тому впродовж гри я підтримую й хвалю учнів, підказую, направляю, даю вказівки, щоб допомогти їм вчитися на помилках. Заохочую поведінку, підштовхую їх ризикувати з упевненістю і знанням того, що невдача — це не погано; а завдяки власним зусиллям і командній грі вони можуть перемогти.

Дуже важливо, щоб діти усвідомлювали, що все в житті вимагає зусиль, і один зі шляхів до щастя — навчитися цінувати прості речі.

Правила

«Математичної каруселі»

Математична карусель — командне змагання. Кожна команда має у своєму складі 5 — 7 гравців (зазвичай, це три команди). Частина учасників команди під час каруселі перебуває на так званому **вихідному рубежі**, решта команди — на **заліковому рубежі**. Поки змагання триває, деякі учасники переходять із початкового рубежу на заліковий, а інколи — навпаки. Учасники, що перебувають на різних рубежах, не повинні спілкуватися між собою. Тому зазвичай гравців початкового та залікового рубежу розміщують на деякій відстані один від одного.

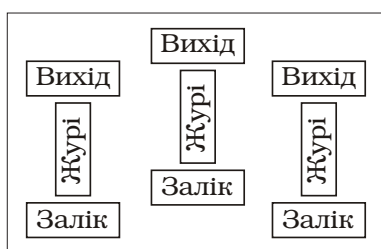


Схема розміщення столів
для команд під час проведення
«Математичної каруселі»

Спершу всі гравці команди розташовуються на вихідному рубежі в певному порядку — від учасника № 1 до учасника № 6. Порядок/нумерацію учасників команда визначає сама перед початком каруселі. За сигналом початку змагання кожній команді на картці видають першу задачу. Коли команда розв'язала задачу, вона пише відповідь до неї (лише відповідь — повне розв'язання і доведення наводити не треба). Папірець команда повертає члену журі, який перевіряє відповідь. Якщо відповідь неправильна, нічого не відбувається, команда просто отримує наступну задачу. Якщо відповідь правильна, один із членів команди — № 1 — переходить із вихідного рубежу на заліковий.

Далі гравці на початковому й заліковому рубежах працюють незалежно. І тим, й іншим видають щоразу нові задачі. Якщо гравці вихідного рубежу надали правильну відповідь до чергової задачі, один із них — той, хто був першим у черзі, — переходить на заліковий рубіж (і сідає в кінець черги залікового рубежу). Якщо ж гравці залікового рубежу дали неправильну відповідь, той гравець, хто був першим у черзі, залікового рубежу, переходить назад на початковий рубіж (і сідає в кінець черги початкового рубежу). Таким чином, гравці команди переміщуються між початковим і заліковим рубежами в спосіб, що нагадує катання на каруселі. Якщо на початковому рубежі до задачі дається неправильна відповідь або на заліковому — правильна, всі гравці залишаються на своїх місцях.

Суттєва різниця між вихідним і заліковим рубежами полягає в тому, що за правильну відповідь задачі на заліковому рубежі команда отримує в свій залік певні бали, якщо ж надана правильна відповідь задачі на початковому рубежі, то єдина користь для команди — можливість відрядити ще одного учасника на заліковий рубіж. Бали на заліковому рубежі нараховують у такий спосіб: за першу правильну відповідь дають 3 бали, за другу — 4, і за кожен наступну

— на бал більше, ніж за попередню. Ланцюжок, однак, обривається, коли на якусь із задач було дано неправильну відповідь. Тоді за наступну задачу, якщо на неї буде дано неправильну відповідь, команда отримує 5 очок, якщо ця (на яку дали неправильну відповідь) коштувала 6 очок або більше; 4 бали, якщо ця коштувала 5; 3 бали, якщо ця коштувала 4 або 3 бали. Ціна наступних задач знов зростає на 1 (поки команда дає на них правильні відповіді). Таким чином, після ланцюжка з шести правильних відповідей, однієї неправильної та ще трьох правильних відповідей команда отримує $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 0 + 5 + 6 + 7$ балів, а після серії з чотирьох правильних відповідей, двох неправильних і ще однієї правильної відповіді на задачі $3 + 4 + 5 + 6 + 0 + 0 + 4$ бали (зауважте: за останню задачу команді нараховали 4 бали, бо попередня — шоста задача — коштувала 5 балів).

Нову задачу гравцям на певному рубежі видають тоді, коли вони дали відповідь (правильну або неправильну) до попередньої задачі. Якщо команда на рубежі не в змозі розв'язати ту чи іншу задачу, вона може зробити відмову. Тоді бал за наступну задачу не знижується (таких відмов може бути мінімум або й зовсім відсутні).

Задачі видаються в порядку, спільному для всіх команд.

Кількість задач на обох рубежах обмежено. Задачі для початкового й залікового рубежів різні. Гра вважається закінченою для команди, якщо:

- закінчився час гри;
- закінчилися задачі на заліковому рубежі;
- закінчилися задачі на вихідному рубежі, а на заліковому немає жодного гравця.

Гра закінчується, коли вона закінчилася для всіх команд. Час гри, кількість вихідних та залікових задач та відмов заздалегідь обумовлюються.

Результат команди — це сума очок, які вона отримала за правильно розв'язані на заліковому рубежі задачі.

Поки карусель триває, ведуть її протокол: записують бали, що отримала кожна команда за кожен із задач залікового рубежу. Це робиться безпосередньо на дошці. Кожен член команди повинен мати змогу дізнатися про проміжні результати.

За певний час до завершення гри оновлення протоколу можуть припинити (що інколи позитивно впливає на мотивацію команд, які мають суттєвий відрив від лідера).

Тема «Порівняння натуральних чисел. Додавання та віднімання натуральних чисел та їх властивості»

ВИХІД 1. Запиши цифрами число десять мільярдів сімдесят тисяч п'ять	ВИХІД 9. Запиши число, в якого 2 мільйони 15 тисяч 3 сотні 1 десяток
ВИХІД 2. Запиши число, яке на 7 більше від найбільшого чотирицифрового числа	ВИХІД 10. Яке число більше від числа 37 050 на 1125?
ВИХІД 3. Чому дорівнює сума чисел 489 703 і 20 401 037?	ВИХІД 11. Знайди різницю чисел 37 864 003 і 8 076 250
ВИХІД 4. Знайди всі цифри, які можна поставити замість зірочки, щоб одержати правильну нерівність $4952 > 495*$	ВИХІД 12. Порівняй числа і запиши результат за допомогою знаків $>$ чи $<$: 2 м чи 21 дм?
ВИХІД 5. Що більше? Запиши відповідь за допомогою одного зі знаків $<$ чи $>$: 4 т 2 ц чи 41 ц	ВИХІД 13. Учень задумав число, що закінчується цифрою 8. Знайди це число, якщо воно більше за 211, але менше від 225
ВИХІД 6. Обчисли, на скільки число 48 234 більше від 42 627	ВИХІД 14. Знайди всі цифри, які можна поставити замість зірочки, щоб одержати правильну нерівність $4*29 < 4301$
ВИХІД 7. Обчисли значення виразу $a - 5792$, якщо $a = 8397$	ВИХІД 15. В одній цистерні 52 л бензину, а в іншій — на 18 л менше. Скільки літрів бензину у двох цистернах разом?
ВИХІД 8. Як зміниться сума, якщо один із доданків збільшити на 5, а другий зменшити на 7?	ВИХІД 16. Спрости вираз $(39 + x) + 171$

ЗАЛІК 1. Порівняй значення виразів, заповнивши пропуски знаками $<$, $>$ або $=$: $37 \cdot 8 + 11 \cdot 8 \dots (37 + 11) \cdot 7$	ЗАЛІК 9. Напиши трицифрове число, у якого цифра сотень у 3 рази більша за цифру десятків і на 4 менша від цифри одиниць
ЗАЛІК 2. Запиши число, яке на 5 менше від найменшого чотирицифрового числа	ЗАЛІК 10. В овочесховищі було 313 т картоплі. У понеділок привезли на 176 т більше, ніж було в овочесховищі, а у вівторок — на 43 т менше, ніж привезли в понеділок. Скільки тонн картоплі стало в овочесховищі?
ЗАЛІК 3. Пшениці зібрали 285 453 т, що на 9876 т більше, ніж жита. Скільки тонн пшениці та жита зібрали разом?	ЗАЛІК 11. Знайди закономірність і продовжид ряд чисел (записати три наступні числа ряду): 9837, 9835, 9836, 9834, 9835
ЗАЛІК 4. У трьох п'ятих класах 100 учнів. У 5-А і 5-Б 65 учнів, а в 5-А і 5-В — 66. Скільки учнів у кожному класі?	ЗАЛІК 12. Як зміниться різниця двох чисел, якщо зменшуване збільшити на 341, а від'ємник зменшити на 243?
ЗАЛІК 5. Знайди суму двох доданків, один із яких дорівнює 18 492, а другий на 793 більший за перший	ЗАЛІК 13. Порівняй числа: $1 * 2 * 3$ і $* 999$
ЗАЛІК 6. Використовуючи властивості віднімання, спрости вираз $(y + 327) - 100$	ЗАЛІК 14. Знайди значення виразу, обираючи зручний порядок обчислення $9372 - (1372 + 999)$
ЗАЛІК 7. Як зміниться різниця, якщо зменшуване зменшити на 5, а від'ємник зменшити на 2?	ЗАЛІК 15. Яке найменше чотирицифрове число можна написати, використовуючи по одному разу цифри 6, 8, 0 і 3?
ЗАЛІК 8. Скільки є натуральних чисел, замінивши якими букву a , отримаємо правильну подвійну нерівність $5317 < a < 5328$?	ЗАЛІК 16. У числах кілька цифр замінено на зірочки. Порівняй ці числа: $**99$ і $11***$

Відповіді з теми «Порівняння натуральних чисел. Додавання та віднімання натуральних чисел та їх властивості»

Вихід				Залік			
1	10 000 070 005	9	2 015 003 010	1	$37 \cdot 8 + 11 \cdot 8 > > (37 + 11) \cdot 7$	9	317
2	10 006	10	38 175	2	995	10	1248 т
3	20 890 740	11	29 787 753	3	361 030 т	11	9833, 9834, 9832
4	0, 1	12	2 м < 21 дм	4	30 уч., 34 уч., 35 уч.	12	Збільшиться на 98
5	4 т 2ц > 41 ц	13	218	5	34 777	13	$1 \cdot 2 \cdot 3 > *999$
6	5 607	14	0, 1, 2	6	$y - 227$	14	701
7	2605	15	86 л	7	Зменшиться на 2	15	3068
8	Зменшиться на 2	16	$210 + x$	8	10	16	$**99 < 11***$

Тема «Множення і ділення натуральних чисел. Степінь натурального числа. Ділення з остачею»

ВИХІД 1. Подай у вигляді степеня добуток $17 \cdot 17 \cdot 17$	ВИХІД 2. Обчисли зручним способом $4 \cdot 89 \cdot 25$
ВИХІД 3. Знайди частку чисел 3 857 і 19	ВИХІД 9. Спрости вираз $49a - 15a$?
ВИХІД 4. Спрости вираз $8 \cdot 7 \cdot x$	ВИХІД 10. Обчисли добуток чисел 325 і 3007
ВИХІД 5. Обчисли значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення $17 \cdot 927 - 17 \cdot 827$	ВИХІД 11. Обчисли значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення $17 \cdot 927 - 17 \cdot 73$
ВИХІД 6. Подай у вигляді добутку степінь 32^5	ВИХІД 12. Спрости вираз $6y + 3y - y$
ВИХІД 7. Яку остачу отримаємо при діленні 29 на 5?	ВИХІД 13. Знайди значення виразу $6^2 - 5$
ВИХІД 8. Обчисли зручним способом $50 \cdot 15 \cdot 2$	ВИХІД 14. Виконай ділення з остачею $518 : 15$
ВИХІД 15. Виконай множення $310 \cdot 4000$	ВИХІД 16. Подай у вигляді добутку степінь p^4
ЗАЛІК 1. Знайди значення виразу $15^2 : 5 + 2^4 \cdot 3$	ЗАЛІК 9. Обчисли $96 - 2^3 \cdot 6$
ЗАЛІК 2. Вирази ділене через неповну частку, дільник і остачу у вигляді рівності $a = bq + r$ для частки $92 : 7$	ЗАЛІК 10. При діленні 749 на інше число отримали неповну частку 24 і остачу 5. Знайди дільник
ЗАЛІК 3. До свята купили 5 кг цукерок і 8 кг печива, заплативши за всю покупку 137 грн. Скільки коштує 1 кг печива, якщо 1 кг цукерок коштує 13 грн?	ЗАЛІК 11. З одного селища в різних напрямках одночасно виїхали два мотоциклісти. Один із них рухався зі швидкістю 65 км/год, а другий — 72 км/год. Яка буде відстань між ними через 5 год після початку руху?
ЗАЛІК 4. Не виконуючи дій, порівняй вирази: $11 \cdot (752 + 759)$ і $11 \cdot 752 + 10 \cdot 759$	ЗАЛІК 12. Знайди значення виразу $(2^4 + 5) : (3^2 - 2)$
ЗАЛІК 5. Обчисли зручним способом $23 \cdot 48 - 35 \cdot 23 + 77 \cdot 13$	ЗАЛІК 13. Як зміниться частка, якщо ділене збільшити у 8 разів, а дільник збільшити у 2 рази?

ЗАЛІК 6. Відстань між двома станціями 24 км. З цих станцій одночасно в одному напрямку вийшли два потяги. Попереду йшов потяг зі швидкістю 58 км/год, позаду – зі швидкістю 64 км/год. Через скільки годин після початку руху один потяг наздожене інший?	ЗАЛІК 14. Волейбольну секцію відвідують 45 учнів, що втричі менше, ніж баскетбольну і хокейну секції разом, а футбольну секцію відвідують удвічі менше учнів, ніж волейбольну, хокейну і баскетбольну секції разом. Скільки всього учнів відвідують ці спортивні секції?
ЗАЛІК 7. На одну вантажівку можна навантажити 3 т вантажу. Скільки треба вантажівок, щоб перевезти 22 т вантажу?	ЗАЛІК 15. Як зміниться добуток двох чисел, якщо один із множників збільшити у 8 разів, а другий – збільшити у 2 рази?
ЗАЛІК 8. Як зміниться добуток двох чисел, якщо один із множників збільшити у 8 разів, а другий – зменшити у 2 рази?	ЗАЛІК 16. Якою цифрою закінчується число 1002^3 ?

**Відповіді з теми «Множення і ділення натуральних чисел.
Степінь натурального числа. Ділення з остачею»**

Вихід				Залік			
1	17^3	9	$34a$	1	93	9	48
2	8 900	10	977 275	2	$92 = 13 \cdot 7 + 1$	10	31
3	203	11	17 000	3	9	11	685
4	$56x$	12	$8y$	4		12	3
5	1700	13	31	5	1300	13	Збільшиться у 4 рази
6	$32 \cdot 32 \cdot 32 \times$ $\times 32 \cdot 32$	14	$518 =$ $= 34 \cdot 15 + 8$	6	3	14	270
7	4	15	1 240 000	7	8	15	Збільшиться у 16 разів
8	1500	16	$p \cdot p \cdot p \cdot p$	8	Збільшиться у 4 рази	16	8

**Тема «Числові та буквені вирази. Формули.
Рівняння. Текстові задачі»**

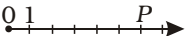
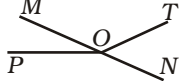
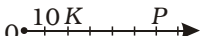
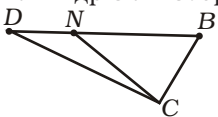
ВИХІД 1. Магазин продав за перший день 12 флешок, а за другий – на t флешок менше. Скільки флешок продав магазин другого дня?	ВИХІД 2. Книжка має 120 сторінок. Скільки сторінок має читати Павлик щодня, якщо хоче прочитати книжку за 10 годин?
ВИХІД 3. При якому значенні a значення виразу $78 + a$ дорівнює 353?	ВИХІД 9. При якому значенні змінної буде правильною рівність $a : 209 = 256$
ВИХІД 4. Ціна книжки 35 грн. Яка вартість 7 книжок?	ВИХІД 10. Обчислити значення y за формулою $y = 6x + 4$, якщо $x = 7$
ВИХІД 5. Розв'язати рівняння $180 \cdot x = 4680$	ВИХІД 11. Знайти значення виразу $a - (b + 7)$, якщо $a = 49$, $b = 12$
ВИХІД 6. Яку відстань проїде автомобіль, що рухається 5 годин зі швидкістю 102 км/год?	ВИХІД 12. За 5 кг цукерок заплатили 310 грн. Яка ціна цукерок?
ВИХІД 7. Яке з чисел 3, 5 чи 8 є коренем рівняння $18 - (x - 4) = 17$?	ВИХІД 13. Розв'язати рівняння $180 \cdot x = 0$
ВИХІД 8. Складіть буквений вираз: добуток числа 15 і різниці чисел s і 9	ВИХІД 14. Робітник працював 2 год. Якою є його продуктивність праці, якщо за ці 2 год він виготовив 16 деталей?

ВИХІД 15. Швидкість катера в стоячій воді становить 35 км/год, а швидкість течії річки — 2 км/год Яку відстань проходить катер за 2 год за течією річки?	ВИХІД 16. Швидкість катера в стоячій воді становить 35 км/год, а швидкість течії річки — 2 км/год Яка швидкість катера проти течії річки?
ВИХІД 17. Принтер друкує з продуктивністю 7 сторінок за хвилину. Скільки сторінок надрукує він за 8 хвилин?	ВИХІД 18. Записати формулу, за якою можна обчислити швидкість v , рухаючись з якою туристи подолають відстань s за час t .
ЗАЛІК 1. Обчисли значення виразу $16b + 4b - 55$, якщо $b = 43$	ЗАЛІК 9. При якому значенні змінної правильна рівність $10a + a - 7a = 1544$
ЗАЛІК 2. При якому значенні p буде правильною рівність $5p + 4p = 72$?	ЗАЛІК 10. Сума двох чисел 195. Знайдіть ці числа, якщо одне з них у 4 рази більше за інше
ЗАЛІК 3. У кошику було кілька грибів. Після того як у неї поклали 25 грибів, їх стало 72. Скільки грибів було в кошику спочатку?	ЗАЛІК 11. Першого дня виставу подивились на 120 глядачів менше, ніж другого. За два дні виставу подивилися 960 глядачів. Скільки глядачів було на виставі першого дня?
ЗАЛІК 4. Учень придбав 6 наклейок за a копійок за наклейку і ще в нього залишилося 89 коп. Скласти буквенний вираз для обчислення грошей, які були в учня?	ЗАЛІК 12. У перший день майстер уклав 8 м^2 керамічної плитки, у другий на $b \text{ м}^2$ більше, ніж у перший, а у третій – втричі більше, ніж у другий. Скільки квадратних метрів керамічної плитки було укладено майстром за ці три дні разом? Скласти буквенний вираз
ЗАЛІК 5. Розв'яжи рівняння $(2975 + x) - 4598 = 7459$	ЗАЛІК 13. Автомобіль проїхав 120 км за 2 години. За скільки годин він проїде s км, якщо їхатиме з тією самою швидкістю? Складіть вираз для розв'язання задачі
ЗАЛІК 6. Товарний потяг, що рухається зі швидкістю 50 км/год, долає деяку відстань за 11 год. За скільки годин він подолає цю відстань, якщо збільшить швидкість на 5 км/год?	ЗАЛІК 14. На першій полиці на 6 книжок менше, ніж на другій полиці, й удвічі менше, ніж на третій. Скільки книжок на кожній полиці, якщо на трьох полицях усього 42 книжки?
ЗАЛІК 7. На склад привезли 42 ящики, у кожному з яких по 25 кг яблук, і 54 ящики, у кожному з яких по 42 кг яблук. Склади числовий вираз для обчислення маси всіх завезених яблук	ЗАЛІК 15. Автомобіль перші a годин їхав зі швидкістю 70 км/год, а потім — b годин зі швидкістю 80 км/год. Склади вираз для обчислення шляху
ЗАЛІК 8. Розв'яжіть рівняння $765 - 3x = 324$	ЗАЛІК 16. Сума двох чисел 740. Знайди ці числа, якщо одне з них утричі більше за друге

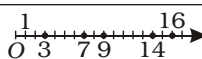
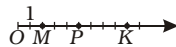
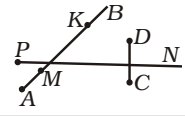
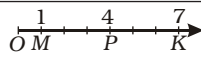

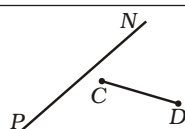
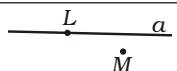
Відповіді з теми «Числові та буквені вирази. Формули. Рівняння. Текстові задачі»

Вихід				Залік			
1	$12 - t$	10	46	1	805	9	386
2	12	11	30	2	8	10	29
3	275	12	62	3	47	11	540
4	245	13	0	4	$6a + 89$	12	$40 + 4b$
5	26	14	8	5	9 082	13	$S : 60$
6	510	15	74	6	10	14	9
7	5	16	33	7	$42 \cdot 25 + 54 \cdot 42$	15	$70a + 80b$
8	$15(c - 9)$	17	56	8	147	16	185
9	53 504	18	$v = s : t$				

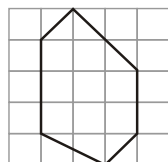
**Тема «Відрізок. Промінь, пряма. Координатний промінь. Шкала.
Задачі на всі дії з натуральними числами»**

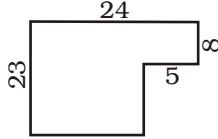
ВИХІД 1. Скільки прямих можна провести через дві точки?	ВИХІД 3. Знайди відстань між точками $A(7)$ і $B(21)$
ВИХІД 2. На координатному промені ліворуч від точки $K(9)$ чотири рази відклали одиничний відрізок і отримали точку M . Яка координата точки M ?	ВИХІД 9. Накресли пряму a . Познач точку L , що належить прямій a , та точку M , яка цій прямій не належить
ВИХІД 4. Точка K ділить відрізок AB на два відрізки $AK = 30$ мм і $KB = 4$ см. Яка довжина відрізка AB у сантиметрах?	ВИХІД 10. Скільки відрізків зображено на рисунку? 
ВИХІД 5. Накресли координатний промінь. За одиничний відрізок візьми 2 клітинки. Познач на ньому точки $M(1)$, $P(4)$, $K(7)$	ВИХІД 11. Маса 5 ящиків слив і 2 ящиків яблук разом становить 92 кг. Маса ящика яблук 16 кг. Яка маса одного ящика слив?
ВИХІД 6. На координатному промені праворуч від точки $M(5)$ чотири рази відклали одиничний відрізок і отримали точку K . Яка координата точки K ?	ВИХІД 12. Накресли координатний промінь. За одиничний відрізок візьми 1 клітинку. Познач на ньому точки $M(2)$, $P(5)$, $K(8)$
ВИХІД 7. На шкалі між сусідніми числами 0 і 20 є три поділки. Знайди ціну однієї поділки цієї шкали	ВИХІД 13. Якому числу відповідає точка P на числовому промені? 
ВИХІД 8. Накресли пряму PN та відрізок CD , що не має з прямою спільних точок	ВИХІД 14. На шкалі між сусідніми числами 0 і 10 є дев'ять поділок. Знайди ціну однієї поділки цієї шкали
ВИХІД 15. Скільки прямих можна провести через одну точку?	ВИХІД 16. Запиши всі натуральні числа, які лежать на координатному промені між числами 996 і 1002
ВИХІД 17. Точка K лежить на відрізку CD . Чому дорівнює відстань між точками C і D , якщо довжина відрізка CK дорівнює 6 см, а довжина відрізка KD дорівнює 15 см?	ВИХІД 18. Серед променів, зображених на рисунку, запиши пару доповняльних променів 
ЗАЛІК 1. Яка довжина між точками K і P , зображеними на числовому промені? 	ЗАЛІК 9. Точки O , M , K лежать на одній прямій. Яка з цих точок лежить між двома іншими, якщо $OM = 3$ см 6 мм, $MK = 9$ см, $OK = 54$ мм?
ЗАЛІК 2. Накресли відрізок завдовжки 8 см. Над одним кінцем відрізка напиши число 0, над іншим — 16. Поділи відрізок на 4 рівні частини. Познач на отриманій шкалі числа 3; 7; 9; 14	ЗАЛІК 10. Накресли промінь AB . Побудуй доповняльний промінь до AB . На кожному промені від його початку відклади відрізок, який дорівнює 5 см 5 мм. Яка відстань між двома крайніми точками?
ЗАЛІК 3. Дано відрізок AB завдовжки 16 см. Точка M — середина відрізка AB , точка K — середина відрізка MB . Знайди довжину відрізка AK	ЗАЛІК 11. Точка M належить відрізку AB , $MB = 26$ см, а довжина AM удвічі менша від довжини MB . Чому дорівнює довжина відрізка AB ?
ЗАЛІК 4. Накресли пряму PN , промінь AB та відрізки CD і MK так, щоб пряма PN перетинала відрізки CD і MK , а відрізок MK лежав на промені AB	ЗАЛІК 12. Точки A , B , C лежать на одній прямій. Яка з цих точок лежить між двома іншими, якщо $AB = 33$ мм, $AC = 6$ см, $BC = 2$ см 7 мм?
ЗАЛІК 5. Точка A лежить на відрізку MN довжиною 36 см. Знайдіть довжину відрізків MA і AN , якщо відрізок MA у 2 рази довший за відрізок AN	ЗАЛІК 13. На відрізку AB завдовжки 24 см позначено точку M так, що довжина відрізка AM на 2 см більша за довжину відрізка MB . Знайди довжину відрізка AM
ЗАЛІК 6. На відрізку AB , довжина якого 14 см, позначено точку M . Знайди відстань між серединами відрізків AM і MB	ЗАЛІК 14. Скільки відрізків зображено на рисунку? 
ЗАЛІК 7. Накресли два промені так, щоб їх спільною частиною був відрізок	ЗАЛІК 15. Точка A лежить на відрізку MN довжиною 36 см. Знайди довжину відрізків MA і AN , якщо відрізок MA у 2 рази довший за відрізок AN
ЗАЛІК 8. Знайди значення виразу $(1\ 102\ 200 - 870\ 796) : 68 + 512 \cdot 309$	ЗАЛІК 16. Села M , N , K розташовані на прямолінійному шляху. Відомо, що $MN = 7$ км, $MK = 13$ км. Яка відстань може бути між селами N і K ?

Відповіді з теми «Відрізок. Промінь, пряма. Координатний промінь.
Шкала. Задачі на всі дії з натуральними числами»

Вихід				Залік			
1	1	10	6	1	40	10	11 см
2	5	11	12	2		11	39 см
3	14	12		3	12	12	В між А і С
4	7	13	P(6)	4		13	13см
5		14	1	5	MA = 24см, AN = 12 см	14	6
6	K(9)	15	Безліч	6	7см	15	MA = 24см, AN = 12 см
7	7	16	997, 998, 999, 1000, 1001	7		16	4 км або 20 км
8		17	221	8	161 611		
9		18	OM і ON	9	Т.О між М і К		

Тема «Кути. Площі та об'єми фігур»

ВИХІД 1. Вирази в арах: $9 \text{ га } 11a = \dots$	ВИХІД 2. Ребро куба дорівнює 5 м. Знайди об'єм куба
ВИХІД 3. Промінь виходить із вершини розгорнутого кута і ділить його на два кути, один з яких прямиий. Визнач вид другого кута	ВИХІД 9. Промінь виходить із вершини розгорнутого кута і ділить його на два кути, один з яких гострий. Визнач вид другого кута
ВИХІД 4. Вирази у кубічних сантиметрах: $5 \text{ м}^3 = \dots$	ВИХІД 10. Виміри прямокутного паралелепіпеда 20 см, 45 см і 30 см. Знайди суму довжин усіх його ребер
ВИХІД 5. Яка з наведених величин не може бути градусною мірою кута, якщо відомо, що він гострий? а) 88° ; б) 70° ; в) 50° ; г) 106° ?	ВИХІД 11. Яка з наведених величин може бути градусною мірою кута, якщо відомо, що він тупий? а) 89° ; б) 60° ; в) 50° ; г) 96°
ВИХІД 6. Обчисли площу прямокутника, якщо його сторони дорівнюють 25 см і 20 см	ВИХІД 12. Знайди площу поверхні куба з ребром 2 см
ВИХІД 7. Промінь виходить із вершини прямого кута і ділить його на два кути, один з яких має градусну міру 35 градусів. Визнач градусну міру другого кута	ВИХІД 13. Вирази в арах $35 \text{ 500 м}^2 = \dots$
ВИХІД 8. Вирази у кубічних дециметрах: $3000 \text{ см}^3 = \dots \text{ дм}^3$	ВИХІД 14. Знайди об'єм прямокутного паралелепіпеда з вимірами 5 см, 8 см та 3 см
ВИХІД 15. Вирази у кубічних сантиметрах: $8 \text{ м}^3 = \dots \text{ см}^3$	ВИХІД 16. Одна сторона прямокутника дорівнює 21 см, а сусідня на 9 см довша за неї. Обчисли площу прямокутника
ВИХІД 17. Виміри прямокутного паралелепіпеда 6м, 4 м і 3 м. Обчисли його об'єм	ВИХІД 18. Знайди площу фігури, якщо сторона клітинки 1 см 

ЗАЛІК 1. Знайди об'єм прямокутного паралелепіпеда з вимірами 5 см, 1 дм та 3 см	ЗАЛІК 9. Довжина прямокутного паралелепіпеда 8 дм. Ширина в 4 рази менша за довжину, а об'єм дорівнює 160 дм ³ . Знайди висоту
ЗАЛІК 2. Одна зі сторін чотирикутника дорівнює 12 см, друга сторона в 3 рази менша від першої, а третя — на 3 см більша за другу і на 15 см менша від четвертої. Обчисли периметр чотирикутника	ЗАЛІК 10. Периметр чотирикутника дорівнює 38 см, одна з його сторін дорівнює 11 см, друга — 7 см, а решта дві сторони рівні. Знайди невідомі сторони чотирикутника
ЗАЛІК 3. На скільки квадратних сантиметрів площа квадрата зі стороною 12 см більша за площу прямокутника зі сторонами 6 см і 7 см	ЗАЛІК 11. Знайди площу квадрата, периметр якого дорівнює 212 см
ЗАЛІК 4. Ящик має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 24 см, 32 см і 40 см. Його заповнили кубиками з ребром 4 см. Скільки кубиків у ящику?	ЗАЛІК 12. Обчисли площу фігури, зображеної на рисунку (розміри дано в сантиметрах) 
ЗАЛІК 5. Вирази у літрах: 11 м ³ 3 дм ³ = ... л	ЗАЛІК 13. Вирази у квадратних сантиметрах: 3 га 41 а = ... см ²
ЗАЛІК 6. Периметр прямокутника дорівнює 186 см, а одна з його сторін 31 см. Знайди площу прямокутника	ЗАЛІК 14. Об'єм прямокутного паралелепіпеда 120 м ³ . Його довжина 6 м, висота 2 м. Знайди суму довжин всіх ребер цього паралелепіпеда
ЗАЛІК 7. Вирази у кубічних сантиметрах: 6 дм ³ 74 см ³ = ... см ³	ЗАЛІК 15. Вирази у гектарах і арах: 36 800 м ³ = ... га ... а
ЗАЛІК 8. Знайди градусні міри кутів, на які промінь <i>BD</i> ділить розгорнутий кут <i>ABC</i> , якщо відомо, що один із них на 30° більший за другий	ЗАЛІК 16. Сума довжин усіх ребер куба 60 дм. Яка довжина одного ребра?

Відповіді з теми «Кути. Площі та об'єми фігур»

Вихід				Залік			
1	911 а	10	380	1	150 см ³	10	По 10 см
2	125 м ³	11	Г	2	45	11	2809 см ²
3	Прямий	12	24см ²	3	На 102 см	12	477 см ²
4	1 000 000 см ³	13	355 а	4	480	13	34 100 м ²
5	г	14	120 см ³	5	11 003 л	14	72 м
6	500 см ³	15	8 000 000см ³	6	1 922 см ²	15	3 га 68 а
7	55°	16	630 см ²	7	6 074 см ³	16	5 дм
8	3 дм ³	17	72 м ³	8	75° і 105°		
9	тухий	18	11 см ²		10 дм		

Тема «Звичайні дроби. Порівняння звичайних дробів.
Додавання та віднімання звичайних дробів»

ВИХІД 1. Виділи цілу частину з неправильного дроби $\frac{25}{12}$	ВИХІД 11. Розмісти дроби $\frac{14}{14}$; $\frac{7}{14}$; $\frac{4}{14}$; $\frac{15}{14}$ в порядку спадання
ВИХІД 2. Подай мішане число $3\frac{1}{5}$ у вигляді неправильного дроби	ВИХІД 12. Обчисли $4\frac{2}{7} - 3\frac{5}{7}$
ВИХІД 3. Яку частину метра становить 6 дм?	ВИХІД 13. Вирази 15 хв у годинах

ВИХІД 4. Розмісти дроби $\frac{17}{12}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{2}{12}$; $\frac{5}{12}$ у порядку зростання.	ВИХІД 14. У кошику 48 груш, з них $\frac{6}{8}$ — зеленого кольору. Скільки в кошику груш зеленого кольору?
ВИХІД 5. У кошику 48 яблук, з них $\frac{4}{6}$ — жовтого кольору. Скільки в кошику яблук жовтого кольору?	ВИХІД 15. З дробів $\frac{7}{7}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{9}{46}$; $\frac{7}{1}$; $\frac{11}{16}$; $\frac{1}{7}$ вибери всі неправильні дроби
ВИХІД 6. Обчисли: $3 - \frac{5}{12}$	ВИХІД 16. Порівняй дроби $\frac{9}{7}$ і $\frac{9}{13}$
ВИХІД 7. Обчисли значення виразу: $\frac{21}{46} + \frac{11}{46} + \frac{19}{46}$	ВИХІД 17. Порівняй значення виразу з цілим числом $\frac{7}{15} + \frac{9}{15}$ і 2
ВИХІД 8. Вирази 45 хв у годинах	ВИХІД 18. Обчисли: $7\frac{3}{8} - 4\frac{5}{8}$
ВИХІД 9. Представ неправильний дріб у вигляді мішаного числа $\frac{29}{14}$	ВИХІД 19. Розв'яжи рівняння: $x - 2\frac{3}{5} = \frac{1}{5}$
ВИХІД 10. З дробів $\frac{7}{7}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{9}{46}$; $\frac{7}{1}$; $\frac{11}{16}$; $\frac{1}{7}$ вибери всі правильні дроби	ВИХІД 20. Обчисли значення виразу: $\frac{21}{37} + \frac{11}{37} - \frac{19}{37}$

ЗАЛІК 1. Розв'яжи рівняння: $2\frac{3}{5} - x = \frac{2}{5}$	ЗАЛІК 11. Обчисли значення виразу: $\left(4\frac{6}{7} + 1\frac{1}{7}\right) - \left(3\frac{2}{5} - \frac{8}{5}\right)$
ЗАЛІК 2. Порівняй: $5\frac{2}{8} - 4\frac{7}{8}$ і $3\frac{3}{8} - 2\frac{4}{8}$	ЗАЛІК 12. Чому дорівнює довжина відрізка АВ, якщо $\frac{4}{5}$ його довжини дорівнюють 20 см?
ЗАЛІК 3. Виділи цілу частину з неправильного дроби $\frac{75}{15}$	ЗАЛІК 13. Порівняй: $7\frac{3}{8} - 4\frac{5}{8}$ і $1\frac{3}{8} + 1\frac{2}{8}$
ЗАЛІК 4. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 48 см. Довжина основи становить $\frac{3}{8}$ периметра. Знайди основу трикутника	ЗАЛІК 14. Знайди від'ємник, якщо різниця дорівнює $4\frac{1}{5}$, а зменшуване — $6\frac{4}{5}$
ЗАЛІК 5. Обчисли значення виразу: $4\frac{5}{8} + 3\frac{2}{8} - 5\frac{2}{8}$	ЗАЛІК 15. При яких натуральних значеннях x дріб $\frac{6x-5}{13}$ дорівнює одиниці
ЗАЛІК 6. У класі 12 дівчаток, що становить $\frac{3}{8}$ усього класу. Скільки учнів у класі?	ЗАЛІК 16. При якому натуральному значенні x дроби $\frac{x+3}{9}$ і $\frac{6}{x}$ одночасно є неправильні?
ЗАЛІК 7. Знайди суму у хвилинах: $\frac{4}{5}$ год + 17 хв + 10 с	ЗАЛІК 17. При якому значенні x виконується рівність: $\frac{x}{6} = 5\frac{5}{6}$?
ЗАЛІК 8. Бабуся спекла 21 пиріжок з яблуками, що становить $\frac{3}{7}$ кількості пиріжків з вишнями. А з сиром — $\frac{2}{7}$ кількості пиріжків із вишнями. Скільки всього пиріжків спекла бабуся?	ЗАЛІК 18. Чому дорівнює довжина відрізка АС, якщо $\frac{3}{5}$ його довжини дорівнюють 45 см?

ЗАЛІК 9. Виділи цілу частину з неправильного дробу $\frac{83}{40}$	ЗАЛІК 19. Розв'яжи рівняння: $\frac{21}{x-3} = 7$
ЗАЛІК 10. Марійка прочитала 150 сторінок, що становить $\frac{5}{10}$ книжки. Скільки сторінок залишилося прочитати Марійці?	ЗАЛІК 20. Тарасик прочитав 12 сторінок книжки за перший день, що становить $\frac{3}{4}$ кількості сторінок, прочитаних за другий день. А за третій день — $\frac{2}{8}$ кількості сторінок, прочитаних за другий день. Скільки всього сторінок у книжці?

**Відповіді з теми «Звичайні дробі. Порівняння звичайних дробів.
Додавання та віднімання звичайних дробів»**

Вихід				Залік			
1	$2\frac{1}{12}$	11	$\frac{15}{14}; \frac{14}{14}; \frac{7}{14}; \frac{4}{14}$	1	$2\frac{1}{5}$	11	$4\frac{1}{5}$
2	$\frac{16}{5}$	12	$\frac{4}{7}$	2	<	12	25 см
3	$6_{\text{дм}} = \frac{6}{10}_{\text{м}} = \frac{3}{5}_{\text{м}}$	13	$\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$	3	5	13	>
4	$\frac{2}{12}; \frac{5}{12}; \frac{7}{12}; \frac{17}{12}$	14	36	4	18	14	$2\frac{3}{5}$
5	32	15	$\frac{7}{7}; \frac{11}{6}; \frac{7}{1}$	5	$2\frac{5}{8}$	15	3
6	$2\frac{7}{12}$	16	$\frac{9}{7} > \frac{9}{13}$	6	32	16	6
7	$1\frac{5}{46}$	17	$\frac{7}{15} + \frac{9}{15} < 2$	7	$65\frac{1}{6}$ хв	17	35
8	$\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$	18	$2\frac{3}{4}$	8	84	18	75
9	$2\frac{1}{14}$	19	$2\frac{4}{5}$	9	$2\frac{3}{40}$	19	6
10	$\frac{9}{46}; \frac{11}{16}; \frac{1}{7}$	20	$\frac{13}{37}$	10	150	20	32

Тема «Десяткові дробі. Додавання, віднімання. Порівняння та округлення десяткових дробів»

Вихід 4. Порівняй дробі: а) 13,3 і 14,3; б) 0,25 і 0,242	Вихід 14. Розв'яжіть рівняння: $18,7 - x = 5,84$
Вихід 5. Обчисли: $5,345 + 0,205$	Вихід 15. Обчисли: $26,57 - 6,572$
Вихід 6. Обчисли: $23,46 - 3,452$	Вихід 16. Порівняй дробі: а) 11,2 і 12,3; б) 0,13 і 0,126
Вихід 7. Розв'яжи рівняння: $x + 2,35 = 5$	Вихід 17. Обчисли: $7,24 + 0,105$
Вихід 2. Якщо 16,0371 округлити до сотих, то отримаємо: а) 16,00; б) 16,03; в) 16,04; г) 16,037. Вибери правильну букву ...	Вихід 18. Розв'яжи рівняння: $5,4 + x = 19,3$

Вихід 9. Округли до сотих числа: а) $5,6492 \approx \dots$ б) $18,3724 \approx \dots$	Вихід 13. Щоб знайти x із рівняння $7,88 + x = 12,42$, треба обчислити: а) $7,88 + 12,42$; б) $12,42 - 7,88$; в) $7,88 - 12,42$ чи г) $12,42 + 7,8$. Вибери правильну букву ...
Вихід 8. Порівняй дробі: а) $9,48$ і $9,5$; б) $54,3$ і $57,03$	Вихід 3. Дріб $\frac{63}{10000}$ у вигляді десяткового дробу записується так ...
Вихід 11. Знайди натуральні значення нерівності $63,89 < x < 65,01$	Вихід 12. Щоб знайти x із рівняння $12,3 - x = 7,8$, треба обчислити: а) $12,3 - 7,8$; б) $12,3 + 7,8$; в) $7,8 - 12,3$ чи г) $12,3 - 5,5$. Виберіть правильну букву ...
Вихід 1. Якщо дріб $12,3417$ округлити до десятих, то отримаємо: а) $12,3$; б) $12,4$; в) $12,34$ чи г) $12,342$. Вибери правильну букву ...	Вихід 19. Обчисли: $11 - 5,625$
Вихід 10. Округли до десятих числа: а) $3,6824$; б) $4,2128$	Вихід 20. З однієї ділянки зібрали $95,37$ т зерна, що на $16,8$ т більше, ніж з другої. Скільки тонн зерна зібрали з обох ділянок?
Залік 1. Знайди значення виразу в тоннах: а) $5,3$ т - 543 кг;	Залік 8. Знайди значення виразу в метрах: $23,4$ м - 72 см
Залік 5. Які цифри можна поставити замість зірочок, щоб утворилася правильна нерівність (у правій і лівій частинах нерівності зірочкою позначено одну й ту саму цифру): $0,*7 < 0,7*$	Залік 12. Які цифри можна поставити замість зірочок, щоб утворилася правильна нерівність (у правій і лівій частинах нерівності зірочкою позначено одну й ту саму цифру): $0,*4 > 0,6*$
Залік 16. Знайди число більше ніж $16,2$ на стільки ж, на скільки $8,1$ менше ніж $12,75$	Залік 4. Обчисли зручним способом: $(8,63 + 3,298) - 5,63$
Залік 9. За перший день туристи пройшли $15,7$ км, що на $3,8$ км більше, ніж за другий, і на $2,3$ км менше, ніж за третій. Скільки кілометрів пройшли туристи за три дні?	Залік 11. Швидкість катера проти течії річки становить $19,3$ км/год, а власна швидкість катера — $23,1$ км/год. Знайди швидкість катера за течією
Залік 14. Виконайте дії: $62,3 - (41,24 + 13,029)$	Залік 3. Швидкість катера за течією річки — $25,4$ км/год, а власна швидкість катера — $22,7$ км /год. Знайди швидкість катера проти течії річки
Залік 13. Обчисли зручним способом: $183,56 - (45,3 + 37,56)$.	Залік 2. Знайди значення виразу в метрах: $3,4$ м + 16 дм
Залік 15. Розв'яжи рівняння: $(4,3 - y) + 11,37 = 13,2$	Залік 10. Запиши десяткові дробі в порядку спадання: $4,62$; $2,81$; $3,918$; $2,53$; $3,57$; $3,725$
Залік 6. Запиши десяткові дробі в порядку спадання: $2,799$; $8,43$; $2,8$; $3,918$; $2,5$; $3,57$	Залік 17. Обчисли зручним способом: $(5,94 + 2,383) - 3,94$
Залік 19. У трьох вагонах $149,3$ т вантажу. У першому і другому вагонах разом $101,2$ т, а в першому і третьому — $100,8$ т. Скільки тонн вантажу в кожному вагоні?	Залік 20. Довжина однієї сторони трикутника $16,7$ м, це на $8,27$ м більше, ніж довжина його другої сторони, а довжина третьої сторони на $1,88$ м. більша, ніж другої. Знайди периметр трикутника
Залік 7. Знайди значення виразу в тоннах: $2,5$ т + 23 ц	Залік 18. Обчисли зручним способом: $125,37 - (32,37 + 78,63)$

**Відповіді з теми «Десяткові дробі. Додавання, віднімання.
Порівняння та округлення десяткових дробів»**

Вихід				Залік			
1	A)	11	64 і 65	1	4,757 т	11	26,9 км/год
2	B)	12	A)	2	5м	12	7; 8; 9.
3	0,0063	13	B)	3	20 км/год	13	100,7
4	A) <; B) >	14	12,86	4	6,298	14	8,031
5	5.55	15	19,998	5	1; 2; 3; 4; 5; 6	15	2,47
6	20,008	16	A) <; B) >	6	8,43; 3,918; 3,57; 2,8; 2,799; 2,5	16	20,85
7	2,65	17	7,345	7	4,84 ц	17	4,383
8	A) <; B) <	18	13,9	8	22,68 м	18	14,37
9	A) 5,65; B) 18,37	19	5,375	9	45,6 км	19	52,7; 48,5; 48,1
10	A) 3,7; B) 4,2	20	173,94 т	10	4,62; 3,918; 3,725; 3,57; 2,53; 2,81	20	35,44 м

Тема «Множення та ділення десяткових дробів»

ВИХІД 1. Знайди добуток чисел: $9,16 \cdot 5,5$	ВИХІД 2. Обчисли частку: $126,385 : 25$
ВИХІД 3. Обчисли: $5,16 : 10 = \dots$ $39,857 : 1000 = \dots$	ВИХІД 9. Знайди значення виразу: $3,4 \cdot 1,6 + 6,6 \cdot 1,6 = \dots$
ВИХІД 4. Знайди значення виразу $(0,5 \cdot 7) \cdot 20 = \dots$	ВИХІД 10. Обчисли: $6,58 \cdot 10 = \dots$ $6,3 \cdot 100 = \dots$
ВИХІД 5. Обчисли: $385,1 \cdot 0,01 = \dots$	ВИХІД 11. Обчисли: $8 : 0,1 = \dots$ $4 : 0,001 = \dots$
ВИХІД 6. Розв'яжи рівняння: $6x = 0,42$	ВИХІД 12. Розв'яжи рівняння: $y : 4,9 = 2,02$
ВИХІД 7. Обчисли: $8,1 : 2,25$	ВИХІД 13. Запиши у вигляді десяткового дробу число $5\frac{17}{20}$
ВИХІД 8. Виконай ділення $73,2 : 2,4$	ВИХІД 14. Розв'яжи рівняння $6x = 15,2$
ВИХІД 15. Відомо, що $372 \cdot 29 = 10 \cdot 788$. Знайди добуток $3,72 \cdot 0,29 = \dots$	ВИХІД 16. Обчислити добуток й округли результат до десятих $3,6 \cdot 0,7$
ВИХІД 17. Обчисли: $1,2^2$	ВИХІД 18. Спрости вираз $0,7a \cdot 5$
ЗАЛІК 1. Спрости вираз, $2a + 4,9a - 5,8a$ та знайди його значення, якщо $a = 100$	ЗАЛІК 9. Дід Остап продав 15,8 кг вишень по 2,05 грн за кілограм і 20,5 кг слив по 1,6 грн за кілограм. За які фрукти він уторгував більше грошей і на скільки?
ЗАЛІК 2. Виконай ділення $4,8 : \frac{2}{5}$	ЗАЛІК 10. Спрости вираз і обчисли його значення: $1,8a + 1,2a - 2,7a$, якщо $a = 1,15$
ЗАЛІК 3. У класі 40 учнів. У хорі співають 0,25 усіх учнів класу. Скільки дітей не співають у хорі?	ЗАЛІК 11. Потяг проїхав 135,8 км за 2,8 год. Скільки кілометрів він проїде за 6,2 год з тією самою швидкістю?
ЗАЛІК 4. Периметр квадрата дорівнює 9,2 см. Знайди його площу	ЗАЛІК 12. Порівняй, що більше: 0,12 т і 1,3 ц
ЗАЛІК 5. Знайди периметр прямокутника, площа якого дорівнює $16,32 \text{ дм}^2$, а ширина — 3,2 дм	ЗАЛІК 8. Спрости вираз $2,6n - 1,3n + 5,7n - 2,9$ та знайди його значення, якщо $n = 0,8$

ЗАЛІК 6. Сума трьох чисел дорівнює 16,8. Перше число в 5 разів більше за друге, а третє більше за перше на 3,6. Знайди найбільше число	ЗАЛІК 14. Виконай ділення $9,75 : \frac{1}{4}$
ЗАЛІК 7. Знайди корінь рівняння: $14,4 : (x + 2,6) = 3,2$	ЗАЛІК 15. Першого дня турист пройшов 12,6 км, що становить $\frac{2}{9}$ запланованого маршруту. Скільки кілометрів має подолати турист?
ЗАЛІК 13. Із двох пунктів, відстань між якими 326,5 км, одночасно назустріч один одному виїхали два автомобілі. Швидкість одного з них дорівнює 64,5 км/год, а другого — на 1,6 км/год більша. Через скільки годин автомобілі зустрінуться?	ЗАЛІК 16. Відстань між двома містами дорівнює 73,8 км. Із цих міст в одному напрямку вирушили велосипедист і мотоцикліст. Велосипедист їхав попереду зі швидкістю 11,2 км/год. Через 1,2 год після початку руху його наздогнав мотоцикліст. Знайди швидкість мотоцикліста

Відповіді з теми «Множення та ділення десяткових дробів»

Вихід				Залік			
1	50,38	10	35,8; 630	1	30	9	Сливи на 0,41 грн
2	5,0554	11	80; 4000	2	12	10	0,345
3	0,516; 0,039857	12	9,898	3	30	11	300,7 км
4	70	13	5,85	4	5,29 см ²	12	<
5	3,851	14	0,95	5	16,6 дм	13	2,5
6	0,07	15	1,0788	6	9,6	14	39
7	3,6	16	2,5	7	1,9	15	56,7
8	30,5	17	1,44	8	22,7	16	72,7 км/год
9	16	18	3,5a				

Тема «Середнє арифметичне кількох чисел. Відсотки»

ВИХІД 1. Знайди середнє арифметичне чисел: 1,1 і 2,9	ВИХІД 9. Знайди середнє арифметичне чисел 5,2 і 4,8
ВИХІД 2. Подай десятковий дріб 0,74 у вигляді відсотків	ВИХІД 10. Порівняй: 25 % від 20 і 20 % від 25
ВИХІД 3. Запиши 129 % у вигляді десяткового дробу	ВИХІД 11. Знайди середнє арифметичне чисел 43; 45; 44
ВИХІД 4. Знайди 4 % від 50 грн	ВИХІД 12. Знайди частку чисел 4,81 і 2,6
ВИХІД 5. У 5 класі навчається 20 учнів. 3 них 45 % — хлопчики. Скільки хлопчиків навчається у 5 класі?	ВИХІД 13. Яке число у 100 разів менше за 6,5?
ВИХІД 6. У парку ростуть 80 беріз, що становить 25 % від усіх дерев. Скільки дерев росте всього у парку?	ВИХІД 14. Розв'яжіть рівняння: $0,09x = 18,9$
ВИХІД 7. У череді було 200 тварин, 43 % з них становили вівці. Скільки овець було в череді?	ВИХІД 15. За 5 днів 2 сини і 4 доньки царя Плаксія наплакали 1596 л сліз. Скільки в середньому літрів сліз наплакали діти царя?
ВИХІД 8. Знайди середнє арифметичне чисел 3; 4; 6; 7	ВИХІД 16. Знайди середню температуру о 7 год ранку за 5 днів, якщо вона протягом цих днів була 12°, 14°, 11°, 13°, 15°
ВИХІД 17. Знайди число, 20 % якого дорівнює 80?	ВИХІД 18. Знайди 20 % від 5 кг
ВИХІД 19. У табуні 300 коней, з них 40 % ворони. Скільки вороних коней у табуні?	ВИХІД 20. У літньому таборі – 51 хлопець, що становить 17 % від усіх дітей. Скільки дітей відпочиває в таборі?

ЗАЛІК 10. За перший день турист проїхав відстань 35 км, що становить 70 % усього шляху, який йому треба подолати. Знайди довжину шляху, який треба подолати туристу	ЗАЛІК 9. Магазин продав 105 кг овочів, що становить 30 % всього привезених овочів у магазин. Скільки кілограм овочів залишилося в магазині ще продати?
ЗАЛІК 2. Парк займає площу, що дорівнює 40 га. Озеро займає 20 % цієї площі. Знайди площу озера	ЗАЛІК 14. Сума деяких п'яти чисел 102. Знайди середнє арифметичне цих чисел
ЗАЛІК 12. У саду посадили 125 яблунь і груш. Груші становлять 20 % усіх дерев. Скільки посадили яблунь?	ЗАЛІК 11. Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 45. Знайди ці числа, якщо одне з них удвічі більше від другого
ЗАЛІК 4. Черепаха повзе 3 год зі швидкістю 15,3 км/год і 2 год зі швидкістю 12,4 км/год. Знайди середню швидкість черепахи на всьому шляху	ЗАЛІК 3. За першу годину автомобіль подолав відстань 72 км, що становить 18 % довжини шляху, який йому треба подолати. Знайди загальний шлях, який треба подолати автомобілю
ЗАЛІК 5. У розчині міститься 140 грам солі. Чому дорівнює маса розчину, якщо вміст солі в ньому 35 %?	ЗАЛІК 13. Турист за три дні пройшов 48 км. За перший день він подолав 25 % шляху. За другий день — 50 % усього шляху. Яку відстань подолав турист за третій день?
ЗАЛІК 6. Учні п'ятих класів зібрали 400 кг макулатури. З них 32 % зібрали учні 5-А класу, 28 % учні 5-Б класу, решту — учні 5-В. Скільки кілограмів макулатури зібрали учні 5-В класу?	ЗАЛІК 16. Гриби під час висушування втрачають 88 % своєї маси. Скільки потрібно зібрати свіжих грибів, щоб приготувати 18 пакетиків сушених грибів по 120 г в кожному?
ЗАЛІК 7. За перший день турист проїхав 20 % усього шляху, за другий — 60 % остачі, а за третій — решту 48 км. Знайди довжину шляху, який подолав турист за три дні	ЗАЛІК 15. За три дні друкарка надрукувала 60 аркушів. За перший день було виконано 35 % усієї роботи, що становить 70 % роботи, виконаної за другий день. Скільки аркушів було надруковано за третій день?
ЗАЛІК 8. Середнє арифметичне чисел 4,3 і у дорівнює 3,35. Знайди число у	ЗАЛІК 1. Знайди середнє арифметичне чисел 53,6; 31,8; 42,4; 21,2

Відповіді з теми «Середнє арифметичне кількох чисел. Відсотки»

Вихід				Залік			
1	2	11	44	1	37,25	9	245 кг
2	74 %	12	1,85	2	8 га	10	50 км
3	1,29	13	0,065	3	400 км	11	30 і 60
4	2	14	210	4	14,14 км/год	12	100
5	9	15	53,2	5	400 г	13	12
6	320	16	13	6	160 кг	14	20,4
7	86	17	400	7	150 км	15	9
8	5	18	1 кг	8	2,4	16	18 000г = 18 кг
9	=	19	120				
10	11	20	300				

ЛІТЕРАТУРА

1. «НОВА ШКОЛА». Концептуальні засади реформування середньої освіти.
2. Бурда М. І., Кудренко Б. В., Біляніна О. Я. та ін. Математика. 5 — 9 класи. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів.
3. Істер О. С. 5 кл. Математика. — К. : Генеза, 2015.
4. Правила математичної каруселі: <http://matholymp.com.ua/pravila-matematichnoi-karuseli/>
5. Кононенко І. П. Математична карусель — цікава форма проведення уроків. Ж. «Математика в школах України», № 30 (294), 2010 р.

6. Дидактичні ігри на уроках математики, <https://www.google.com.ua/url?sa=t&rcct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=6&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjKhZv2tLvYAhWIC5oKHxvADxIQFghFMAU&url=http%3A%2F%2Fviktoriyaronyschak.edukit.mk.ua%2Ffiles%2Fdownloads%2F%25D0%2594%25D0%25B8%25D0%25B4%25D0%25B0%25D0%25BA%25D1%2582%25D0%25B8%25D1%2587%25D0%25BD%25D1%2596%2520%25D1%2596%25D0%25B3%25D1%2580%25D0%25B8%2520%25D0%25BD%25D0%25B0%2520%25D1%2583%25D1%2580%25D0%25BE%25D0%25BA%25D0%25B0%25D1%2585%2520%25D0%25BC%25D0%25B0%25D1%2582%25D0%25B5%25D0%25BC%25D0%25B0%25D1%2582%25D0%25B8%25D0%25BA%25D0%25B8.doc&usq=AOvVaw0qJiG5U4wDTifq2fecpJHy>

Додаток

Зміст навчального матеріалу та очікувані результати навчальної діяльності
(140 год, 4 год на тиждень, резерв — 40 год)

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ. ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ І ВЕЛИЧИНИ (40 год)	
<p>Учень/учениця: наводить приклади: натуральних чисел; шкал; числових і буквених виразів, формул; рівнянь; знаходить на малюнках: відрізок даної довжини та кут даної градусної міри; геометричні фігури, вказані у змісті; розпізнає у просторі та співвідносить з об'єктами навколишньої дійсності: куб, прямокутний паралелепіпед, піраміду; розрізняє: цифри і числа; читає і записує: натуральні числа в межах мільярда; використовує: властивості арифметичних дій з натуральними числами; записує і пояснює формули: периметра вказаних у змісті геометричних фігур; площі прямокутника, квадрата; об'єму прямокутного паралелепіпеда й куба; пояснює, що таке: натуральне число; квадрат і куб натурального числа; пряма; промінь; координатний промінь; кут; трикутник; квадрат; прямокутник; прямокутний паралелепіпед; куб; рівняння; розв'язати рівняння; пояснює правила: додавання, віднімання, множення, ділення, порівняння; виконання ділення з остачею; класифікує: кути за градусною мірою; трикутники за видами їхніх кутів; зображує: відрізок даної довжини та кут даної градусної міри; вказані у змісті геометричні фігури за допомогою лінійки, косинця, транспортира; координатний промінь, натуральні числа на координатному промені; вимірює та обчислює: довжину відрізка; градусну міру кута; периметр трикутника та прямокутника; розв'язує вправи, що передбачають: запис числа у вигляді суми розрядних доданків; виконання чотирьох арифметичних дій з натуральними числами; піднесення натурального числа до квадрата та куба; порівняння натуральних чисел; ділення з остачею; обчислення значень числових і буквених виразів, периметра і площі прямокутника, квадрата і об'єму прямокутного паралелепіпеда й куба; розв'язує: рівняння на основі залежностей між компонентами та результатом арифметичних дій; текстові задачі, зокрема комбінаторні</p>	<p>Натуральні числа. Число нуль. Цифри. Десятковий запис натуральних чисел. Порівняння натуральних чисел. Арифметичні дії з натуральними числами та їх властивості. Квадрат і куб натурального числа. Ділення з остачею. Числові вирази. Буквені вирази та формули. Рівняння. Відрізок, пряма, промінь. Шкала. Координатний промінь. Кут та його градусна міра. Види кутів. Трикутник та його периметр. Види трикутників за кутами. Прямокутник. Квадрат. Площа і периметр прямокутника і квадрата. Прямокутний паралелепіпед. Куб. Об'єм прямокутного паралелепіпеда і куба. Піраміда</p>
Тема 2. ДРОБОВІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ (60 год)	
<p>Учень/учениця: наводить приклади: звичайних і десяткових дробів; розрізняє: звичайні і десяткові дроби; правильні і неправильні дроби пояснює, що таке: чисельник і знаменник дроби; мішане число; читає і записує: звичайні та десяткові дроби; мішані числа; формулює означення: правильного і неправильного дроби; відсотка; середнього арифметичного; розв'язує вправи, що передбачають: порівняння, додавання і віднімання звичайних дробів з однаковими знаменниками; порівняння, округлення, додавання, множення і ділення десяткових дробів; перетворення мішаного числа у неправильний дріб; перетворення неправильного дроби в мішане число або натуральне число; знаходження відсотка від числа та числа за його відсотком; знаходження середнього арифметичного кількох чисел, середнього значення величини</p>	<p>Звичайні дроби. Правильні та неправильні дроби. Звичайні дроби і ділення натуральних чисел. Мішані числа. Порівняння звичайних дробів з однаковими знаменниками. Додавання і віднімання звичайних дробів з однаковими знаменниками. Десятковий дріб. Запис десяткових дробів. Порівняння десяткових дробів. Округлення десяткових дробів. Арифметичні дії з десятковими дробами. Відсотки. Середнє арифметичне. Середнє значення величини</p>
<p>Розв'язує сюжетні задачі з реальними даними щодо: використання природних ресурсів рідного краю; безпеки руху; знаходження периметрів та площ земельних ділянок, підлоги класної кімнати, об'єму об'єктів, що мають форму прямокутного паралелепіпеда; розрахунку сімейного бюджету, можливості здійснення масштабних покупок; розрахунків, пов'язаних із календарем і годинником тощо</p>	

СПОСОБИ ТА ПРИЙОМИ РАЦІОНАЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ДЛЯ ШКОЛЯРІВ ТА СТУДЕНТІВ / НЕ ТІЛЬКИ

(ПРОДОВЖЕННЯ)

Віктор КИЦУН — вчитель математики гімназії №1 імені Олександра Казмірова Хмельницька обл.;
Олександр КИЦУН — учасник змагань з усного рахунку Прангліміне, Хмельницька обл.

18. Додавання і віднімання багатоцифрових чисел

Багатоцифрові числа зручніше додавати порозрядно «зліва направо», починаючи з найвищого розряду. Це можна робити усно і «у стовпчик», і «у рядок». Головне — бачити перед собою ці числа і вміти додавати та віднімати числа в межах 20. Спосіб полягає у послідовному додаванні цифр відповідних розрядів доданків.

Виконуємо дію «зліва направо», починаючи з найвищого розряду: додаємо цифри відповідних розрядів, записуємо результат і переходимо до наступної пари; якщо сума цифр наступної пари дорівнює або більше 10, то записуємо її другу цифру, а попередній результат збільшуємо на 1 і т. д.

Зручно після додавання пари цифр не відразу записувати результат, а спочатку оцінити суму наступної пари і вже потім або записати його без зміни, або збільшеним на 1. Після запису перших цифр відповіді, надалі оперуємо цифрами одиниць сум відповідних пар: записуємо її без зміни, якщо сума наступної пари менша 10, і збільшуємо на 1, якщо вона більша або дорівнює 10.

$$\begin{array}{r} + 35684 \\ 45135 \\ \hline 80819 \end{array}$$

Починаємо з колонки найвищого розряду: $3 + 4 = 7$. Помічаємо, що сума цифр наступної пари $5 + 5 = 10$, тому першою цифрою результату буде $7 + 1 = 8$. Друга цифра — **0**. Наступна — $6 + 1 + 1 = 8$ ($8 + 3 = 11 > 10$), наступна цифра — **1** і остання цифра результату $4 + 5 = 9$.

$$(3 + 4)(5 + 5)(6 + 1)(8 + 3)(4 + 5) = (7)^+(10)(7)^+(11)(9) = (7 + 1)0(7 + 1)19 = \mathbf{80819}.$$

$$\text{Або: } \mathbf{35684 + 45135 = 7^{+1}07^{+1}19 = 80819}.$$

$$\mathbf{56873 + 57823 = ? \underline{11}}, \text{ бо } 6 + 7 = \mathbf{13} > 10;$$

$$\mathbf{4}, \text{ бо } 8 + 8 = \mathbf{16} > 10; \mathbf{6}, \text{ бо } 7 + 2 = 9 < 10;$$

$$\mathbf{9}, \text{ бо } 3 + 3 = \mathbf{6}; \mathbf{6}; \mathbf{56873 + 57823 = 114696}.$$

$$\text{Або: } \mathbf{56873 + 57823 = 10^{+1}3^{+1}696 = 114696}.$$

$$\mathbf{236764 + 138218 = ? \underline{2} + 1 = \underline{3}} \text{ пишемо; } 3 + 3 = 6, \text{ пишемо } \underline{7} \text{ (сума наступної пари цифр більша 10); } 6 + 8 = \mathbf{14}, \text{ пишемо } \underline{4}; 7 + 2 = \underline{9} \text{ пишемо;}$$

© КИЦУН В. П., КИЦУН О. В., 2019

$6 + 1 = 7$, пишемо **8** (сума наступної пари цифр більша 10); $4 + 8 = \mathbf{12}$, пишемо **2** : **374982**.

$$\text{Або: } \mathbf{236764 + 138218 = 36^{+1}497^{+1}2 = 374982}.$$

При додаванні у такий спосіб важливо оцінити (порівняти з 10) суму відповідної пари цифр і навчитися «бачити» її другу цифру, яка є надлишком суми над 10.

$$\mathbf{11} = 9 + 2 = 8 + 3 = 7 + 4 = 6 + 5;$$

$$\mathbf{12} = 9 + 3 = 8 + 4 = 7 + 5 = 6 + 6;$$

$$\mathbf{13} = 9 + 4 = 8 + 5 = 7 + 6;$$

$$\mathbf{14} = 9 + 5 = 8 + 6 = 7 + 7;$$

$$\mathbf{15} = 9 + 6 = 8 + 7;$$

$$\mathbf{16} = 9 + 7 = 8 + 8;$$

$$\mathbf{17} = 9 + 8;$$

$$\mathbf{18} = 9 + 9.$$

Ще простіше таким способом віднімати багатоцифрові числа.

☺ – Дідусю, а правда, що на зло потрібно відповідати добром?

– Так, онучку, правда.

– Тоді дай мені грошей на морозиво, бо я отримав сьогодні погану оцінку й розбив твої окуляри. ☺

Віднімаємо порозрядно, «зліва направо». У відповідь записуємо різницю відповідної пари цифр, зменшуючи її на 1, якщо в наступній парі перша цифра менша. У такому разі 1 переходить десятком до цієї меншої цифри. Тобто збільшуємо її на 10, виконуємо віднімання та переходимо до наступної пари.

$$\begin{array}{r} - 76846 \\ 45923 \\ \hline 30923 \end{array}$$

Починаємо з колонки найвищого розряду: $7 - 4 = \mathbf{3}$ — перша цифра результату. Віднімаємо числа наступної пари : $6 - 5 = 1$. Помічаємо, що перша цифра наступної пари менша ($8 < 9$), тому записуємо в результат $1 - 1 = \mathbf{0}$; знаходимо наступні цифри відповіді : $18 - 9 = \mathbf{9}$, $4 - 2 = \mathbf{2}$, $6 - 3 = \mathbf{3}$.

Такий спосіб зручно використовувати й тоді, коли числа записано в рядок: $\mathbf{6758469 - 3665738 = ?}$ $6 - 3 = \mathbf{3}$ пишемо; $7 - 6 = 1$, пишемо **0**, бо в наступній парі цифр $5 < 6$; 1 переходить десятком до першої цифри наступної пари: $15 - 6 = \mathbf{9}$ пишемо; $8 - 5 = 3$, пишемо **2**,

бо в наступній парі $4 < 7$; 1 переходить десятком до першого числа наступної пари: $14 - 7 = 7$ пишемо; $6 - 3 = 3$ пишемо; $9 - 8 = 1$ пишемо.

$$6758469 - 3665738 = 3092731.$$

$58679 - 45793 = ?$ $5 - 4 = 1$ пишемо, бо $8 > 5$; $8 - 5 = 3$, пишемо **2**, бо $6 < 7$; $16 - 7 = 9$, пишемо **8**, бо $7 < 9$; $17 - 9 = 8$ пишемо; $9 - 3 = 6$ пишемо.

$$58679 - 45793 = 12886.$$

$$\begin{array}{r} 76^1489^15 \\ - 34\ 564\ 9 \\ \hline 41\ 9246 \end{array}$$

$7 - 3 = 4$; $(6 - 1) - 4 = 1$; $14 - 5 = 9$; $8 - 6 = 2$; $(9 - 1) - 4 = 4$; $15 - 9 = 6$ або: $9\ 7 - 3 = 4$; $5 - 4 = 1$; $10 - 5 + 4 = 9$; $8 - 6 = 2$; $8 - 4 = 4$; $10 - 9 + 5 = 6$.

Можна міркувати й так: якщо у парі перша цифра менша, віднімаємо від 10 і додаємо її. У такому разі в попередній парі віднімаємо від цифри зменшеної на 1 або зменшуємо різницю попередньої пари на 1. Тобто перед відніманням цифр однієї пари, оцінюємо результат віднімання цифр наступної пари.

Здобувши достатні навички усного додавання і віднімання дво- та трицифрових чисел, можна додавати і віднімати багатоцифрові числа, беручи в пари по кілька відповідних цифр.

$475688 - 438979 = ?$ $475 - 438 = 37$, зменшуємо на 1, пишемо **36**; $16 - 9 = 7$ пишемо; $88 - 79 = 09$ пишемо. $475688 - 438979 = 36709$.

$13246 + 36457 = ?$ $13 + 36 = 49$ пишемо; $24 + 45 = 69$ збільшуємо на 1 пишемо **70**; $6 + 7 = 13$ пишемо **3**.

Тобто $(13 + 36)(24 + 45)(6 + 7) = (49)(69) + (13) = 49(69 + 1)3 = 49703$.

$$\text{Або: } 13246 + 36457 = 4969 + 13 = 49703.$$

19. Цікавий спосіб додавання великої кількості багатоцифрових чисел

Інколи виникає потреба знайти суму великої кількості багатоцифрових чисел. Зазвичай, їх додають «у стовпчик», порозрядно, починаючи з найменшого розряду. Під час послідовного додавання чисел у стовпцях, доводиться тримати у пам'яті великі числа, а потім переводити їх (без останньої цифри) у вищий розряд. Це досить незручно. Цього можна уникнути, якщо в процесі додавання цифр у стовпцях «відкидати» 11.

Тобто після отримання в сумі цифр числа 11 або більшого за 11, зробити помітку біля останньої цифри, яку додавали, зменшити отриманий результат на 11 і продовжити підрахунок цифр з числа, яке отримали.

Водночас використовуємо правило: *щоб відняти від числа другого десятка 11, записуємо його другу цифру, зменшену на 1:*

$$11 - 11 = 1 - 1 = 0; \quad 16 - 11 = 6 - 1 = 5; \quad 19 - 11 = 9 - 1 = 8 \text{ і т. д.}$$

$$\begin{array}{r} 24567657 \\ 76543765' \\ + 65427667 \\ 30865647' \\ 53216230 \\ \hline 14376078' \\ 1 \\ 3 \end{array}$$

Виконаємо додавання цифр для останнього стовпця:

$(7 + 5) = 12$, робимо помітку, продовжуємо підрахунок з числа $2 - 1 = 1$;

$(1 + 7 + 7) = 15$, робимо помітку, продовжуємо підрахунок з числа $5 - 1 = 4$;

$(4 + 0 + 8) = 12$, робимо помітку, записуємо під стовпцем, цифри якого додавали, проміжний результат — цифру **1** = $2 - 1$, а під нею — суму усіх зроблених поміток — **3** (для останнього стовпця).

Додавання можна починати з довільного стовпця.

$$\begin{array}{r} 2\ 4567657 \\ 7\ 6543765 \\ + 6'5427667 \\ 3\ 0865647 \\ 5'3216230 \\ \hline 1\ 4376078 \\ 2 \\ 2 \end{array}$$

Виконаємо додавання цифр для першого стовпця:

$(2 + 7 + 6) = 15$, робимо помітку, продовжуємо підрахунок з числа $5 - 1 = 4$;

$(4 + 3 + 5) = 12$, робимо помітку, продовжуємо підрахунок з числа $2 - 1 = 1$;

$(1 + 1) = 2$, записуємо під стовпцем, цифри якого додавали проміжний результат — цифру **2**, а під нею — суму усіх зроблених поміток (для першого стовпця — 2).

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 5\ 6\ 7\ 6\ 5\ 7 \\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 7'\ 6'\ 5' \\ + 6'\ 5'\ 4'\ 2'\ 7'\ 6\ 6\ 7 \\ 3\ 0\ 8'\ 6\ 5'\ 4'\ 4\ 7' \\ 5'\ 3\ 2\ 1\ 5\ 2\ 3'\ 0 \\ \hline 1\ 4'\ 3\ 6'\ 6'\ 0\ 7\ 8' \\ \hline 0\ 2\ 0\ 5\ 3\ 0\ 3\ 9\ 1 \\ \hline 0\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 3 \\ 2\ 6\ 4\ 9\ 8\ 5\ 7^{+1}4\ 4 \\ \hline 2\ 6\ 4\ 9\ 8\ 5\ 8\ 4\ 4 \end{array}$$

Виконаємо додавання цифр з «відкиданням» 11 для усіх стовпців.

При додаванні чисел, записуємо їх «цифра під цифрою», «розряд під розрядом».

Підрахунок цифр проводимо, «відкидаючи» 11.

Перший рядок під рискою — це суми цифр стовпців з «відкинутими» 10; другий — кількість поміток у стовпці.

Першими цифрами рядків під рискою дописуємо або «уявляємо» 0.

Остаточний результат знаходимо, додавши цифри двох

останніх рядків за схемою «L», тобто додаємо цифри, записані одна під одною і «сусіда» нижньої цифри – цифри, записаної правіше:

$$(0 + 0 + 2) = 2; \quad (2 + 2 + 2) = 6;$$

$$(0 + 2 + 2) = 4; \quad (5 + 2 + 2) = 9;$$

$$(3 + 2 + 3) = 8.$$

☺ – Як справи у школі, Сергійку?

– Вчителька сказала, що я зовсім не знаю математики й написала мені в щоденнику якусь цифру... ☺

☺ – Як твої успіхи в школі, Петрику?

Які ти сьогодні отримав оцінки?

– Я з батьком двієчника не розмовляю! ☺

$(0 + 3 + 2) = 5$; $(3 + 2 + 2) = 7$; $(9 + 2 + 3) = 14$, записуємо другу цифру, а першу цифру переводимо у вищий розряд (додаємо до попередньо записаної цифри: $7 + 1 = 8$); $(1 + 3) = 4$ — остання цифра відповіді. Остаточний результат: **264985844**.

Зручно у процесі додавання цифр у стовпцях «відкидати» 10. Тобто, після отримання в сумі цифр числа 10 або більшого за 10, зробити помітку біля останньої цифри, яку додавали, зменшити отриманий на 10 і продовжити підрахунок цифр з числа, яке отримали.

Водночас використовуємо правило: щоб відняти від числа другого десятка 10, записуємо його другу цифру, а першу відкидаємо:

$10 - 10 = 0$; $16 - 10 = 6$; $19 - 10 = 9$ і т. д.

$$\begin{array}{r} 5\ 5\ 7\ 8 \\ 3\ 7'\ 3'\ 4' \\ +\ 4'\ 3\ 2\ 4 \\ 3\ 2\ 4\ 5' \\ \hline 6'\ 7'\ 3\ 5 \\ +\ 0\ 1\ 4\ 9\ 6 \\ \hline 2\ 2\ 1\ 2 \\ \hline 2\ 3\ 6\ 1\ 6 \end{array}$$

У цьому способі також у першому рядку під рискою записуємо суми цифр стовпців з «відкинутими» 10, а у другому — кількість поміток у стовпці. Але другий рядок записуємо зміщеним на одну позицію вліво.

Остаточний результат знаходимо додавши цифри останніх рядків за звичайною схемою «цифра під цифрою», як при звичайному додаванні.

$$(0 + 2) = 2; \quad (1 + 2) = 3;$$

$$(4 + 1) = 5; \quad (9 + 2) = 11;$$

6 — остання цифра відповіді.

2 3 6 1 6 — остаточний результат.

Примітка. Можна не писати другого рядка під рискою, а відразу виконувати дії з цифрами першого рядка та помітками. Перша цифра відповіді — кількість поміток у першому стовпці; друга — сума першої цифри проміжного результату та кількості поміток у другому стовпці і т. д.

Остання цифра проміжного результату є останньою цифрою відповіді.

(Далі буде)

КОГНІТИВНО-ПРОДУКТИВНЕ НАВЧАННЯ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Михайло РИЖКОВ — учитель математики та фізики Новогилицької школи Чкаловської ОТГ, Харківська область

У попередніх статтях [1 — 5] ми торкнулися багатьох проблем сучасної освіти. Показано необхідність переходу від ретрансляції знань до організації продуктивної пізнавальної роботи на уроці. Обґрунтована роль практичних завдань і ситуацій в організації такої роботи. Вони вирішують проблему конкретизації змісту освіти, у тому числі математичного. У цій статті обговорюється вивчення стереометрії в старших

© Рижков М. ?, 2019

класах середньої школи, яка організована в існуючій системі освіти найгірше.

Нагадаємо основні характеристики продуктивного навчання. В існуючій системі освіти навчальний процес є механістичним: процес навчання визначається вчителем, його поясненнями, вказівками, завданнями, інструкціями, на долю учнів залишається наслідувально-виконавська робота. Але психологами помічено, що чим більше вчитель учить своїх учнів і чим

менше надає їм можливостей самостійно отримувати знання, мислити і діяти, тим менш плідним стає процес навчання. У. Черчилль говорив: «Я люблю вчитися, але мені не завжди подобається, коли мене вчать», — така психологія. І навпаки, якщо в процесі навчання здійснюється жива пізнавальна діяльність учнів, то ефективнішим буде процес засвоєння знань і всебічного розвитку учнів. У процесі навчання учні опановують методи вивчення навколишніх предметів і явищ, способи впливу на них, розвивають навички розумової діяльності: аналіз і синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення і т. д. Знання, отримані в результаті активної пізнавальної діяльності, розвиваючись, переходять в переконання і стають знаряддям мислення і практичної діяльності. Пізнати об'єкта або явище означає створити модель цього об'єкта або явища. В процесі пізнання відбувається узагальнення пізнаних фактів, самоструктурування цілого з частин, а це вимагає інтеграції різних дисциплін. Формальна логіка потрібна для впорядкування знань. Відбір змісту повинен розпочинатися з виділення опорних знань. Русійною силою навчального процесу є протиріччя між пізнавальними і практичними завданнями та існуючим рівнем знань, умінь і розвитком школярів. Поставлене одного разу і прийняте учнями пізнавальне завдання або проблема відкриває нові пізнавальні завдання або проблеми. Відбувається процес «саморуху» пізнання. Мистецтво вчителя полягає у врахуванні вікових і індивідуальних відмінностей вихованців у процесі пізнавальної діяльності. І оскільки завдання ставляться послідовно, а пізнання має фрактальний характер, то вчитель при активній участі самих учнів стежить за тим, щоб ця послідовність була послідовністю завдань, що все більш ускладнюються, і кожне наступне завдання базувалося на основі попередніх завдань. Вчитель, розробляючи ситуації і проєктуючи урок, створює логічну структуру знань, розумової та операційної навчальної діяльності учнів.

Нині — час комп'ютерних технологій, процес пізнання часто підміняється на процес впізнавання. Процес пізнання — це постійна творча праця розуму і душі; результат пізнавальної діяльності — знання; а процес впізнавання — швидкий і легкий. Існує два види пізнання: емпіричне пізнання і теоретичне пізнання. Пізнавальне значення теорій дуже велике. Вони дозволяють пояснити явища і процеси, що вивчаються, передбачити їх розвиток у майбутньому. Процес впізнавання, природно, позбавлений цього.

Програма «Нова українська школа» припускає розвиток пізнавальних навичок учнів, починаючи з початкової школи. Основне завдання учбового предмета «Я досліджую світ»: навчити

спостерігати, розвивати навички пізнавальної роботи шляхом постановки простих учбових експериментів, в основному якісних. У середніх класах відбувається ознайомлення учнів із процесом пошуку і придбання наукових знань на основі виконання учбових лабораторних робіт дослідницького характеру. Така робота повинна займати не менше 50 % навчального часу. Вивчаються різні залежності, які можуть бути виражені математично. Постановка дослідів, процес спостереження, обговорення результатів вимірювань, формулювання висновків, запис залежностей — усе це відбувається продуктивним чином учнями спільно з педагогом. Не біда, що учень на перших порах робить це неправильно або не зовсім точно, важливо, що він намагається сам вирішити поставлене завдання. П. Л. Капіца говорив: «Нехай краще буде десять невірних ідей, ніж жодної». Дуже добре, коли по ходу роботи виникають протиріччя в думках різних учнів: учитель повинен допомогти виділити точнішу відповідь і переконливо для всіх просто і яскраво показати його правильність, а іншим вказати недоліки і помилки при дослідженні цього питання. При цьому учень привчається працювати з різними джерелами інформації, різними приладами. Дитина, винаходячи свої знання, набуває свій спосіб пізнання істини.

Нині існує протиріччя між застарілим змістом курсів учбових дисциплін і вимогами, які пред'являє життя до «продукції» системи освіти. Одне з завдань статті — запропонувати деяку конверсію змісту і конкретизації змісту геометрії. Структура і спосіб подання матеріалу в підручнику мають бути умовою і способом організації самостійного шляху пізнання дитини. Аналізуючи багато українських підручників з усіх предметів, доводиться констатувати, що так, з висоти вченого немає проблем: підручники побудовані так, як пишуть оглядові наукові статті і книги. Але що повинен робити учень, вивчаючи предмет за таким підручником: читати, запам'ятовувати і ходити з цим набором фактів усе життя, якщо багато фактів не стали власністю дітей, не інтегровані в їх життя.

Початок пізнавальної роботи — **когнітивна ситуація** — ситуація, що приводить до пізнання явища, мотивує пізнавальну продуктивну роботу, припускає довгий шлях усебічного пізнання явища або об'єкта, породжує необхідний набір понять, законів, їх конструювання, дослідницьку роботу, результатом якої є формулювання законів, глибоко інтегруючих різні галузі знання. Існують ситуації, коли учень, маючи всі необхідні знання для вирішення проблеми, не може цього зробити, — це мотивація для зміни системи навчання з інформаційного на когні-

тивний. Проблемне навчання ґрунтується на моделюванні процесу пізнання в навчальних умовах. Учителів, планує роботу з дітьми, необхідно орієнтуватися в просторі можливих станів проблеми. Стан — це репрезентація проблеми на деякому етапі рішення. Успішне рішення проблеми часто залежить від вдалої репрезентації проблеми, яка дозволяє побачити застосовність тих або інших знань про предмет дослідження. В процесі рішення проблем учні освоюють способи організації вирішення проблем, які оптимально підходять для проблем в конкретній області. А це — головне в розвитку компетентності у будь-якій області. Проблемне навчання є основою методу «від складного до простого», а не навпаки. Психологи Брайан Шперинг і Грегори Ешбі з Каліфорнійського університету Санта Барбери експериментально довели, що люди, стикаючись із простими завданнями на початку, створюють просту стратегію і переносять його на складніші випадки. І перебувати вже не можуть. Зате, якщо відразу братися за складне завдання, шансів вирішити його правильно набагато більше. І це потрібно враховувати. На відміну від існуючої системи освіти, в новій системі навчання рух і повинен бути від складного до простого.

Пізнання — мотивація навчального процесу. Можна виділити декілька розділів пізнавальної роботи. По-перше, пізнання людини: психологічні, фізичні, фізіологічні характеристики, мотивація — необхідність враховувати в житті свої можливості. По-друге, пізнання флори і фауни, оскільки ми використовуємо це середовище, стикаємося, співіснуємо, перебуваємо під їх впливом. По-третє, пізнання місця існування: дослідження навколишніх об'єктів, речовин і тіл. Необхідно прогнозувати процеси взаємного розташування, взаємного впливу, взаємодії. По-четверте, пізнання соціальних явищ, які впливають на життя людини. В процесі створення програми пізнавальної роботи виникають глибші завдання для дослідження:

- Хімічних процесів, що відбуваються в природі, в людині і всередині інших живих істот, прогнозовані у зв'язку з впливом людини й інших тіл.

- Фізичних явищ, які ми спостерігаємо, прогнозуємо, які так чи інакше роблять вплив на життя людини.

- Біологічних явищ, які відбуваються при взаємодії людини, флори і фауни, різних речовин і об'єктів місця існування.

Процес пізнання повинен носити винятково дослідницький характер. Програма пізнавальної роботи створюється інтерактивно, продуктивно, а не нав'язується згори. Інакше часто можна чути від дітей: «мені не зрозуміла і не потрібна

ваша алгебра», і це справедливо, оскільки наука не стала надбанням учня. А винні в цьому наша система навчання і організація навчання, яка не стала організацією пізнавальної роботи. Математика як окремий предмет шкільного курсу з'являється як інструмент пізнання, основне завдання якої — створення і розвиток математичних моделей.

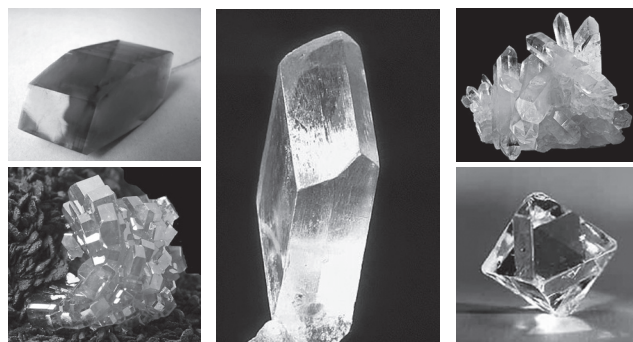
Змістовних завдань для початку процесу пізнання, особливо в старших класах, дуже багато. Вони мають бути природними, а не штучно сформульованими. Наприклад, створення імплантата для якогось органа, заміна людського органа — проблема сумісності штучного органа з живими тканинами організму, пізнання хворобливого стану організму — вивчення колоній вірусів і бактерій, енергетичні й інші характеристики продуктів харчування і т. д., і т. п. Усе це приводить до постановки нових проблем — вивчення фізичних, хімічних, біологічних і інших проблем, необхідність вивчення мікробіології і т. д. Завдання профільних предметів повинні впливати із загальної стратегії пізнання для глибшого вивчення профільних моделей з метою застосування в загальному пізнанні. Більш глибоке пізнання і створення складних теоретичних моделей здійснюється в профільних ліцеях окремо від прикладних, доступних усім учням. Основне завдання окремих предметів шкільного курсу загальноосвітніх шкіл — відпрацювання навичок рішення конкретних завдань, пов'язаних із конкретними моделями, необхідними для пізнання і витікаючими із загальної логіки пізнання, — мотивація процесу навчання в школі.

При глибшому дослідженні хімічних, фізичних і біологічних явищ виникає завдання дослідження мікросвіту, його елементів, у тому числі атомів і молекул. Для їх опису і потрібна стереометрія з її координатними, векторними та іншими моделями. Створення нових форм, нових матеріалів, інші інженерні дослідження також є змістовною базою стереометрії. Тоді і зміст стереометрії стане багатшим. Таким чином, і навчання стане також змістовнішим.

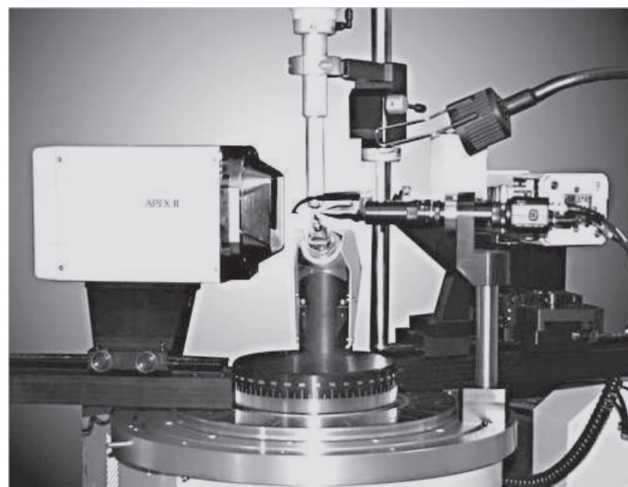
Процес пізнання в старших класах середньої школи, природно, базується на когнітивних здібностях, розвинених в учнів у середніх класах, де у них вироблені уміння планувати проведення нескладних експериментів, уміння робити висновки з якісних експериментів. Була проведена класифікація речовин і виділені різні види матерії. У старших класах учні розвивають уміння описувати математично результати експериментів. Наприклад, при дослідженні механічних властивостей твердих тіл, таких як пружні властивості, твердість, крихкість, пластичність, пористість і т. д., діти вчать вводити параметри, необхідні

для вивчення і вираження залежностей, функції, що характеризують динаміку процесів і явищ, що вивчаються. Для глибшого вивчення й обґрунтування отриманих залежностей ставиться завдання вивчення атомно-молекулярної будови речовин. Пізнання йде паралельно на різних курсах, починаючи з естетики, музики, живопису й інших гуманітарних предметів, і детальніше на уроках фізики, хімії, математики, географії і т. д. Для визначення атомної структури твердих тіл використовують методи рентгенографії, електроннографії і нейтронографії, в основі яких лежать дифракційні методи. Вони дають можливість «заглянути» всередину матерії. На уроках фізики діти вивчають природу випромінювань, їх властивості, такі як відбивання, поглинання, дифракцію, інтерференцію і т. д. По дифракційній картині можна судити про структурний стан твердого тіла. Для розуміння і встановлення зв'язків між структурою і властивостями твердих тіл необхідно знати добре атомну структуру твердого тіла. Знати атомну структуру — це знати координати центрів тяжіння всіх атомів, що входять в об'єм так званого елементарного осередку. Після дослідження фізичних властивостей реальних кристалічних тіл для глибшого вивчення і моделювання структури з'являються поняття ідеальних кристалів, кристалічної решітки, елементарного осередку кристала та їх геометричні характеристики. Мотивацією для вивчення геометрії кристалічних речовин багато: дуже багато речовин можна за певних умов кристалізувати, а потім використати результати досліджень для їх пізнання. Змістом стереометрії і буде вивчення конкретних геометричних моделей і встановлення зв'язку між характеристиками форми і фізичними властивостями реальних кристалічних тіл, наприклад неоднакову твердість кристала на різних гранях і по різних напрямках і т. д. При рішенні різних завдань структурного аналізу доводиться обчислювати кути між окремими площинами і кристалічними напрямками, направляючи косинуси нормалі, міжплощинні відстані і визначати безліч інших параметрів.

Фото деяких кристалів для аналізу і дослідження

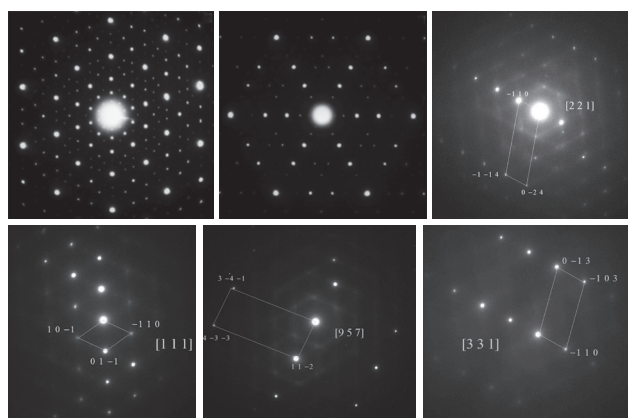


Після дослідження механічних, магнітних, електричних, теплових, хімічних, оптичних, геометричних і т. д. властивостей кристалічних тіл виникає гіпотеза: чи не пов'язані якось ці властивості із структурою речовини? Потім для глибшого дослідження пропонується застосувати різного роду випромінювання, що пронизують речовину. Корисно для дітей використати картинки, отримані при рентгенографії, електроннографії, нейтронографії, тим паче що існує безліч доступних приладів для живого дослідження навіть у школах: наприклад, рентгенівський апарат марки LD Dactic — цей повністю захищений пристрій для учбового використання, схвалений для використання в школах Німеччини. Існує досить багато відеоматеріалів такого дослідження в Інтернет-просторі, наприклад:

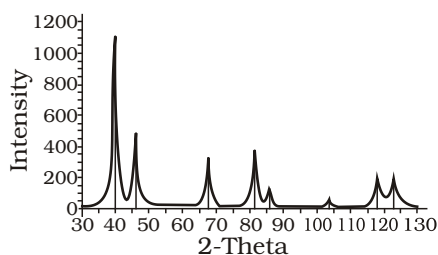


Рентгенограми, електроннограми для аналізу і дослідження

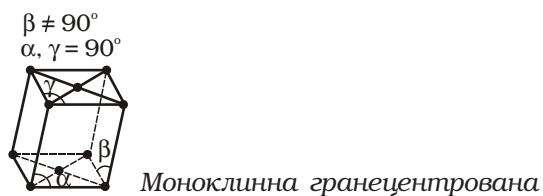
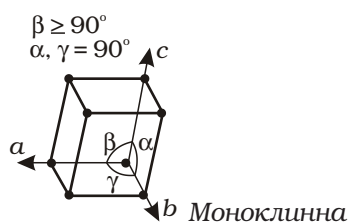
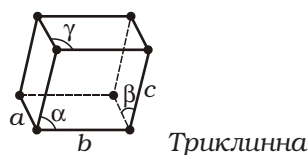
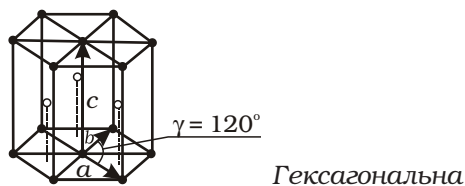
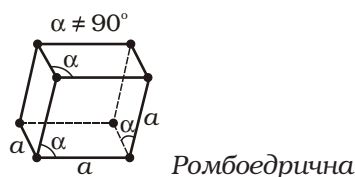
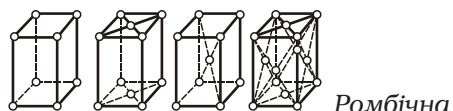
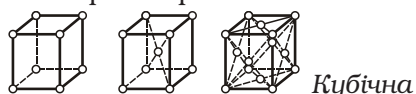
Потрібно проаналізувати зображення і встановити структуру кристалічної решітки.



Геометрія (розташування) дифракційних плям визначається ґратами кристалу, але для отримання відомостей про розташування атомів усередині осередку необхідно враховувати інтенсивність відбитих пучків. Дифракційна картинка виглядає так:



Структури кристалів для аналізу і дослідження в стереометрії



Зауваження. При дослідженні конкретних кристалічних структур учні разом з учителем створюють геометричні моделі цих структур, що допомагають виявити закони симетрії або набори симетричних перетворень кристалічних структур, розуміючи, що в реальних кристалічних структурах закономірне розміщення частинок трохи порушене через їх тепловий рух, але ми розглядаємо ідеальну структуру, в якій немає порушень. Усі однакові частинки

розташовані однаковими паралельними рядами (кристалічна решітка).

Основні завдання стереометрії

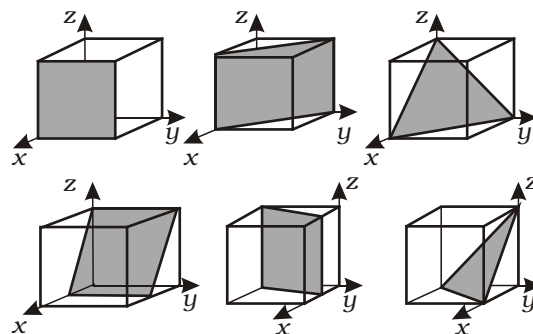
1. Описати координатним і векторним методами кожен тип кристалічної структури (тобто визначити координати центру тяжіння атомів, іонів) кожної структури.

2. Описати координатним і векторним методами основні напрями кожної кристалічної системи.

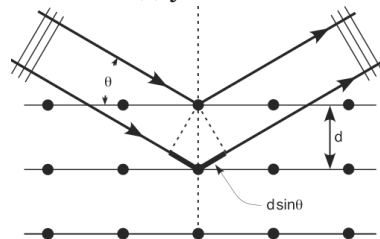
3. Описати координатним і векторним методами основні площини сімейства плоских сіток кожної кристалічної системи, оскільки кристал — сукупність атомних площин, на яких дифрагують рентгенівські промені.

4. Для кожного типу кристалічних систем увести параметри, що визначають структуру кожної з них.

5. Для кожної кристалічної системи визначити сімейства паралельних площин з однаковими значеннями міжплощинних відстаней. Наприклад, для кубічної структури маємо



оскільки дифракція рентгенівських променів монокристалами відбувається схематично так



Для цього вивести формули, зв'язуючі ці відстані з параметрами, що визначають структуру. При ідентифікації речовин за експериментально отриманою рентгенограмою кожен з дифракційних максимумів відповідає відбиванню від того чи іншого сімейства площин. Положення максимуму на рентгенограмі визначається значеннями кута θ і значеннями міжшарових відстаней d . Співвідношення $2d \sin \theta = n\lambda$, де n — ціле число, λ — довжина хвилі, відомо з дифракції та інтерференції рентгенівських променів як закон Брегга, легко встановлюється учнями з малюнка, який наведений вище. Певна кількість дифракційних максимумів відбивання та їх фіксоване положення на рентгенограмі відповідає набору міжплощинних відстаней. Для ідентифі-

кації речовини порівнюють експериментально отриманий набір міжплощинних відстаней і їх інтенсивності з їх набором, які можна знайти в спеціальних таблицях, довідковій літературі і журнальних статтях з попередніх досліджень.

6. Для кожної кристалічної структури визначити всі перетворення, при яких структура переходить сама в себе. Порівнюючи встановлені факти з аналогічними результатами аналізу дифрактограм і електроннограм, виконується висновок про те, що за цією ознакою можна ідентифікувати речовини за наявністю деякого набору перетворень, що поєднують кристалічну структуру з собою і дифрактограму з собою. Це може бути основою класифікації кристалічних структур і складання стратегії їх дослідження і передбачення властивостей цих структур при дії на них ззовні якимсь чином. Після продуктивного аналізу виникає класифікація кристалів: встановлюємо існування 7 кристалічних систем — класифікація за набором елементів точкової симетрії, що описують кристал (за макроскопічними властивостями кристала і на вигляд). Вводимо продуктивно 7 точкових груп симетрії.

Нижча категорія (немає осей вищого порядку):

- Триклінна: немає симетрії або тільки центр інверсії.
- Моноклінна: одна вісь 2-го порядку і/або площина симетрії m .
- Ромбічна: три взаємно-перпендикулярні осі 2-го порядку і/або площини симетрії m .

Середня категорія (одна вісь вищого порядку):

- Тетрагональна: одна вісь 4-го порядку.
- Тригональна (ромбоедрична): одна вісь 3-го порядку.
- Гексагональна: одна вісь 6-го порядку.

Вища категорія (декілька осей вищого порядку):

- Кубічна: чотири осі 3-го порядку.

Симетрія n -го порядку означає, що при повному оберті навколо осі симетрії кристал, а значить, і рентгенограма, співпадають самі з собою n разів.

7. Для кожної кристалічної системи визначити сукупності площин, що перетинаються по одній або паралельних прямих, і всі осі — прямі їх перетину. Вивести формули, що зв'язують кути між площинами кожного сімейства з параметрами, що визначають цю структуру.

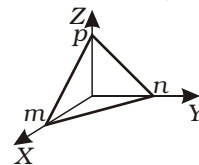
8. Для кожної кристалічної структури вивести формули для обчислення об'ємів елементарних осередків, оскільки для перевірки правильності визначення типу кристалічної решітки можна визначити число атомів, що припадають на елементарний осередок, знаючи V — об'єм елементарного осередку, ρ — щільність досліджуваної речовини, A — атомна маса досліджуваної речовини, m — маса $\frac{1}{16}$ частини маси атома кисню.

Зауваження. Якщо в усіх підручниках аналітичної геометрії приклади побудови площин йдуть після вивчення теорії, то при продуктивному вивченні стереометрії навпаки: маємо площину, а потім шукаємо її рівняння.

Для реалізації пізнавальної роботи на уроках стереометрії розвивається декілька напрямів, що дають інструменти для опису структур: координатний метод, векторний метод, метод перетворень. Для опису просторових елементів кристалічних решіток використовується просторова система координат, де за початок координат може бути вибраний будь-який вузол кристалічної решітки, а напрям осей координат співпадає з напрямками трьох ребер елементарного осередку, що виходять з однієї точки, що лежать у різних площинах. При цьому природним чином може розвиватися й афінна геометрія паралельно з евклідовою. Будь-який вузол кристалічної решітки визначається або за допомогою координат, причому за масштабні одиниці a, b, c беруться розміри ребер елементарного осередку за напрямом осей X, Y, Z , або радіус-вектором, проведеним через нього з початку координат: $\vec{R} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$, де m, n, p — три числа, координати вузла. Кристаліграфічний напрям — пряма, що проходить через два вузли (дві точки) просторових решіток. Для зручності будь-який напрям переноситься в початок координат. Основні завдання аналітичної геометрії прямих і площин у просторі і на площині, впливають зі змістовних дослідницьких пізнавальних завдань кристаліграфії.

Вправи для розвитку навичок опису структур і результатів досліджень.

- Скласти рівняння площини.

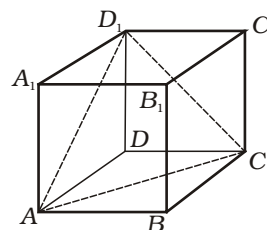


На малюнку вказані m, n і p — довжини відрізків у масштабних одиницях на осях. Позначимо її у виді $(m \ n \ p)$.

• Зображувати в тривимірній системі координат площину, задану рівнянням $3x + z = 1$.

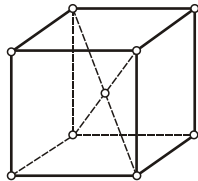
• Знайти відстань від початку координат до площини, показаної в завданні 1.

• Побудувати пряму, перпендикулярну площині $(m \ n \ p)$, див. завдання 1, знайти точку перетину прямої з площиною.

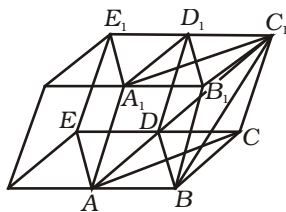


На зображенні куба довести, що $(B_1D) \perp (ACD_1)$. Кубічна структура часто зустрічається в описі структур, тому завдання актуальне. Показати перетин вказаних прямої і площини, знайти відстань від точки B_1 до вказаної площини. При рішенні вказаних завдань продуктивно формуються визначення й ознаки відповідних співвідношень. При формуванні відповідних образів використовуються моделі фізичні і в 3D, комп'ютерні програми для роботи в 3D, що важливо в різних професіях.

У цій об'ємноцентрованій кубічній структурі знайти мінімальну і максимальну відстань між прямими і площинами. Це актуально для з'ясування і передбачення механічних властивостей структур у різних напрямках.



Ромбоєдр — також одна з поширених моделей для опису структур (див. малюнки структур) різних речовин, тому є актуальною для дослідження. Він складається з наборів ромбів із стороною a і кутом α .



Для дослідження такої моделі пропонується набір вправ.

Знайти відстань між площинами BDD_1B_1 і AA_1E_1E ; BDC_1 і AED_1 ; BCC_1B_1 і ADD_1A_1 .

Знайти відстань між прямими AB і A_1B_1 ; AA_1 і CC_1 ; A_1C_1 і AC ; AD_1 і BC_1 .

Відстань від точки D_1 до площини BDC_1 ; від точки D_1 до площин ACC_1A_1 , $ABCD$.

Кут нахилу ребра AA_1 до площини основи.

Кут нахилу бічної грані до площини основи.

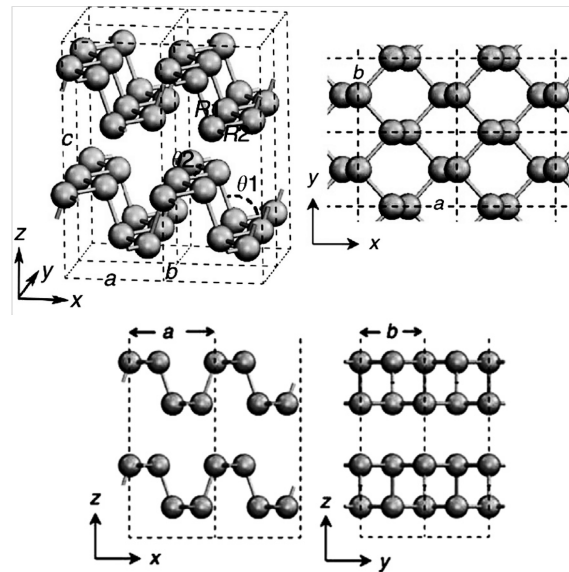
Кут нахилу площини BDC_1 до площини основи.

Кут між площинами ADD_1A_1 і ABB_1A_1 .

Зауваження. Встановити треба співвідношення між шуканою величиною і параметрами, які визначають структуру, тобто стороною a і кутом α .

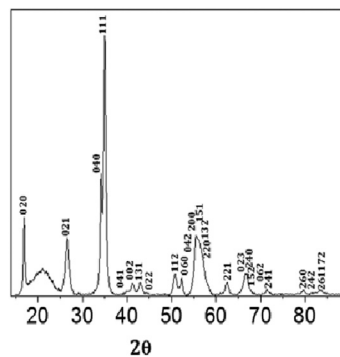
Відшукати всі перетворення, що переводять модель, що складається з нескінченного набору ромбоєдрів, що заповнює увесь тривимірний простір, у себе.

9. На малюнку зображено модель найбільш стійкої з усіх форм чорного фосфору, що мають електричні властивості напівпровідника.

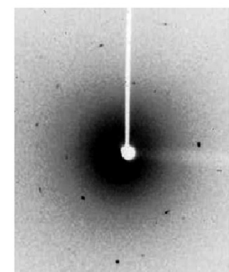


Встановлення фізичних властивостей виконується дослідницьким шляхом. Вправи для дослідження моделі аналогічні завданням п. 7. Для конкретизації завдань можна використати результати наукових експериментів. Відомі визначальні параметри решітки: $a = 4,36 \text{ \AA}$; $b = 3,31 \text{ \AA}$; $c = 10,54 \text{ \AA}$; $R_1 = 2,244 \text{ \AA}$; $R_2 = 2,224 \text{ \AA}$; $\theta_1 = 102,09^\circ$; $\theta_2 = 96,34^\circ$.

Аналізуючи дифрактограму і криву відносної інтенсивності, зобразити структуру кристалічної решітки.

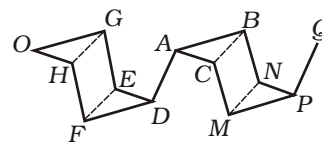


Крива відносної інтенсивності



Дифрактограма

Виконаємо допоміжний малюнок для формулювання конкретних завдань.

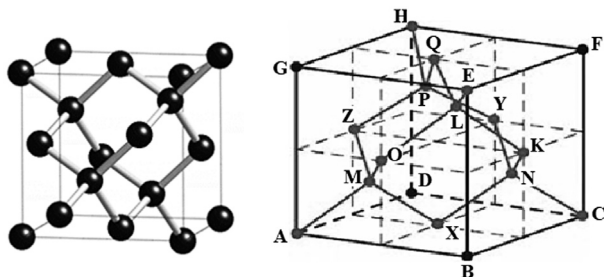


Знайти відстань між площинами (OGH) і (FED) .
Знайти кут між площинами (FED) і (GHF) .
Знайти відстань між площинами (GHF) і (BCM) .
Знайти кут між прямою (AD) і площиною (GHF) .
Знайти відстань між прямою (BC) і площиною (MNP) , між прямими (NP) і (AB) .

Визначити відстань між прямими (BC) і (QP) ; і т. д.

Зауваження. Завдань продуктивного характеру дуже багато. Усі вони належать до дослідження структури кристалічної форми.

10. Структура алмазу і його властивості. На малюнках показані моделі структури алмазу 3D і прив'язаної до кубічної решітки.



Зауваження. Атомна щільність кристалів алмазу, яка пояснює багато його властивостей, такі як твердість, найвищу теплопровідність, високу прозорість, великий оптичний показник заломлення і так далі, є мотивацією вивчення геометричної форми структури і її геометричних характеристик, такі як об'єм, площу поверхні, координатні і векторні способи вивчення структур, аналітичну геометрію прямих, які описують напрям вивчення властивостей, площин, які містять найбільшу і найменшу кількість атомів, точок, які задають положення атомів на моделі. Відстані між площинами задають напрями, де механічні властивості або сильніше або слабкіше виражені. У структурі видно шестигрунті «канали», що проходять наскрізь. По цих каналах легко відбувається дифузія домішок в кристалі.

Продуктивні завдання для дітей

1. Описати розташування атомів структурної групи алмазу. Для цього виявити усі площини, перпендикулярні до площини (ACN), які містять

атоми; визначити відстані між ними; те саме відносно площин (ACFG) і (ABEG).

2. Дослідити щільність атомів у різних площинах.

3. Виявити осі симетрії, центри і площини симетрії структури, центри і параметри поворотів та інших перетворень, що переводять структуру в себе і, таким чином, передбачити напрями і площини, уздовж яких фізичні параметри однакові. Використати програми для роботи в 3D.

4. Проаналізувавши результати спостережень і досліджень, передбачити механічні, електричні, оптичні, теплові та інші властивості за різними напрями, у тому числі твердість. Виявити площини, визначальні найуразливіші для руйнування і найміцніші в цьому відношенні.

Зауваження. При дослідженні цих проблем продуктивним чином виникають необхідні знання і методи, такі як визначення, ознаки і властивості паралельних і перпендикулярних прямих і площин у просторі, відстані між ними, координатний, векторний та інші методи. Тобто факти стереометрії, аналітичної геометрії.

ЛІТЕРАТУРА

1. Рижков М. О. Практичні задачі і ситуації у навчанні математики // Математика в рідній школі. 2014. — № 1. — С. 27 — 32.
2. Рижков М. О. Практичні задачі і ситуації під час вивчення алгебри у 9 класі // Математика в рідній школі. 2014. — № 4. — С. 16 — 25.
3. Рижков М. О. Практичні задачі і ситуації під час вивчення геометрії у 9 класі // Математика в рідній школі. 2015. — № 6. — С. 22 — 30.
4. Рижков М. О. Практичні задачі і ситуації у навчанні математики в середній школі // Математика в рідній школі. 2015. — № 9. — С. 11 — 19.
5. Рижков М. О. Вивчення елементів статистики і теорії ймовірностей в курсі математики середньої школи // Математика в рідній школі. 2016. — № 7 — 8. — С. 15 — 21.

ПЕРШИЙ УРОК МАТЕМАТИКИ В 6 КЛАСІ. ЦІКАВО З МАТЕМАТИКОЮ

Оксана КОВАЛЕНКО, учитель математики спеціалізованої ЗОШ № 2 з поглибленим вивченням іноземних мов, м. Чернігів

Гра важлива як для підготовки дитини до майбутнього, так і для того, щоб зробити її теперішнє життя повним і щасливим.

Ж. Фабру

Перший урок математики, на початку навчального року, є маленьким іспитом і для вчителя, і для дітей. Дітям

© Коваленко О. І., 2019

після довгих літніх канікул складно поринути в світ чисел і задач. Тому дуже важливо зробити перший урок цікавим і комфортним. Саме тому я пропоную зробити перший урок неформальним, у формі гри. Урок для дитини перетвориться на подорож у світ цікавого, яка сповнена маленьких відкриттів. Цікавість оживляє процес навчання, а також сприяє розвитку інтелектуальних і творчих здібностей, пізнавальних інтересів.

Мета: систематизувати знання учнів про дії над числами, відсотки, розв'язування текстових задач, розвивати в учнів навички пошукової діяльності, логічного і просторового мислення, пізнавальну активність, кмітливість; формувати вміння узагальнювати та робити висновки; правильно висловлювати думки; розвивати навички раціональної обробки інформації; формувати навички колективної роботи; стимулювати зацікавленість до вивчення математики; пробуджувати цікавість до вивчення історії нашої країни і світу; розвивати критичне мислення; виховувати культуру спілкування.

Тип уроку: нестандартний урок, урок-гра

Обладнання: роздатковий матеріал; мультимедійна дошка; заохочувальні призи

Хід уроку

Вступне слово вчителя. Сьогоднішній наш урок буде маленькою пригодою, в якій ми будемо грати, розв'язувати приклади і задачі, жартувати й ознайомлюватися з різними цікавими математичними і навіть історичними фактами.

Отже, попереду п'ять різноманітних пригод.

I. Для швидких і веселих. Бліц-опитування

Для швидких і веселих

1. Числа, які використовуються при лічбі?
2. В яких одиницях вимірюється довжина?
3. Кут, менший за 90° ?
4. Скільки прямих проходить через дві точки?
5. Частина прямої, яка має початок і не має кінця?
6. Як називаються компоненти при відніманні?
7. Скільки центнерів в 100 тонах?
8. Трикутник, у якого дві сторони рівні?
9. Скільки нулів у числі «мільйон»?
10. Як називається число зі 100 нулями?
11. Толя вищий за Петра, Петро вищий за Сашка, Дмитрик нижчий за Сашка. Хто з хлопців найвищий?
12. Книга в обгортці коштує 1 грн. 20 коп. Скільки коштує книга, якщо вона на 1 грн. дорожча за обгортку?
13. Два в квадраті — 4, 3 в квадраті — 9. Чому дорівнює кут у квадраті?

1. Числа, які використовуються при лічбі? (*натуральні*)
2. В яких одиницях вимірюється довжина? (*км, м, см, мм*)
3. Кут, менший за 90° ? (*гострий*)
4. Скільки прямих проходить через дві точки? (*одна*)
5. Частина прямої, яка має початок і не має кінця? (*промінь*)
6. Як називаються компоненти при відніманні? (*зменшуване, від'ємник, різниця*)
7. Скільки кілограмів в 1 центнері? (*100*)
8. Трикутник, у якого всі сторони рівні (*рівносторонній*)
9. Скільки нулів у числі «мільйон»? (*6*)

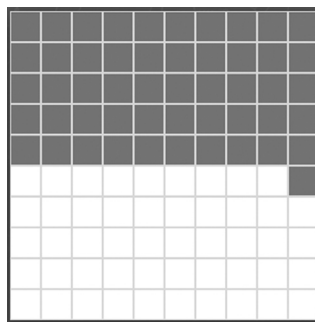
10. Як називається число зі 100 нулями? (*гуґл*)
11. Толя вищий за Петра, Петро вищий за Сашка, Дмитрик нижчий за Сашка. Хто з хлопців найвищий? (*Толя*)
12. Книга в обгортці коштує 1 грн 20 к. Скільки коштує книга, якщо вона на 1 гривню дорожча за обгортку? (*1,1*)
13. Два в квадраті — 4; 3 в квадраті — 9. Чому дорівнює кут у квадраті? (*90*)

Міні-задачі на швидкість

1. Відомо, що 5 кг яблук коштують стільки, скільки 4 кг груш. Скільки кілограмів груш можна купити замість 35 кг яблук? (*28 кг*).
2. Сума років трьох друзів дорівнює 32 рокам. Скільки років буде їм разом через 4 роки? (*44*).
3. Одне число в 4 рази більше від другого. Сума цих чисел 20. Знайдіть ці числа. (*4 і 16*)
4. Яку одну й ту саму цифру треба приписати ліворуч і праворуч до числа 25, щоб отримане число було кратне 6? (*4*).

II. Цікаві відсотки

1. Порівняй:
40 % від 200 і 20 % від 1000;
1 % від 3000 і 15 % від 200.
2. Який відсоток у фігури зафарбовано?



3. Переведи у відсотки 0,6; 0,1; 2; 0,03; 1,25.
4. **Задача.** Під час сушіння гриби втрачають 89 % своєї маси. Скільки сухих грибів одержимо з 300 кг свіжих? (*33 кг*)
- 5.* **Задача.** Ціна смартфона 5000 грн. Яка буде ціна, якщо ціну товару збільшити на 10 %, а нову ціну зменшити на 15 %? (*4675 грн*)

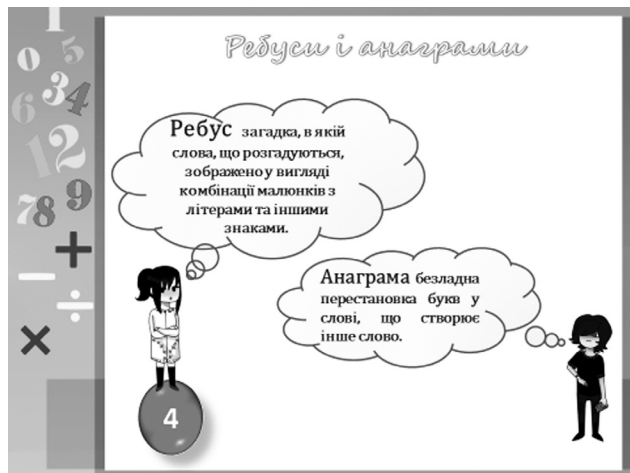
III. Продовжіть ряд і обґрунтуйте свою відповідь

Гострий, тупий, прямий, ...
Доба, година, хвилина, ...
100, 121, 144, ...
8, 27, 64, ...
1, 0,1, 0,01, ...

IV. Ребуси та анаграми

Ребус — це загадка, в якій слова, що розгадуються, зображено у вигляді комбінації малюнків з літерами та іншими знаками.

Анаграма — це безладна перестановка букв у слові, що створює інше слово.



Розшифруйте ребус і складіть найбільше слів із даного терміна за 3 хв (командна робота)



Приклади слів: рифма, тека, арфа, кат, кит, риф, рима...

Розшифруйте анаграми:

**ТИТАМКАЕМА, ЛОСИЧ, НЯННЯВІР,
ЛЕНДІЯН**

Відповідь: математика, число, рівняння, ділення

V. Задачі для кмітливих

1. Вівці і курки разом мають 36 голів і 100 ніг. Скільки вівць і курей? (14 вівць і 22 курки)

2. Сім олівців важать 60 г і ще два олівці, а олівець і ручка — 25 г. Скільки важить ручка? (10 г)

Цікаві факти:

Найперший математик, ймовірно, жив у Свазіленді. Саме там, у містечку Лембобо, археологи виявили кістку бабуїна, на якій чітко видно позначки у вигляді рисок. Реліквія пролежала в землі більше 37 000 років. Подібний артефакт — вовчу кістку, якій понад 30 000 років — розкопали у Франції.

Цікаві факти

Льюїс Керролл, автор «Аліса — в Країні Чудес» був відомим у наукових колах професором математики, викладачем математики і логіки при Оксфордському університеті.



Нуль не можна записати римськими цифрами

Знак «=» вперше ввів Роберт Рекорд у 1557 році.

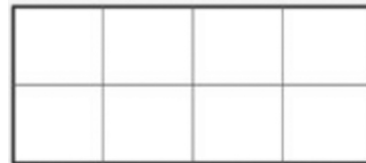


Льюїс Керролл, автор «Аліса — в Країні Чудес», був відомим у наукових колах професором математики, викладачем математики і логіки при Оксфордському університеті.

Знак « \Rightarrow » вперше ввів **Роберт Рекорд** у 1557 р. Нуль не можна записати римськими цифрами.

Додаткове завдання:

Скільки квадратів на малюнку? (11)



Домашнє завдання

Підготуйте три прислів'я з цифрою 7 і три прислів'я з числом 100.

Практичне завдання.

Виміряйте довжину, ширину і висоту своєї кімнати і обчисліть її об'єм у кубічних метрах.

Переведіть у кубічні сантиметри і кубічні кілометри.

3.* Розшифруй криптограму

Б + ББББ = МУУУ.

Домашнє завдання

1. Підготуйте три прислів'я з цифрою 7 і три прислів'я з числом 100.

2. Практичне завдання.
Виміряйте довжину, ширину і висоту своєї кімнати і обчисліть її об'єм в м³.
Переведіть в см³, км³

3.* Розшифруй криптограму
Б+ББББ=МУУУ

ЛІТЕРАТУРА

- Бевз Г. П., Бевз В.Г. Математика. Підручник для 5 класу.
- <https://oksanakovalenko.blogspot.com>
- <https://procikave.com>

Презентацію розміщено:

<https://oksanakovalenko.blogspot.com/2019/07/1.html>

ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ ГАДЖЕТІВ ТА QR-ТЕХНОЛОГІЇ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ (ТЕХНОЛОГІЯ BYOD – «ПРИНЕСИ СВІЙ ВЛАСНИЙ ПРИСТРІЙ»)

Оксана ЄГОРОВА – вчитель математики та інформатики загальноосвітньої школи I – III ступенів Чернігівської міської ради Чернігівської області, спеціаліст вищої категорії

«**М**и позбавляємо дітей майбутнього, якщо продовжуємо вчити сьогодні так, як вчили цьому вчора», — зазначав свого часу Джон Дьюї (1859 — 1952) видатний американський філософ, психолог та реформатор.

XXI століття — ера інновацій. Сучасність заповонила надзвичайні пристрої-гаджети, про які ще років двадцять тому ніхто навіть і подумати не міг: смартфони, айфони, айпади, планшети, бездротові навушники, електронні книжки тощо. Сьогодні вони з нами на кожному кроці нашого життя: ми прокидаємося під «розумні» годинники, наші смартфони вже вміють вираховувати, скільки кроків ми пройшли за день, на планшеті навіть дитина може створити власну анімацію, а на ноутбуках ми встановлюємо купу тих чи інших додатків — від ігор до надпотужних програм.

Сьогоднішні діти володіють модною технікою анітрохи не гірше (а часто краще), ніж дорослі. Вони грають у складні комп'ютерні ігри, за тиждень можуть опанувати новий пристрій і швидко знайти в мережі потрібний матеріал для виконання домашніх завдань. Оскільки ми живемо у цифрову епоху, то гаджети стали невід'ємною частиною для пізнання навколишнього світу.

У процесі організації навчальної діяльності багато вчителів стикаються з проблемою, як зацікавити та захопити дітей своїм предметом. Звісно, сформувані в учнів необхідні вміння та навички можна лише через активні розмови та самостійні дії самого учня. Тому необхідно постійно вдосконалювати форми і методи навчання сучасних учнів, поєднуючи традиційні методики та актуальні технології.

Погодьтеся, наявність мобільних телефонів в учнів викликає часто негативну реакцію у нас — учителів. Ми з роздратуванням спостерігаємо, як під час проведення уроку діти слухають не уважно, періодично відволікаючись для того, щоб переглянути відео на YouTube чи поспілкуватися в меседжері або інших соціальних мережах, отримати доступ до розважальних додатків тощо. Проте незаперечним є факт: коли в дітей пристрої перед очима, вони не відволікаються

© Єгорова О. Л., 2019

на всілякі розмови, вони зосереджені, бо їм це справді цікаво.

На моє глибоке переконання, заборонити користуватися мобільними технологіями безвідповідально з нашого боку. Учні будуть використовувати мобільні телефони незалежно від того, заборонимо ми їх у школі, чи ні.

Якщо ми готуємо наших учнів до життя після школи, то ми повинні дозволити їм використовувати ті інструменти, які в подальшому все одно стануть частиною їх повсякденного життя. Водночас ми повинні навчити дітей бути відповідальними за використання мобільних технологій.

Саме тому сучасні гаджети (планшети і смартфони) треба зробити помічниками, ефективно використовуючи вже напрацьовані формати навчання. Наприклад, такі, як BYOD (BringYourOwnDevice — «Принеси власний пристрій») або формат «перевернутого класу» (*flippedclassroom*). Таке змішане навчання (англ. *blendedlearning*) — різновид гібридної методики, коли відбувається поєднання навчання онлайн, традиційного та самостійного.

Дослідження 2014 р. від Стенфордського університету щодо технологій та студентів і учнів свідчить: надання повного доступу до пристроїв у школі (коли кожен учень має окремий смартфон чи планшет або ноутбук) забезпечує максимальну користь від використання сучасних технологій в освітньому процесі. Гаджети стимулюють зацікавленість школярів у навчальному процесі, роблять процес навчання більш динамічним, яскравішим.

Переваги використання на уроці смартфона та планшета порівняно з комп'ютером чи ноутбуком очевидні: ці гаджети компактні, їх мають більшість учнів і, крім того, є можливість доступу до мережі Інтернет (Wi-Fi, мобільний Інтернет). Це допомагає здійснити швидкий пошук інформації, використовувати спеціальні інтернет-додатки, організувати спільну роботу в режимі on-line, встановити зв'язок між учнями групи і між учителем та учнями.

Для того, щоб зробити освітній процес цікавим, я на уроках математики та інформатики використовую QR-технології. Що це таке?

QR-код — квадратна картинка, в якій закодовано інформацію. QR-коди (від англ. Quick Response — швидка реакція, швидкий відгук) були розроблені в 1994 році японською компанією Denso-Wave. У самій Японії QR-коди отримали широке поширення ще на початку 2000-х років: їх розміщують у рекламі, на обгортці товарів, буклетів, використовують в іграх, в довідниках та ін.

Для створення QR-кодів застосовують генератор QR-кодів — наприклад, QR Coder.ru. За допомогою QR-коду можна закодувати будь-яку інформацію, наприклад: текст завдання, посилання на сайт.

Для зчитування QR-кодів на даний час існує величезна кількість спеціальних програм і додатків. Для кожної моделі телефона існує свій додаток (залежно від ОС смартфона).

Цю технологію доцільно запроваджувати в різних видах навчальної діяльності. Можливе використання QR-кодів із посиланнями на матеріали в Інтернеті, що допомагають розв'язати ту чи іншу задачу, виконати інтерактивні вправи. Роздруковані коди можна роздати учням або вставити QR-код на слайд презентації (у QR-кодів є здатність зберігати собі невеликі за обсягом тексти і без підключення до Інтернету, тим самим розширюючи свої можливості).

QR-коди використовують на різних етапах уроку. Від постановки мети до оголошення домашнього завдання. Учні можна включати в різні форми роботи: індивідуальні, парні та групові.

Наприклад, на початку уроку вчитель закодує цікавий вислів, що перегукується з темою заняття. Учні повинні розкодувати QR-код і прочитати вислів.

Під час вивчення теми «Перетворення графіків функцій» в 9 класі пропоную використовувати QR-код із посиланням на спеціальні математичні додатки для побудови графіків функцій, що розміщені на сайтах в Інтернеті. Наочне зображення перетворень графіків функцій дає змогу більш ґрунтовно розібратися учням в цій темі, економить час на уроці, що суттєво збільшує обсяг виконаних вправ. Крім того, учні після того, як побудували графіки, за допомогою цього сервісу самостійно можуть перевірити правильність виконання завдання.



За допомогою QR-коду з посиланням можна швидко перейти на сервіс з опитуванням, зробити перевірку знань на сервісах онлайн-тестування, виконати інтерактивну вправу. Це допомагає учню застосувати знання на практиці і здійснити моніторинг знань учителю. Наприклад, при вивченні теми розв'язування квадратних нерівностей, учні за допомогою QR-коду виконували інтерактивне завдання «Залежність розміщення графіка квадратичної функції від дискримінанта» (<https://learningapps.org/2949722>)

Для учнів старших класів, якщо мені не вистачає дидактичного матеріалу — завдань із підручника, я готую завдання і викладаю для спільного доступу, наприклад, на хмарі (спеціальний сервіс для онлайн-зберігання файлів). Посилання на ці джерела подаються у вигляді QR-кодів, а за допомогою гаджетів учнів розпізнають коди.

Такі колекції посилань можна створювати і при організації проектної діяльності, а результати розміщати на сервісі Padlet (padlet.com — створення віртуальних дошок для сумісної роботи). Створені дошки можна використати для узагальнення і систематизації навчального матеріалу під час підготовки до контрольних робіт.

Розмістивши QR-код на слайді презентації можна розширити зміст досліджуваної теми: запропонувати додатковий матеріал для вивчення, який може містити текст, відео та посилання до спеціальних додатків. Перед вивченням нової теми або на уроці закріплення знань пропоную учням ознайомитися з відеоматеріалами (швидкий доступ — за QR-кодом). Для цього можна скористатися сайтом <https://video.novashkola.ua>.

QR-технології можна використовувати й у позакласній роботі. Можна провести QR-квест із математики: закодувати інформацію за допомогою QR-коду, роздрукувати QR-коди і розмістити їх у потрібних місцях; забезпечити вільний доступ до мережі інтернет через WI-FI. Використовуючи цю технологію, учням доводиться не тільки шукати відповідь, а й генерувати свій QR-код у вигляді відповіді.

Ця технологія (якщо її правильно подати) спрямована на мотивацію дитини до засвоєння будь-якої інформації. Потрібно організувати простір навколо себе так, як необхідно і зручно для всіх учасників навчального процесу. Використання гаджетів на уроках допомагає провести урок інтерактивно, цікаво і сучасно.

Отже, переваги використання мобільних пристроїв на уроках такі:

- Мобільність (можливість використання в будь-якому місці, в будь-який час).

- Доступність (переважна більшість учнів уже мають смартфони, планшети, якщо в когось немає, то організовується робота в групах).
- Компактність (займають менше місця порівняно з ноутбуками та комп'ютерами).
- Швидкість (миттєвий обмін інформацією через Bluetooth, електронну пошту, Viber, Veon тощо).
- Сучасність (впровадження в навчальний процес сучасних інформаційно-комунікаційних технологій є наскрізною ідеєю Закону про освіту).

Поряд із позитивними сторонами використання мобільних гаджетів у навчальному процесі існують і недоліки:

1. Негативний вплив мобільних пристроїв на здоров'я користувача.
 2. Функціональні можливості девайсів можуть значно відрізнятись, що може призвести до класової нерівності учнів.
 3. Завжди існує ризик, що учень використовуватиме свій пристрій не для навчальних цілей.
 4. Учень може забути гаджет удома або акумулятор матиме недостатній рівень заряду. [5]
- Результатом використання QR-кодів та гаджетів моєї роботи стало:
- підвищення мотивації до навчання, особиста зацікавленість учнів у здобуванні знань;
 - підвищення ефективності навчальної підготовки з математики учнів,
 - створення оптимальних умов для самореалізації учнів, позитивне налаштування, створення ситуації успіху для кожного;
 - зростання рівня ІКТ — компетентності учнів.
- Навіть учні з низькою успішністю та слабкою мотивацією до навчання на таких уроках не сидять склавши руки, намагаються щось вирішити, виміряти за допомогою мобільних пристроїв.
- Як показує досвід, використання мобільних пристроїв із відповідним програмним забезпе-

ченням позитивно впливає на динаміку пізнавальної активності учнів на уроках. У них рідше виникає бажання пограти в гру на гаджеті чи відвідати соціальну мережу як розвагу.

Звісно, навчання має бути цікавим, сучасним, враховувати особливості мислення сучасних дітей і сприйняття ними інформації, але сучасні технології не мають переважати над процесом живого спілкування. **Технологічні пристрої — не гарантія ефективного навчання, ніякий девайс учителя не замінить.** Саме тому вчителю потрібно зберігати почуття міри при використанні гаджетів на уроках.

ЛІТЕРАТУРА

1. Олексюк О. Використання смартфонів у педагогічній діяльності вчителя / О. Олексюк. [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://elar.ipro.edu.te.ua:8080/bitstream/123456789/4788/1/Oleksjuk.pdf>
2. Вікіпедія. Мобільне навчання [Електронний ресурс] / Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B1%D1%96%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B5_%D0%BD_%D0%B0%D0%B2%D1%87%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F
3. Швець Б. Особливості використання гаджетів у освітній діяльності / Б. Швець [Електронний ресурс] / Режим доступу: https://informatika.udpu.edu.ua/?page_id=2122
4. Смартфони в класі — як помирити технологічний прогрес, учнів та вчителів [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://www.imena.ua/blog/should-smartphones-be-banned/>
5. Слободяник О. Мобільні технології як засіб активізації пізнавальної діяльності з природничо-математичних дисциплін / О. Слободяник [Електронний ресурс] / Режим доступу: http://lib.iitta.gov.ua/711794/1/%D0%A1%D0%BB%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D0%B4%D1%8F%D0%BD%D0%B8%D0%BA_%D1%82%D0%B5%D0%B7%D0%B8_%D0%A5%D0%B5%D1%80%D1%81%D0%BE%D0%BD_2018.pdf
6. <https://learning.ua/blog/201612/hadzhety-dlia-osvity/ru/>

Шановні читачі!

Приєднуйтеся до спільноти

«Група вчителів математики України» у Facebook

<https://www.facebook.com/mathinschool/>

КВЕСТ І МАТЕМАТИКА НА УРОКАХ ПОЛЬСЬКОЇ МОВИ

Алла НАУМЕНКО — вчитель математики ліцею «Престиж», м. Київ;

Олена ЛІЗУНОВА — вчитель польської мови ліцею «Престиж», м. Київ

Ліцей «Престиж» продовжив у другому семестрі реалізацію міжнародного проекту на платформі eTwinning – «Математика на уроках польської мови».

Один з уроків ми вирішили реалізувати в дев'ятому класі методом квест або, як його ще називають, ескейп рум. Метод цей зараз є дуже популярним серед освітян. Він дає змогу учням вдосконалити навички роботи в групах та самостійно. Пошук підказок зазвичай викликає бажання працювати далі та шукати відповіді на поставлені питання чи завдання. Також учнів захоплює те, що вони можуть користуватися смартфонами, планшетами, комп'ютерами. Вчителі роблять спеціальні квест сайти, що допомагають учням опанувати різні програми.

У нашому випадку квест рум був бінарним, адже ми використовували елементи математичних та логічних завдань, що подавалися польською мовою. Урок ми не ділили на етапи, як це робимо щодня, але побудували його на історії, що стала основою для самого квесту. Але сам урок цілком виповнював вимоги щодо уроків іноземної мови. Були включені та використані всі аспекти – говоріння, читання, писання та аудіювання.

Почали ми з розподілу дітей на дві групи, що мали конкурувати між собою. Далі кожна група отримала листа від учителя математики, що колись працював у цій школі.

Cześć! Jestem nauczycielem matematyki. Pracowałem tu kiedyś. Zostawiłem Wam pewien prezent. Otrzymacie go, kiedy odgadniecie wszystkie moje trudne zagadki. Mam nadzieję, że trochę nad moimi zadaniami pogłówkujecie. Powodzenia!

Belferomat

Сам сенс листа не так важливий, як те, що деякі літери в ньому були виділені. Якщо скласти літери разом, отримаємо два слова, що нас відсилають до конкретної капсули.

Що таке капсула? Це звичайна банка від кави перероблена нами в таємну капсулу, що містить завдання. Капсул усього чотири. Вони є центром нашого уроку (фото 1)

© Науменко А. А., Лізунова О. К., 2019



Фото 1



Фото 2

Перше завдання відсилало учнів до капсули з літерою О. Коли учень з групи, що перша відгадала першу підказку, відкрив капсулу, там були картки з закодованим словом. Ми використали шифр Юлія Цезаря. Відкодування шифру — це завдання для кожної групи. Діти користувалися інформацією, знайденою в Інтернеті, адже не мали раніше інформації про такий шифр. Розкодувати його досить легко — треба мати абетку й переміститися на три літери (фото 2).

Закодована інформація виглядала так:

VCXNDM TU NRGX

А відкодована — ось так:

SZUKAJ QR KODU

Це завдання відслало учнів до капсули із кодом QR, який учні відсканували спеціальною програмою на своїх смартфонах або планшетах.



Відсканований код перенаправив прилади на канал ютуб, на якому відкрився відеоролик з завданням¹:

Яку залежність ти можеш побачити в цієї послідовності цифр?

4291857630

¹ Ми користувалися роликком у відкритому доступі <https://youtu.be/ogSsNS2-HqA>

Завдання більш логічне ніж математичне, бо для його виконання треба виговорити або записати числівники польською:

CZTERY, DWA, DZIEWIĘĆ, JEDEN, OSIEM, PIĘĆ, SIEDEM, SZEŚĆ, TRZY, ZERO.

Коли учні записали числівники, вони змогли знайти залежність. Цифри розміщені за абеткою:

A A B C C D D E E F F G H I J K L L M N O O P R S S T U W Y Z Z Z Z

Відповідь відіслала учнів до капсули із зображенням абетки. Всередині вони знайшли флешку. На приладі був ще один ролик з завданням про лічбу:

Jest taka liczba większa od zera. Gdy dodamy do niej połowę jej wartości, a następnie wyciągniemy z tej sumy pierwiastek, to ponownie otrzymamy jej połowę.

Jaka to liczba?

Існує число, що більше нуля. Якщо до нього додамо його половину, а далі добудемо корінь з цієї суми, то знов отримаємо половину даного числа.

Яке це число?

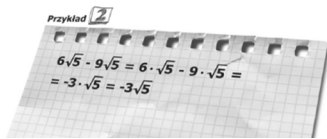
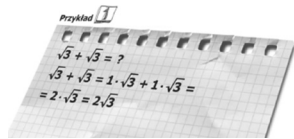
Відповідь. $6 + 3 = 9$; $\sqrt{9} = 3$; $3 + 3 = 6$.

Це цифра 6.

Для учнів дев'ятого класу на початку важко було зрозуміти тільки одне слово польською — **pierwiastek** (корінь). Після роз'яснення учні вирішили завдання протягом хвилини.

Можливо, що математики тут затримаються та більше часу присвятять темі завдань з коренями. У польській шкільній системі відсутні дев'ять класи. Ми звернулися до підручника першого класу ліцею, що відповідає рівню нашого дев'ятого. Підручник є у відкритому доступі в Інтернеті (<https://epodreczniki.pl/a/wlasnoscipierwiastkow/Ddm5DWkXf>). Він пропонує такі завдання за нашою темою:

- Правила виконання дій:



- Приклади на обчислення:

Oblicz.

1. $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}$.

2. $\sqrt{1,9} \cdot \sqrt{1,9}$.

3. $\sqrt{5 \frac{6}{13}} \cdot \sqrt{5 \frac{6}{13}}$.

4. $\sqrt{(-0,81)^2}$.

5. $(\sqrt{54})^2$.

6. $\sqrt{656543^2}$.

7. $\sqrt{235^2}$.

Oblicz.

1. $\sqrt{36 \cdot 4}$.

2. $\sqrt{49 \cdot 64}$.

3. $\sqrt{9 \cdot 25}$.

4. $\sqrt{0,16 \cdot 81}$.

5. $\sqrt{0,01 \cdot 49 \cdot 121}$.

6. $\sqrt{1,44 \cdot 169 \cdot 25}$.

Oblicz.

1. $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$.

2. $\sqrt{10} \cdot \sqrt{12,1}$.

3. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$.

4. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$.

5. $\sqrt{50} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$.

6. $\sqrt{8} \cdot \sqrt{32}$.

7. $\sqrt{20} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{2}$.

8. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{60}$.

Нове слово було підказкою, до якої капсули треба звернутися далі. В нас була капсула з символом $\sqrt{16}$. Учні відкрили капсулу та знайшли там текст з пробілами та ще одну флешку з відеороликом. На відео було завдання про тварин. Учні повинні були вислухати текст, вписати слова, що були відсутні (здебільшого це були числівники). Тільки з заповненням текстом вони могли розв'язати завдання.

Na targu są konie i kury. Łącznie 68(sześćdziesiąt osiem)... sztuk. Łącznie. Zatem nie wiemy, ile jest koni i ile jest kur. Mają one w sumie (sto pięćdziesiąt – 150) ...kończyn. Chodzi mi o takie kończyny, odnóża, stykające się z ..(ziemią) ... Żeby to było konkretne, nie chodzi o skrzydła. Czy, mając te informacje, potrafisz wskazać, ile jest kur? Można to robić, oczywiście, (metodą) prób i błędów.... Ale można też posłużyć się prostym(równaniem) ... z dwiema (niewiadomymi)

На базарі є коні та кури. Разом ... (68)... штук. Разом, тобто ми не знаємо, скільки є коней а скільки курей. Разом в них є ... (150)... ніг. Я маю на увазі такі кінцівки, ноги, торкаючись з ... (земля)... Якщо говорити конкретно, це не крила. Чи з такою інформацією ти можеш порахувати, скільки є курей, а скільки коней? Зробити це можна, звичайно, ... (метод) ... проб і помилок. Але можна також використовувати просте ... (рівняння) з двома ... (невідомі)

Нехай x — кількість коней, а y — курей. Можемо скласти 2 рівняння з двома змінними і знайти їх спільні розв'язки, тобто розв'язати їх систему:

$$\begin{cases} x + y = 68, \\ 4x + 2y = 150 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 4y = 272, \\ 4x + 2y = 150 \end{cases} \quad 2y = 122,$$

$y = 61$, тоді $x = 7$.

Учні розв'язали систему і отримали шукані числа.

7 коней — 28 ніг, 61 курка — 122 ноги.



В нашому підручнику, на який ми посилалися раніше, пропонуються такі завдання на закріплення систем:



1. Asia, kupując 4 kg truskawek i 0,5 kg malin, zapłaciła 23,50 zł, a Maciek, kupując 2 kg truskawek i 1 kg malin, zapłacił 23 zł.
2. Marysia, kupując 0,25 kg borówek i 1 kg czereśni, zapłaciła 14 zł, a Jacek, kupując 0,5 kg czereśni i 1 kg borówek, zapłacił 24,50 zł.
3. Ala, kupując 3 kg truskawek i 1 kg borówek, zapłaciła 32 zł, a Krzys, kupując 5 kg truskawek i 0,5 borówek, zapłacił 30 zł.

Встановіть ціну ягід.

1. Ася, купуючи 4 кг полуниці та 0,50 кг малини заплатила 23,50 злотих, а Матвій, купуючи 2 кг полуниці та 1 кг малини, заплатив 23 злотих.

2. Марійка, купуючи 0,25 кг лохини та 1 кг черешні, заплатила 14 злотих, а Яцек, купуючи 0,5 кг черешні та 1 кг лохини, заплатив 24,50 злотих.

3. Аля, купуючи 3 кг полуниці та 1 кг лохини, заплатила 32 злотих, а Кшиштоф, купуючи 5 кг полуниці та 0,5 кг лохини, заплатив 30 злотих.

Наступні завдання стосувалися розв'язування систем з пропусками. Учні мали доповнити вирази, щоб отримати рівняння, яке описує дану ситуацію:

- Доповни вирази, щоб отримати рівняння, яке описує дану ситуацію:
- За стіл і чотири стільці заплатили 5600 злотих. Ціна стільця у три рази нижча за ціну стола.

s — ціна стола;

k — ціна стільця;

$$\begin{cases} s = \dots; \\ s + 4k = \dots \end{cases}$$

- Зошит та 5 олівців коштують 10,50 злотих. Два зошити коштують стільки ж, скільки 5 олівців.

z — ціна одного зошита;

o — ціна одного олівця;

$$\begin{cases} 2z = \dots; \\ \dots + \dots = 10,50. \end{cases}$$

- Мамі та батьку разом 75 років. Батько старший за маму на 5 років.

m — скільки років мамі;

t — скільки років батьку;

$$\begin{cases} m + 5 = \dots; \\ \dots + \dots = 75. \end{cases}$$

Після розв'язування таких задач, увагу учнів ще раз привернули до завдання про коней і курей. Учні мали побачити, що в даному тексті з пробілами є букви, що відрізняються кольором. Коли вони їх зіставили, вийшло слово: **код**. Тобто слово нас знов відсилає до капсули з QR кодом. Пам'ятаємо, що сам код ми сканували, але капсулу ще не відкривали. В капсулі дев'ятикласники знайшли написану інформацію, що мають скласти для команди противника завдання з використанням кореня.

Це вже було останнє завдання протягом уроку. Воно мало спонукати учнів не тільки використати свої знання з області математики, але додатково використати нову лексику польською мовою. Це завдання, що показує креативність та активність учнів, адже від завдання залежить, яка команда виграє математичні змагання польською мовою.

Читайте в наступних номерах:

- Різні способи задання функцій як дидактичний інструмент для формування свідомого засвоєння математичного поняття функції (за норвезькими підручниками математики)

* * *

- Використання задач практичного змісту щодо збереження і примноження природних ресурсів у 7 – 8 класах

* * *

- Похідна функції в розв'язуваннях прикладних задач з економіки

ДЕРЖАВНЕ
ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРОБНИЧЕ
ПІДПРИЄМСТВО ВИДАВНИЦТВО
«ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

Директор видавництва

Олексій ОСЬКІН

Головний редактор редакції журналів

Ніна БЕРІЗКО

Адреса видавництва та редакції:

02094, м. Київ,
вул. Попудренка, 54

Тел.: (044) 292-83-05

E-mail: 2345255@ukr.net

журнал «Математика в рідній школі»

E-mail: pedpressa@ukr.net

Над номером працювали:

Олена ПОПОВИЧ

Ірина КОСОНОЦЬКА

Марина КОЛМАГОРОВА

Віктор ДЯЧЕНКО

Підписано до друку 31.07.2019.

Формат 60×84 1/8.

Папір офсет. Друк офсет.

Умов. друк. арк. 6,51.

Обл.-вид. арк. 7,2.

Зам. №15770

Видруковано Printstore Group

03190, м. Київ,

вул. Данила Щербаківського, 4