

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

**Л.О.Коннова
О.Ф.Шаповал
Л.В.Чорноус
Н.С.Скопенко**

ЕКОНОМЕТРІЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до вивчення дисципліни, виконання
лабораторних та контрольних робіт
для студентів усіх економічних спеціальностей
заочної форми навчання**

Всі цитати, цифровий та фактичний матеріал, бібліографічні відомості перевірені. Написання одиниць відповідає стандартам

СХВАЛЕНО
на засіданні
кафедри менеджменту
як методичні вказівки
Протокол № 4
від 14.11.06 р.

Київ НУХТ 2006

Економетрія: Метод. вказівки до вивчення дисципліни та виконання лаборатор. робіт для студ. спец. 6.050100 та 6.050200 заочної форми навч.
/Уклад.: Л.О.Коннова, О.Ф.Шаповал, Л.В.Чорноус., Н.С.Скопенко – К.: НУХТ, 2006. – с. 94

Рецензент: Л.В.Мазник, канд.. екон. наук

Укладачі: **Л.О.Коннова,**
О.Ф.Шаповал, канд. екон. наук
Л.В.Чорноус
Н.С.Скопенко

Відповідальний за випуск **Т.Л.Мостенська,** д-р екон. наук

Вступ.

Економетрією називають галузь економічної науки, яка вивчає методи кількісного вимірювання взаємозв'язків між економічними процесами, займається побудовою моделей економічних систем у формі, що дає можливість перевірити ці моделі на адекватність методами математичної статистики та прогнозувати розвиток економічного процесу.

Предметом дисципліни є вивчення економетричного інструментарію побудови моделей, які відображають взаємозв'язки та взаємозалежності між економічними процесами на рівні макроекономіки та економіки підприємства, проведення кількісних досліджень економічних явищ, пояснення та прогнозування розвитку економічних процесів, а також практики використання цих моделей.

Мета дисципліни – навчити студентів кількісно оцінювати взаємозв'язки економічних показників для різних масивів економічної інформації, надати студентам необхідні знання з методів оцінювання параметрів залежностей, побудови економетричних моделей, які кількісно описують взаємозв'язки між економічними показниками та навички використання цих моделей в економічній практиці та дослідженнях. Додатковою метою навчальної дисципліни “Економетрія” є оволодіння обчислювальною технікою з огляду на вимоги до точності результатів обчислень.

Завдання дисципліни – забезпечити опанування студентами методології створення економетричних моделей та одержання додаткової інформації необхідної для економічного аналізу і прийняття ефективних управлінських рішень.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен:

знати теоретичну концепцію економетричного моделювання; основні типи економетричних моделей та методології їх створення; технологію

створення та підготовки статистичної бази для моделювання; методи побудови лінійних моделей; методи кількісного аналізу на основі статистичних рівнянь;

вміти: визначати економічні тенденції та залежності для моделювання об'єкту дослідження; проводити якісну та кількісну оцінку статистичної бази моделювання; будувати економічно обґрунтовані та статистично достовірні моделі розвитку економічних показників; використовувати спеціальне програмне забезпечення та ПЕОМ для варіантних розрахунків при моделюванні; застосовувати економетричних моделі для аналізу, прогнозування та вирішення управлінських проблем.

Базові дисципліни, які необхідні для засвоєння дисципліни:

Вища математика

Матрична алгебра

Теорія ймовірності

Математична статистика

Статистика

Макроекономіка

Економіка підприємства

Комп'ютерна техніка та програмування.

1. Розподіл годин дисципліни “Економетрія”

Таблиця 1.1

Форма навчання	Шифр спеціальності	Курс	Семестр	Кількість годин							Форма контролю у семестрі		
				Всього	аудиторних занять		самостійної роботи				Підготовка до аудиторних занять	Залік	Іспит
					Лекції	Лабораторні	Індивідуальні завдання (кількість завдань і загальна кількість годин)						
							Реферати, розрахунково-графічні роботи	Курсові проекти (роботи)	Контрольні роботи				
Заочна	7.050201	III	VI	81	8	4			1	69	VI		
	7.050206	III	VI	81	8	4			1	69	VI		
	7.050104	III	V	81	8	4			1	69	V		
	7.050107	III	V	81	8	4			1	69	V		
	7.050108	III	V	81	8	4			1	69	V		
	7.050106	IV	VIII	81	10	6			1	65	VIII		
Друга вища освіта	7.050201	IV	VII	54	6	4			1	44	VIII		
	7.050206	IV	VII	54	6	4			1	44	VIII		
	7.050104	IV	VIII	54	6	4			1	44	VIII		
	7.050107	IV	VIII	54	6	4			1	44	VIII		
	7.050108	IV	VIII	54	6	4			1	44	VIII		
	7.050106	IV	VIII	54	6	4			1	44	VIII		
Скорочена заочна	7.050107	IV	VII	81	6	4			1	71	VII		
	7.050104	IV	VIII	81	8	4			1	69	VIII		
	7.050106	IV	VIII	81	8	4			1	69	VIII		
	7.050108	IV	VIII	81	8	4			1	69	VIII		

2. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

2.1. Лекційні заняття

Тема 1. Вступ. Предмет, методи і завдання дисципліни

Економетрія як наука. Предмет, методи і завдання дисципліни. Роль економетричних моделей в економічній діяльності, обліку і фінансах, маркетингу, бізнесі. Приклади використання економетричних методів для моделювання економічних процесів на підприємстві.

Контрольні запитання

1. Дати визначення предмета курсу економетрії.
2. Наведіть етапи розвитку економетрії як економічної науки.
3. Як пов'язані між собою математична економіка та математична статистика?
4. Завдання економетричного дослідження.
5. Застосування комп'ютерних технологій у розв'язанні економетричних задач.

Література [2, с. 3-10; 3, с. 12-16; 4, с. 4-27; 5, с. 9-12]

Тема 2. Основи економетричного моделювання

Економічна система як об'єкт моделювання. Економетрична модель. Основні етапи моделювання. Зміст змінних і рівнянь в економетричній моделі. Класифікація моделей. Етапи економетричного аналізу економічних процесів і явищ.

Контрольні запитання

1. Назвіть типи математичних моделей.
2. З яких елементів складається економетрична модель?
3. Дайте означення економетричної моделі.

4. Назвіть етапи побудови економетричної моделі.
5. Назвіть типи економетричних моделей.
6. Дати тлумачення випадкової складової економетричної моделі.
7. Що означає специфікація моделі?

Література [2, с. 11-23, 58; 3, с. 16-20,98; 5, с. 15-22, 91-94]

Тема 3. Методи побудови загальної лінійної моделі

Загальний вид лінійної економетричної моделі, її структура. Передумова застосування методу найменших квадратів (МНК). Коректність побудови економетричної моделі та перевірка оцінок параметрів і моделі в цілому. Статистичні критерії перевірки значущості. Стандартні похибки та надійність прогнозу.

Контрольні запитання

1. У чому суть методу найменших квадратів?
2. Які основні причини наявності в регресійній моделі випадкового відхилення?
3. Як розрахувати невідомі параметри лінійної моделі?
4. Пояснити сутність поняття "тіснота зв'язку".
5. Пояснити сутність поняття "значимість зв'язку".
6. За допомогою яких характеристик перевіряються тіснота зв'язку між змінними моделі?
7. За допомогою якої характеристики перевіряються значимість зв'язку між змінними моделі?
8. Що показує коефіцієнт детермінації і в яких межах він приймає значення?
9. Що показує коефіцієнт кореляції?
10. Запишіть формулу дисперсії залишків.
11. З якою метою розраховуються стандартні похибки оцінок

параметрів?

12. За якими характеристиками вибирається табличне значення критерія Фішера?

13. Як визначити коефіцієнт детермінації у парній регресійній моделі?

14. Як визначити коефіцієнт кореляції у парній регресійній моделі?

15. У чому відмінність між точковим і інтервальним прогнозом?

Література [2, с. 25-38; 3, с. 43-46,96-106, 111-130; 4, с. 44-60,63-65,102; 5, с. 23-29, 113-120, 127-140; 6, с. 41-58].

Тема 4. Методи побудови нелінійних економетричних моделей

Найпростіші економетричні моделі. Парні економетричні моделі. Побудова лінійної та лінійно-логарифмічної виробничих функцій. Використання методу номінальних квадратів для оцінки параметрів моделі.

Контрольні запитання

1. Наведіть приклади економетричних моделей.
2. Що означає специфікація моделі?
3. Назвіть шляхи перетворень нелінійних моделей до лінійних.
4. Чи є крива Гомперця нелінійною за параметрами функцією?
5. Які моделі використовуються в маркетингових дослідженнях?

Література [3, с. 179-200; 4, с. 138-150; 6, с. 66-73]

Тема 5. Методи побудови множинних економетричних моделей

Структура множинної економетричної моделі. Обґрунтування системи аргументів-факторів. Алгоритми створення моделей. Оцінка параметрів моделей. Оцінка тісноти та значимості зв'язку між змінними у множинній регресії. Значимість коефіцієнта кореляції та оцінок параметрів моделі множинної регресії. Виробнича функція Кобба-Дугласа. Аналіз

виробничих функцій. Інтерпретація результатів. Моделі попиту та пропозиції.

Контрольні запитання

1. Дати визначення лінійної багатофакторної регресійної моделі.
2. Суть та складові частини лінійної економетричної моделі з двома змінними
3. Основні етапи побудови лінійних економетричних моделей
4. Роль коефіцієнтів еластичності в кількісному аналізі лінійних економетричних моделей
5. Характеристика системи оцінок і критеріїв для перевірки статистичної достовірності моделі
6. Суть та складові частини нелінійної моделі пропозиції продукції
7. Етапи побудови нелінійної моделі попиту на продукцію
8. Роль та значення коефіцієнтів еластичності в аналізі моделей попиту і пропозиції продукції

Література [2, с. 39-57; 3, с. 96-99; 4, с. 171-227; 5, с. 46-68, 140-149; 6, с. 93-105, 118-121, 143-147]

Тема 6. Умови оцінка параметрів економетричної моделі за допомогою методу найменших квадратів

Умови оцінка параметрів економетричної моделі за допомогою методу найменших квадратів. Поняття гомо- та гетероскедастичності. Вплив гетероскедастичності на властивості оцінок параметрів. Методи тестування наявності гетероскедастичності.

Контрольні запитання

1. Дати означення гомоскедастичності та гетероскедастичності.
2. Які існують методи визначення гетероскедастичності

3. Як впливає явище гетероскедастичності на оцінку параметрів моделі.

Література [2, с. 89-100; 3, с.145-150; 4, с. 249-272; 5, с. 46-68, 95-97, 245-265]

Тема 7. Мультиколінеарність

Поняття мультиколінеарності, її вплив на оцінки параметрів моделі. Ознаки мультиколінеарності. Методи визначення мультиколінеарності та засоби її усунення.

Контрольні запитання

1. Зміст поняття «мультиколінеарність» та причини її виникнення?
2. Ознаки мультиколінеарності.
3. Суть алгоритму Фаррара–Глобера та мета його застосування?
4. Яке співвідношення свідчить про наявність мультиколінеарності між змінними?
5. Як використовуються F-критерії в оцінці мультиколінеарності змінних?
6. Як визначаються і для чого використовуються t-критерії в аналізі мультиколінеарності змінних?
7. Як усунути мультиколінеарність?
8. Яким методом можуть бути оцінені параметри моделі з мультиколінеарними змінними?

Література: [2, с. 72-84; 3, с. 138-144; 4, с. 228-248; 5, с. 203-215; 6, с. 121-123]

Тема 8. Узагальнений метод найменших квадратів (метод Ейткена)

Узагальнений метод найменших квадратів оцінок параметрів лінійної економетричної моделі. Визначення оператора оцінок та відповідної коваріаційної матриці (метод Ейткена). Прогноз за моделлю.

Контрольні запитання

1. У чому суть узагальненого методу найменших квадратів?
2. Як використовується матриця S в методі УМНК?
3. У яких випадках використовується УМНК (метод Ейткена)?

Література: [2, с. 100-104; 3, с. 151-155; 5, с. 270-288; 6, с.123]

Тема 9. Моделі розподіленого лагу

Поняття лагу та лагових змінних. Кількісне вимірювання взаємозв'язку між економетричними показниками. Види лагових моделей. Взаємна кореляційна функція. Лаги залежної та незалежних змінних. Наявність мультиколінеарності між лаговими змінними. Методи оцінювання параметрів лагової моделі.

Контрольні запитання

6. Дати означення моделі розподіленого лагу.
7. Перерахувати методи оцінки параметрів моделі розподіленого лагу.
8. Суть методу Ейткена для лагової моделі.

Література [2, с. 118-125; 3, с. 168-180; 4, с. 278-283; 5, с. 365-398; 6, с. 165-173]

2.2. Лабораторні заняття

Таблиця 2.1

№ пор	Теми лабораторних занять
1	2
1	<p>Побудова парної лінійної економетричної моделі Побудова лінійних економетричних моделей продуктивності праці Розрахунки статистичних критеріїв оцінки достовірності моделей Оцінка та аналіз адекватності моделей</p>
2	<p>Побудова двофакторної лінійної економетричної моделі Побудова двофакторної лінійної моделі продуктивності праці Розрахунки статистичних критеріїв оцінки достовірності моделей Оцінка та аналіз адекватності моделей</p>
3	<p>Методи побудови множинних економетричних моделей Побудова множинних економетричних моделей господарської виробничої діяльності підприємства Розрахунки статистичних критеріїв оцінки достовірності моделей Оцінка та аналіз адекватності моделей</p>
4	<p>Методи побудови нелінійних економетричних моделей Побудова нелінійних економетричних моделей обсягу виробленої продукції (функція Кобба-Дугласа). Розрахунки коефіцієнтів еластичності. Аналіз результатів та загальний висновок.</p>
5	<p>Побудова нелінійних економетричних моделей попиту на продукцію. Розрахунки коефіцієнтів еластичності. Аналіз результатів та загальний висновок.</p>
6	<p>Побудова нелінійних економетричних моделей пропозиції продукції. Розрахунки коефіцієнтів еластичності. Аналіз результатів та загальний висновок.</p>
7	<p>Мультиколінеарність Дослідження наявності мультиколінеарності між змінними за допомогою алгоритму Фарара-Глобера</p>

ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТАМИ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ

Зміст та оформлення контрольної роботи

Контрольну роботу студент виконує згідно з обраним варіантом (табл. 1). Контрольна робота повинна бути акуратно оформлена, мати титульну сторінку, на якій зазначаються: назви університету й дисципліни, прізвище та ініціали студента, факультет, курс, група, номери залікової книжки та варіанта контрольної роботи.

Роботу потрібно виконувати на пронумерованих стандартних аркушах паперу (формат А4), які потім зшити. В кінці роботи навести список використаної літератури згідно з правилами бібліографічного опису. На останній сторінці роботи проставити дату її виконання та свій власний підпис.

У контрольній роботі необхідно виконати розрахунки та побудувати моделі за темами: «Побудова парної лінійної економетричної моделі», «Побудова двофакторної лінійної економетричної моделі», «Методи побудови множинних економетричних моделей», «Методи побудови нелінійних економетричних моделей», «Мультиколінеарність».

Варіант контрольної роботи студент обирає самостійно за двома останніми цифрами номера залікової книжки (табл. 1).

Таблиця 1

Цифри залікової книжки	Номер варіанта	Цифри залікової книжки	Номер варіанта	Цифри залікової книжки	Номер варіанта	Цифри залікової книжки	Номер варіанта
1	2	3	4	5	6	7	8
01	1	26	26	51	21	76	16
02	2	27	27	52	22	77	17
03	3	28	28	53	23	78	18
04	4	29	29	54	24	79	19
05	5	30	30	55	25	80	20
06	6	31	1	56	26	81	21
07	7	32	2	57	27	82	22
08	8	33	3	58	28	83	23
09	9	34	4	59	29	84	24
10	10	35	5	60	30	85	25
11	11	36	6	61	1	86	26
12	12	37	7	62	2	87	27
13	13	38	8	63	3	88	28
14	14	39	9	64	4	89	29
15	15	40	10	65	5	90	30
16	16	41	11	66	6	91	1
17	17	42	12	67	7	92	2
18	18	43	13	68	8	93	3
19	19	44	14	69	9	94	4
20	20	45	15	70	10	95	5
21	21	46	16	71	11	96	6
22	22	47	17	72	12	97	7
23	23	48	18	73	13	98	8
24	24	49	19	74	14	99	9
25	25	50	20	75	15	00	10

ВАРІАНТИ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ ТА ПОРЯДОК ЇХ ВИБОРУ

Лабораторні роботи з дисципліни „Економетрія”, що виконують студенти, спрямовані на практичне засвоєння матеріалу з тем дисципліни, передбачених навчальною програмою.

Завдання до лабораторних робіт дають студентам можливість не тільки опанувати методи побудови економетричних моделей за допомогою програмного забезпечення і комп'ютерної техніки, а й набути практичних аналітичних навичок математичного моделювання економічних процесів, які є основою економічних досліджень.

Моделювання здійснюють на основі вибірки статистичних даних, яку студент отримує з відповідних таблиць додатків.

Вхідні дані для лабораторних робіт № 1 та № 2 містяться в додатку 1.

Для лабораторної роботи № 3 вхідні дані містяться в додатку 2.

Для лабораторних робіт № 4, 5 та 6 вхідні дані задаються з додатків 3, 4, та 5 трьома цифрами: перша – номер стовпця для показника Y , друга – номер стовпця для показника x_1 , третя – номер стовпця для показника x_2 відповідно варіанту з табл. 2 :

Варіанти	Y	x_1	x_2
1	1	5	9
2	1	5	10
3	1	5	11
4	1	5	12
5	1	6	9
6	1	6	10
7	1	6	11
8	1	6	12
9	2	7	9
10	2	7	10
11	2	7	11
12	2	7	12
13	2	8	9
14	2	8	10
15	2	8	11

Варіанти	Y	x_1	x_2
16	2	8	12
17	3	5	9
18	3	5	10
19	3	5	11
20	3	5	12
21	3	6	9
22	3	6	10
23	3	6	11
24	3	6	12
25	4	7	9
26	4	7	10
27	4	7	11
28	4	7	12
29	4	8	9
30	4	8	10

Для лабораторної роботи № 7 варіант задається з додатку 6 чотирма цифрами: перша – номер стовпця для показника Y , друга – номер стовпця для показника x_1 , третя – номер стовпця для показника x_2 ; четверта – номер стовпця для показника x_3 відповідно варіанту з табл. 3:

Таблиця 3					продовження табл. 3				
Варіанти	Y	x_1	x_2	x_3	Варіанти	Y	x_1	x_2	x_3
1	1	4	7	10	16	2	6	8	10
2	1	4	7	11	17	2	6	8	11
3	1	4	7	12	18	2	6	8	12
4	1	5	7	10	19	2	4	9	10
5	1	5	7	11	20	2	4	9	11
6	1	5	7	12	21	3	4	9	12
7	1	6	7	10	22	3	5	9	10
8	1	6	7	11	23	3	5	9	11
9	1	6	7	12	24	3	5	9	12
10	1	4	8	10	25	3	6	9	10
11	2	4	8	11	26	3	6	9	11
12	2	4	8	12	27	3	6	9	12
13	2	5	8	10	28	3	4	7	10
14	2	5	8	11	29	3	4	7	11
15	2	5	8	12	30	3	4	7	12

Тема: «ПОБУДОВА ПАРНОЇ ЛІНІЙНОЇ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ»

Лабораторна робота № 1

Побудова лінійних економетричних моделей продуктивності праці

Згідно з вибіркою статистичних даних (дод. 1) потрібно побудувати лінійну економетричну модель залежності продуктивності праці (Y) від втрат робочого часу (X_1). Необхідно:

1. Визначити параметри моделі.
2. Розрахувати коефіцієнти еластичності, кореляції та детермінації; стандартну та відносну похибки; критерій Фішера.
3. Представити модель на графіку, побудувавши поле кореляції та теоретичну лінію регресії.

4. Зробити загальний економічний аналіз моделі.

Розв'язання.

1. Економічний зміст змінних:

Y – продуктивність праці, тис.грн /чол. (залежна змінна);

X₁ – рівень втрат робочого часу, тис.люд.-год./рік (незалежна змінна).

2. Загальний вид лінійної форми економетричної моделі:

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X + u,$$

де a₀, a₁ – параметри моделі; u – залишки, інші невраховані чинники.

3. Вихідні дані для розрахунків та побудови моделі наведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Спостереження	Функція	Перший аргумент
	Y	X
1	13,1	8,3
2	13,4	8
3	13	8,7
4	12,8	8,1
5	14,5	7,5
6	14,8	6,5
7	15,1	6
8	15,4	5,9
9	15,9	5,4
10	16,3	5,1
11	17,4	4,3
12	18,1	2,1
13	19	2
14	19,3	1,5
15	19,3	1,5

4. Для визначення параметрів моделі a_0 та a_1 складаємо систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum Y = a_0 \cdot n + a_1 \sum X \\ \sum Y \cdot X = a_0 \cdot \sum X + a_1 \sum X^2 \end{cases} \quad (1.1)$$

де n – кількість спостережень, $n = 15$.

Всі суми, що входять у систему, обраховуються на основі похідних статистичних даних (табл. 1.2).

Таблиця 1.2

Спостереження	Y	X	X ²	Y X	Y _{розн}	(Y - Y _{розн}) ²	(Y - \bar{Y}) ²
1	13,1	8,3	68,89	108,73	13,24	0,01866	7,43471
2	13,4	8	64,00	107,20	13,50	0,01080	5,88871
3	13	8,7	75,69	113,10	12,88	0,01435	7,99004
4	12,8	8,1	65,61	103,68	13,41	0,37802	9,16071
5	14,5	7,5	56,25	108,75	13,95	0,30308	1,76004
6	14,8	6,5	42,25	96,20	14,84	0,00164	1,05404
7	15,1	6	36,00	90,60	15,29	0,03463	0,52804
8	15,4	5,9	34,81	90,86	15,38	0,00062	0,18204
9	15,9	5,4	29,16	85,86	15,82	0,00628	0,00538
10	16,3	5,1	26,01	83,13	16,09	0,04492	0,22404
11	17,4	4,3	18,49	74,82	16,80	0,35892	2,47538
12	18,1	2,1	4,41	38,01	18,76	0,43727	5,16804
13	19	2	4,00	38,00	18,85	0,02239	10,07004
14	19,3	1,5	2,25	28,95	19,30	0,00002	12,06404
15	19,3	1,5	2,25	28,95	19,30	0,00002	12,06404
$\sum_{i=1}^{15}$	237,4	80,9	530,07	1196,84	237,40	1,63162	76,06933

\bar{Y} – середнє значення Y ; $\bar{Y} = 237,7 : 15 = 15,82667$;

$Y_{\text{розрах}} -$ розрахункове значення Y для моделі.

5. Якщо підставити в систему рівнянь (1.1) значення n , $\sum X$, $\sum Y$, $\sum X^2$ та $\sum X \cdot Y$, система рівнянь буде мати такий

вигляд:

$$\begin{cases} 237,4 = a_0 \cdot 15 + a_1 \cdot 80,9 \\ 1196,84 = a_0 \cdot 80,9 + a_1 \cdot 530,07 \end{cases} \quad (1.2)$$

Розв'яжемо цю систему рівнянь відносно невідомих параметрів моделі a_0 та a_1 .

$$a_0 = \frac{237,4 - a_1 \cdot 80,9}{15};$$

$$1196,84 = \frac{237,4 - a_1 \cdot 80,9}{15} \cdot 80,9 + a_1 \cdot 530,07;$$

$$a_1 = -0,89;$$

$$a_0 = \frac{237,4 - (-0,89) \cdot 80,9}{15} = 20,63.$$

В результаті розв'язання системи рівнянь отримуємо значення: $a_0 = 20,63$, $a_1 = -0,89$.

Отже, економетрична модель продуктивності праці (рівняння регресії) матиме вигляд:

$$Y_{\text{розрах}} = 20,63 - 0,89 \cdot X_1.$$

6. Визначимо коефіцієнти детермінації та кореляції для даної моделі.

Для цього обчислимо дисперсії залежної змінної та залишків.

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (Y_{\text{факт}} - \bar{Y})^2}{n - 1};$$

$$\sigma_y^2 = \frac{76,069}{15 - 1} = \frac{76,069}{14} = 5,434$$

$$\sigma_u^2 = \frac{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{розра}})^2}{n - 2};$$

$$\sigma_u^2 = \frac{1,631}{15 - 2} = \frac{1,631}{13} = 0,125.$$

Коефіцієнт детермінації буде дорівнювати:

$$R^2 = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_u^2}{\sigma_y^2}.$$

$$R^2 = \frac{5,434 - 0,125}{5,434} = 0,976.$$

Знаходимо коефіцієнт кореляції:

$$r = \pm\sqrt{R^2} = \pm\sqrt{0,976} = -0,9879.$$

Коефіцієнт кореляції беремо зі знаком „мінус” оскільки такий знак має коефіцієнт регресії \hat{a}_1 в моделі.

Рівень коефіцієнта кореляції $r = -0,9879$ свідчить про тісний обернений зв'язок між продуктивністю праці та втратами робочого часу на підприємстві.

Діапазони рівня тісноти зв'язку між Y та X

Значення коефіцієнта кореляції	0	0,1-0,3	0,3-0,5	0,5-0,7	0,7-0,9	0,9-0,99	1
Висновок про силу кореляційного зв'язку	відсутній	слабкий	помірний	середній	високий	досить високий	близький до функціонального

Отриманий коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,976$ свідчить про те, що варіація рівня продуктивності праці на 97,6 % визначається варіацією рівня втрат робочого часу і лише 2,4 % змін Y припадає на невраховані чинники.

7. Визначимо коефіцієнт еластичності моделі

$$E = \frac{a_1 \cdot \bar{X}}{\bar{Y}}.$$

$$E = \frac{-0,89 \cdot 5,393}{15,82667} = -0,3.$$

Виходячи з рівня коефіцієнта еластичності можна дійти висновку, що зі зменшенням втрат робочого часу на 1 % продуктивність праці може підвищитись на 0,3 %.

8. Проведемо розрахунки середньоквадратичної та відносної похибок моделі.

$$S_{yx} = \pm \sqrt{\frac{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{розрах}})^2}{n - 1}}.$$

$$S_{yx} = \pm \sqrt{\frac{1,631}{15 - 1}} = \pm 0,341386.$$

Рівень середньоквадратичної похибки означає, що фактичні значення Y відхиляються від розрахункового його значення ($Y_{\text{розрах}}$) на $\pm 0,341386$ тис.грн/чол.

Відносна похибка, %,

$$\sigma_{y/x} = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100,$$

$$\sigma_{y/x} = \frac{0,341386}{15,827} \cdot 100 = 2,157\%.$$

Для точних моделей рівень відносної похибки не перевищує 10 %.

9. Достовірність параметрів моделі оцінюється за допомогою F-критерію (критерію Фішера).

При моделюванні визначається розрахункове ($F_{\text{розрах}}$) і табличне ($F_{\text{табл}}$) його значення, а потім вони порівнюються.

$$F_{розр} = \frac{S_{Y_{сер}}^2}{S_{YX}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{факт} - Y_{сер})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_{факт} - Y_{розр})^2},$$

$$F_{розр.} = 76,069 : 1,631 = 46,622.$$

Розрахункове значення перевищує табличне.

$F_{табл}$ визначається за таблицею (дод. 7) для рівня надійності α і ступенів свободи відповідно: $f_1 = (n - m - 1)$ та $f_2 = (n - 1)$, де n і m – кількість відповідно числа спостережень і незалежних змінних.

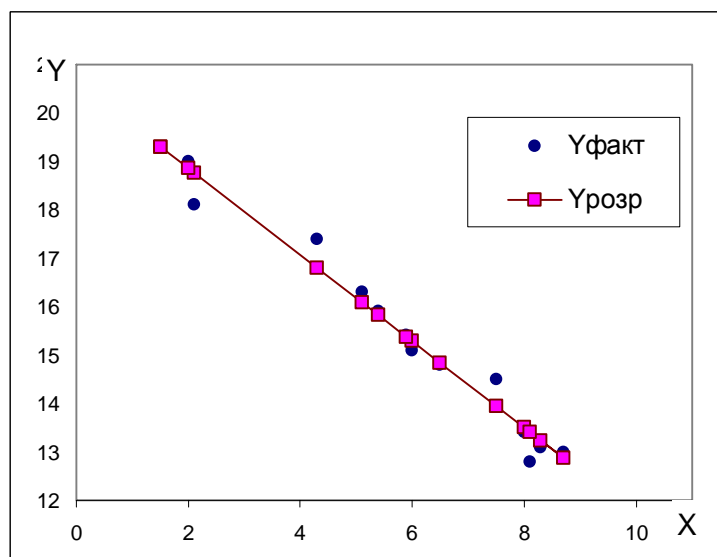
При $\alpha=0,95$ та значеннях $f_1 = 15 - 1 - 1 = 13$ і $f_2 = 15 - 1 = 14$ табличне значення F-критерію буде дорівнювати $F_{табл} = 2,5$.

Порівняльний аналіз $F_{табл}$ та $F_{розр}$: $46,622 > 2,5$.

Модель приймаємо – припускаємо наявність лінійного зв'язку.

Отже, згідно з обчисленими характеристиками (коефіцієнт детермінації, кореляції, критерій Фішера) можна зробити висновок, що модель є достовірною (присутність лінійного зв'язку) та відображає тісний зв'язок між продуктивністю праці та рівнем втрат робочого часу.

10. Графічне зображення моделі ґрунтується на побудові всіх фактичних точок $Y_{факт}$ з таблиці похідних даних та розрахункових значень $Y_{розр}$ для отриманої моделі.



11. Аналіз моделі.

Значення коефіцієнта кореляції свідчить про тісний кореляційний зв'язок між Y та X . Відносна похибка становить 2,157% і не перевищує 10%. Критерій Фішера розрахунковий перевищує значення табличного критерію Фішера. Отже, можна зробити висновок, що модель є достовірною та відображає тісний лінійний зв'язок між продуктивністю праці та рівнем втрат робочого часу.

12. Висновки.

Проаналізувавши економетричну модель, можна дійти висновку, що модель є достовірною і може бути використана для кількісного практичного економічного висновку: при зменшенні втрат робочого часу на підприємстві на 1 тис. люд.-год. на рік можливе підвищення продуктивності праці на 0,89 тис.грн/чол., за умови незмінної дії інших чинників, не врахованих у моделі. Виходячи з рівня коефіцієнта еластичності можна сказати, що зменшення на 1 % втрат робочого часу сприятиме підвищенню продуктивності праці на 0,3 %.

Тема: «ПОБУДОВА ДВОФАКТОРНОЇ ЛІНІЙНОЇ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ»

Лабораторна робота № 2

Побудова двофакторної лінійної моделі продуктивності праці

Згідно варіанту завдання (дод. 1) побудувати двофакторну лінійну регресійну модель залежності продуктивності праці (Y , тис.грн./чол.) від втрат робочого часу, (X_1) та коефіцієнту використання потужностей (X_2).
Необхідно:

1. Знайти параметри моделі.
2. Розрахувати коефіцієнти еластичності, кореляції та детермінації; стандартну та відносну похибки; критерій Фішера.

3. Представити модель на графіку, побудувавши поле кореляції та теоретичну лінію регресії.

4. Зробити загальний економічний аналіз моделі.

Розв'язання.

1. Економічний зміст змінних:

Y – продуктивність праці, тис.грн /чол. (залежна змінна);

X₁ – рівень втрат робочого часу, тис.люд.-год./рік (незалежна змінна);

X₂ – коефіцієнт використання потужностей, % (незалежна змінна).

2. Загальний вид лінійної форми економетричної моделі:

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + u,$$

де a₀, a₁, a₂ – параметри моделі; u – залишки, інші невраховані чинники.

2. Вихідні дані для розрахунків та побудови моделі наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Спостереження	Функція	1-й аргумент	2-й аргумент
	Y	X ₁	X ₂
1	13,1	8,3	55,8
2	13,4	8	56,1
3	13	8,7	57,1
4	12,8	8,1	60,3
5	14,5	7,5	61,4
6	14,8	6,5	62,5
7	15,1	6	70,4
8	15,4	5,9	71,7
9	15,9	5,4	73,7
10	16,3	5,1	73,7
11	17,4	4,3	75,8
12	18,1	2,1	76,7
13	19	2	77,9
14	19,3	1,5	78,1
15	19,3	1,5	78,1

4. Для визначення коефіцієнтів регресії a_0 , a_1 та a_2 , складаємо систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 N + a_1 \sum X_1 + a_2 \sum X_2 = \sum Y \\ a_0 \sum X_1 + a_1 \sum (X_1)^2 + a_2 \sum X_1 X_2 = \sum Y X_1 \\ a_0 \sum X_2 + a_1 \sum X_1 X_2 + a_2 \sum (X_2)^2 = \sum Y X_2 \end{cases} \quad (2.1)$$

де n – кількість спостережень, $n = 15$.

Всі суми обраховуються на основі вихідних статистичних даних в таблиці 2.2.

5. На основі рівняння 2.1 та обрахованих сум в таблиці 2.2 запишемо для нашого прикладу:

$$\begin{cases} a_0 \cdot 15 + a_1 \cdot 80,9 + a_2 \cdot 1029,3 = 237,4 \\ a_0 \cdot 80,9 + a_1 \cdot 530,07 + a_2 \cdot 5260,28 = 1196,84 \\ a_0 \cdot 1029,3 + a_1 \cdot 5260,28 + a_2 \cdot 71690,15 = 16554,47 \end{cases}$$

В результаті розв'язання системи отримуємо значення:

$$a_0 = 18,052, \quad a_1 = -0,797, \quad a_2 = 0,03.$$

Таким чином, рівняння регресії буде мати вигляд:

$$Y_{\text{розн}} = 18,052 - 0,797 \cdot X_1 + 0,03 \cdot X_2.$$

6. Визначимо коефіцієнти детермінації для даної моделі.

Для цього обчислимо дисперсії залежної змінної та залишків.

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{сер}})^2}{n-1};$$

$$\sigma_y^2 = \frac{76,07}{15-1} = \frac{76,07}{14} = 5,434.$$

$$\sigma_u^2 = \frac{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{розн}})^2}{n-3};$$

$$\sigma_u^2 = \frac{1,49}{15-3} = \frac{1,49}{12} = 0,124.$$

Таблиця 2.2

спост	$Y_{\text{факт}}$	X_1	X_2	$Y \cdot X_1$	$Y \cdot X_2$	$(X_1)^2$	$(X_2)^2$	$X_1 \cdot X_2$	$Y_{\text{розра}}$	$(Y_{\text{факт}} - Y_{\text{розра}})^2$	$(Y_{\text{факт}} - Y_{\text{сер}})^2$
1	13,1	8,3	55,8	108,7	731,0	68,9	3113,6	463,1	13,12	0,0005	7,43
2	13,4	8,0	56,1	107,2	751,7	64,0	3147,2	448,8	13,37	0,0009	5,89
3	13,0	8,7	57,1	113,1	742,3	75,7	3260,4	496,8	12,84	0,0249	7,99
4	12,8	8,1	60,3	103,7	771,8	65,6	3636,1	488,4	13,42	0,3811	9,16
5	14,5	7,5	61,4	108,8	890,3	56,3	3770,0	460,5	13,93	0,3261	1,76
6	14,8	6,5	62,5	96,2	925,0	42,3	3906,3	406,3	14,76	0,0016	1,05
7	15,1	6,0	70,4	90,6	1063,0	36,0	4956,2	422,4	15,40	0,0881	0,53
8	15,4	5,9	71,7	90,9	1104,2	34,8	5140,9	423,0	15,52	0,0134	0,18
9	15,9	5,4	73,7	85,9	1171,8	29,2	5431,7	398,0	15,97	0,0056	0,01
10	16,3	5,1	73,7	83,1	1201,3	26,0	5431,7	375,9	16,21	0,0074	0,22
11	17,4	4,3	75,8	74,8	1318,9	18,5	5745,6	325,9	16,92	0,2349	2,48
12	18,1	2,1	76,7	38,0	1388,3	4,4	5882,9	161,1	18,70	0,3557	5,17
13	19,0	2,0	77,9	38,0	1480,1	4,0	6068,4	155,8	18,81	0,0352	10,07
14	19,3	1,5	78,1	29,0	1507,3	2,3	6099,6	117,2	19,22	0,0069	12,06
15	19,3	1,5	78,1	29,0	1507,3	2,3	6099,6	117,2	19,22	0,0069	12,06
Σ	237,4	80,9	1029,3	1196,84	16554,4	530,07	71690,1	5260,28	237,40	1,49	76,07

Коефіцієнт детермінації буде дорівнювати:

$$R^2 = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_u^2}{\sigma_y^2};$$

$$R^2 = \frac{5,434 - 0,124}{5,434} = 0,977.$$

Отриманий коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,977$ свідчить про те, що варіація рівня продуктивності праці на 97,7 % визначається варіацією незалежних змінних X_1 та X_2 і лише 2,3 % змін Y припадає на невраховані чинники.

7. Оцінка точності по середньоквадратичній похибці:

$$S_{yx} = \pm \sqrt{\frac{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{розрах}})^2}{n - 1}}$$

$$S_{yx} = \pm \sqrt{\frac{1,49}{15 - 1}} = 0,3261$$

8. Відносна похибка:

$$\sigma_{y/x} = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100$$

$$\sigma = \frac{0,3261}{237,4 : 15} \cdot 100 = 2,06\%$$

9. Оцінка достовірності по розрахунковому критерію Фішера

$$F_{\text{розрах}} = \frac{S_{Y_{\text{сеп}}}^2}{S_{yx}^2}$$

$$F_{\text{розрах.}} = 76,07 : 1,49 = 51,08$$

Порівнюємо розрахункове значення критерію Фішера з табличним:

$$F_{\text{табл.}}^{95} = 2,5;$$

$$F_{\text{розрах.}} > F_{\text{табл.}}^{95}.$$

Модель приймаємо – припускаємо присутність лінійного зв'язку.

10. Коефіцієнт множинної кореляції

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{розр}})^2}{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{сер}})^2}};$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{1,49}{76,07}} = 0,9902, \text{ що свідчить про вельми високий зв'язок між}$$

показниками Y та X_1, X_2 .

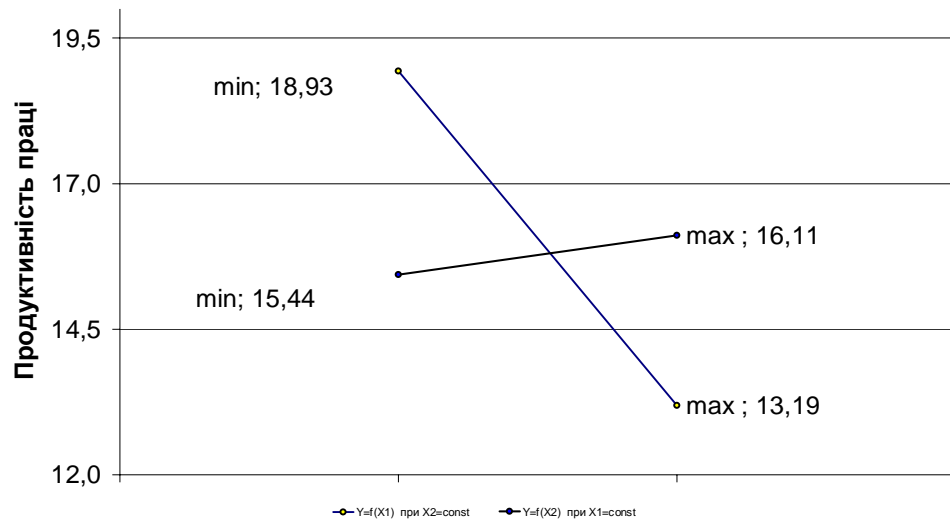
11. Коефіцієнт регресії $a_1 = -0,797$ показує, що зниження втрат робочого часу на 1 тис. год./рік може привести до росту продуктивності праці на 0,797 тис.грн./чол.

Коефіцієнт регресії $a_2 = 0,03$ показує, що підвищення коефіцієнту використання потужності на 1% може привести до росту продуктивності праці на 0,03 тис.грн./чол.

12. Графічне відображення моделі базується на побудові ліній регресії у прямокутних координатах $Y-X_1$ та $Y-X_2$. При цьому масштаб необхідно вибрати таким, щоб мінімальні і максимальні значення X_1 та X_2 співпадали між собою.

	X_1	X_2	$Y=f(X_1)$ при $X_2 = \text{const}$	$Y=f(X_2)$ при $X_1 = \text{const}$	Середнє значення	
					X_1	X_2
min	1,50	55,80	18,93	15,44	5,39	68,62
max	8,70	78,10	13,19	16,11		

Графічне відображення моделі



13. Відносна зміна залежної змінної Y в процентах при зміні на 1% аргументів X_1 та X_2 характеризують коефіцієнти еластичності E_1 та E_2 , які розраховуються за наступною формулою:

$$E_i = \frac{a_i \cdot \bar{X}_i}{\bar{Y}}$$

де a_i – коефіцієнт регресії при i -тому факторі;

\bar{X}_i – середнє значення i -тої незалежної змінної (фактора);

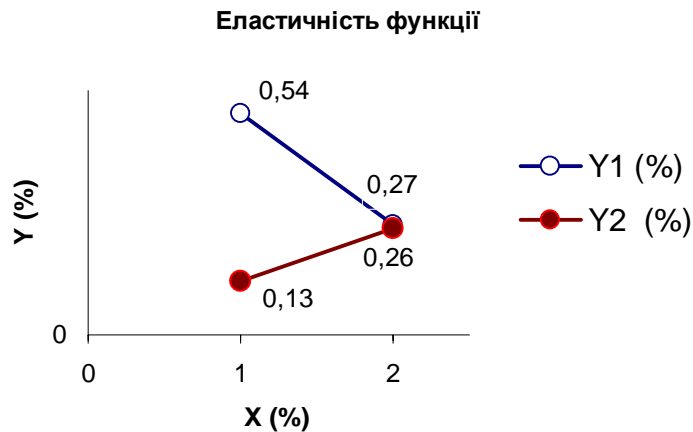
\bar{Y} – середнє значення залежної змінної (розрахункове).

$$E_1 = \frac{(-0,797) \cdot 80,9 : 15}{237,4 : 15} = -0,27$$

$$E_2 = \frac{0,03 \cdot 1029,3 : 15}{237,4 : 15} = 0,13$$

Розраховані коефіцієнти еластичності дають можливість побудувати графік еластичності:

X_1 (%)	Y_1 (%)	X_2 (%)	Y_2 (%)
1	-0,27	1	0,13
2	-0,54	2	0,26



14. Порівняємо дві моделі (лаб.№1 та лаб. №2)

Коефіцієнти кореляції $r = 0,9879$ та $R = 0,9902$ свідчать про те, що залучення другої змінної X_2 збільшує тісноту зв'язку між залежною і факторами. Середньоквадратична похибка зменшилася з 0,3413 до 0,3261 тис.грн./рік. Відносна похибка зменшилась з 2,157% до 2,06%.

15. Висновок.

З аналізу одержаної моделі залежності продуктивності праці від втрат робочого часу і коефіцієнту використання потужності можна зробити висновок, що модель достовірна і може бути використана для кількісного практичного економічного висновку.

На даному підприємстві збільшення продуктивність праці обумовлюється зменшенням втрат робочого часу. Так, при зменшенні втрат робочого часу на кожну 1 тис.год./рік, продуктивність праці збільшиться на 0,797 тис.грн./чол.

При збільшенні коефіцієнту використання потужності на 1% продуктивність праці зросте на 0,03 тис.грн./чол.

Тема: «МЕТОДИ ПОБУДОВИ МНОЖИННИХ ЕКОНОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ»

Лабораторна робота № 3

Побудова множинних економетричних моделей

Згідно варіанту завдання та вихідними даними (додаток 3) побудувати множинну лінійну регресійну модель залежності Y (продуктивності праці, тис.грн./чол.) від X_1 – втрат робочого часу, тис.год./рік, X_2 – коефіцієнту використання потужностей, %, X_3 – рівня механізації і автоматизації виробництва, %.

Мета роботи:

1. Побудувати рівняння регресії.
2. Провести оцінку точності та імовірності моделі: розрахувати коефіцієнт кореляції; розрахувати середньоквадратичну та відносну похибки; розрахувати критерій Фішера; розрахувати коефіцієнт еластичності.
3. Представити модель на графіку.
4. Зробити загальний економічний аналіз моделі.

Рішення.

1. Побудова рівняння регресії

У загальному вигляді множинна лінійна регресія буде мати вигляд:

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3$$

Вихідні дані наводяться в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Спостереження	Функція	1-й аргумент	2-й аргумент	3-й аргумент
	Y	X ₁	X ₂	X ₃
1	13,1	8,3	55,8	60,7
2	13,4	8	56,1	65,1
3	13	8,7	57,1	69,9
4	12,8	8,1	60,3	70,4
5	14,5	7,5	61,4	75,8
6	14,8	6,5	62,5	79,6
7	15,1	6	70,4	80,1
8	15,4	5,9	71,7	85,4
9	15,9	5,4	73,7	86,
10	16,3	5,1	73,7	89,9
11	17,4	4,3	75,8	90,1
12	18,1	2,1	76,7	90,3
13	19	2	77,9	94,6
14	19,3	1,5	78,1	96,8
15	19,3	1,5	78,1	99,0

Щоб визначити коефіцієнти регресії a_0 , a_1 , a_2 та a_3 , складаємо систему нормальних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 \cdot N + a_1 \sum X_1 + a_2 \sum X_2 + a_3 \sum X_3 = \sum Y \\ a_0 \sum X_1 + a_1 \sum (X_1)^2 + a_2 \sum X_1 \cdot X_2 + a_3 \sum X_1 \cdot X_3 = \sum Y \cdot X_1 \\ a_0 \sum X_2 + a_1 \sum X_1 \cdot X_2 + a_2 \sum (X_2)^2 + a_3 \sum X_2 \cdot X_3 = \sum Y \cdot X_2 \\ a_0 \sum X_3 + a_1 \sum X_1 \cdot X_3 + a_2 \sum X_2 \cdot X_3 + a_3 \sum (X_3)^2 = \sum Y \cdot X_3 \end{array} \right.$$

Всі суми обраховуються на основі похідних статистичних даних в таблиці 3.2.

На основі системи рівнянь та обрахованих сум в таблиці 3.2 запишемо для нашого прикладу:

$$\begin{cases} a_0 \cdot 15 + a_1 \cdot 80,6 + a_2 \cdot 1029,3 + a_3 \cdot 1234,4 = 237,4 \\ a_0 \cdot 80,9 + a_1 \cdot 530,1 + a_2 \cdot 5260,3 + a_3 \cdot 6260,0 = 1196,8_1 \\ a_0 \cdot 1029,3 + a_1 \cdot 5260,3 + a_2 \cdot 71690,2 + a_3 \cdot 86099,3 = 16554,5 \\ a_0 \cdot 1234,4 + a_1 \cdot 6260,0 + a_2 \cdot 86099,3 + a_3 \cdot 103547,0 = 19901,6 \end{cases}$$

В результаті розв'язування системи отримуємо значення:

$$a_0 = -0,174, \quad a_1 = -0,00013, \quad a_2 = 0,06921, \quad a_3 = 0,137.$$

Таким чином, рівняння регресії має вигляд:

$$Y_{\text{розр}} = -0,174 - 0,00013 \cdot X_1 + 0,06921 \cdot X_2 + 0,137 \cdot X_3$$

Коефіцієнт регресії $a_1 = -0,00013$ показує, що зниження втрат робочого часу на 1 тис. год./рік може привести до зростання продуктивності праці на 0,00013 тис.грн./чол.

Коефіцієнт регресії $a_2 = 0,06921$ свідчить про те, що підвищення коефіцієнту використання потужності на 1% може привести до росту продуктивності праці на 0,06921 тис.грн./чол.

Коефіцієнт регресії $a_3 = 0,137$ показує, що підвищення рівня механізації і автоматизації виробництва на 1% може привести до росту продуктивності праці на 0,137 тис.грн./чол.

Таблица 3.2

спостереження	$Y_{\text{факт}}$	X_1	X_2	X_3	$Y \cdot X_1$	$Y \cdot X_2$	$Y \cdot X_3$	$(X_1)^2$	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$(X_2)^2$	$X_2 \cdot X_3$	$(X_3)^2$	$Y_{\text{розра}}$	$(Y_{\text{факт}} - Y_{\text{розра}})^2$	$(Y_{\text{факт}} - Y_{\text{сер}})^2$
1	13,1	8,3	55,8	60,7	108,7	731,0	795,2	68,9	463,1	503,8	3113,6	3387,1	3684,5	11,986	1,240	7,43
2	13,4	8,0	56,1	65,1	107,2	751,7	872,3	64,0	448,8	520,8	3147,2	3652,1	4238,0	12,609	0,626	5,89
3	13,0	8,7	57,1	69,9	113,1	742,3	908,7	75,7	496,8	608,1	3260,4	3991,3	4886,0	13,334	0,112	7,99
4	12,8	8,1	60,3	70,4	103,7	771,8	901,1	65,6	488,4	570,2	3636,1	4245,1	4956,2	13,624	0,679	9,16
5	14,5	7,5	61,4	75,8	108,8	890,3	1099,1	56,3	460,5	568,5	3770,0	4654,1	5745,6	14,439	0,004	1,76
6	14,8	6,5	62,5	79,6	96,2	925,0	1178,1	42,3	406,3	517,4	3906,3	4975,0	6336,2	15,035	0,055	1,05
7	15,1	6,0	70,4	80,1	90,6	1063,0	1209,5	36,0	422,4	480,6	4956,2	5639,0	6416,0	15,650	0,302	0,53
8	15,4	5,9	71,7	85,4	90,9	1104,2	1315,2	34,8	423,0	503,9	5140,9	6123,2	7293,2	16,465	1,133	0,18
9	15,9	5,4	73,7	86,7	85,9	1171,8	1378,5	29,2	398,0	468,2	5431,7	6389,8	7516,9	16,781	0,776	0,01
10	16,3	5,1	73,7	89,9	83,1	1201,3	1465,4	26,0	375,9	458,5	5431,7	6625,6	8082,0	17,218	0,843	0,22
11	17,4	4,3	75,8	90,1	74,8	1318,9	1567,7	18,5	325,9	387,4	5745,6	6829,6	8118,0	17,391	0,000	2,48
12	18,1	2,1	76,7	90,3	38,0	1388,3	1634,4	4,4	161,1	189,6	5882,9	6926,0	8154,1	17,481	0,383	5,17
13	19,0	2,0	77,9	94,6	38,0	1480,1	1797,4	4,0	155,8	189,2	6068,4	7369,3	8949,2	18,152	0,719	10,07
14	19,3	1,5	78,1	96,8	29,0	1507,3	1868,2	2,3	117,2	145,2	6099,6	7560,1	9370,2	18,467	0,694	12,06
15	19,3	1,5	78,1	99,0	29,0	1507,3	1910,7	2,3	117,2	148,5	6099,6	7731,9	9801,0	18,768	0,283	12,06
Σ	237,4	80,9	1029,3	1234,4	1196,8	16554,5	19901,6	530,1	5260,3	6260,0	71690,2	86099,3	1035400	237,40	7,85	76,07

2. Оцінка точності та імовірності моделі

Оцінка точності по середній квадратичній похибці:

$$S_{yx} = \pm \sqrt{\frac{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{розра}})^2}{n - 1}}$$

$$S_{yx} = \pm \sqrt{\frac{7,85}{15 - 1}} = 0,7488$$

Відносна похибка:

$$\sigma_{y/x} = \frac{S_{Yx}}{\bar{Y}} 100$$

$$\sigma = \frac{0,7488}{237,4 : 15} \cdot 100 = 4,73\%$$

Оцінка достовірності по розрахунковому критерію Фішера

$$F_{\text{розра}} = \frac{S_{Y_{\text{сер}}}^2}{S_{Yx}^2}$$

$$F_{\text{розра}} = 76,07 : 7,85 = 9,7$$

Порівнюємо розрахункове значення критерію Фішера з табличним:

$$F_{\text{табл.}}^{95} = 2,53 ;$$

$$F_{\text{розра}} > F_{\text{табл.}}^{95}$$

Коефіцієнт множинної кореляції

$$R = \pm \sqrt{1 - \frac{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{розра}})^2}{\sum (Y_{\text{факт}} - Y_{\text{сер}})^2}}$$

$$R = \pm \sqrt{1 - \frac{7,85}{76,07}} = 0,947, \text{ що свідчить про досить тісний зв'язок між}$$

показниками Y та X_1, X_2, X_3 .

Відносна зміна залежної змінної Y в процентах при зміні на 1% аргументів X_1, X_2 та X_3 характеризують коефіцієнти еластичності E_1, E_2 та E_3 , які розраховуються за наступною формулою:

$$E_i = \frac{a_i \cdot \bar{X}_i}{\bar{Y}}$$

де a_i – коефіцієнт регресії при i -тому факторі;

\bar{X}_i – середнє значення i -тої незалежної змінної (фактора);

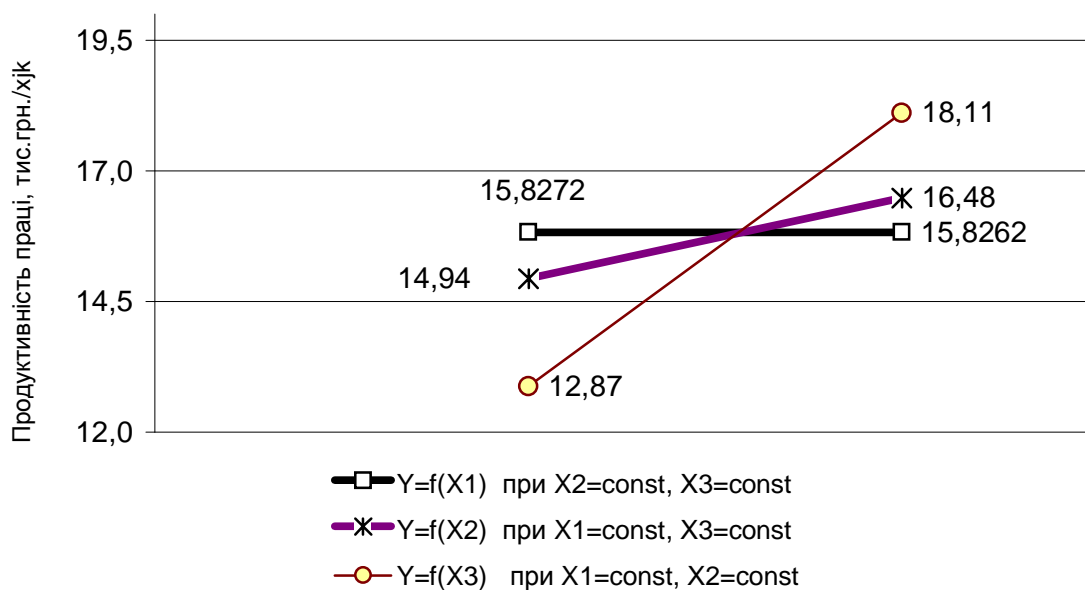
\bar{Y} – середнє значення залежної змінної.

Для нашого прикладу: $E_1 = -0,000043$; $E_2 = 0,30$; $E_3 = 0,71$.

3. Графічне відображення моделі

Графічне відображення моделі базується на побудові ліній регресії у прямокутних координатах $Y-X_1$, $Y-X_2$ та $Y-X_3$. При цьому масштаб необхідно вибрати таким, щоб мінімальні і максимальні значення X_1 , X_2 та X_3 співпадали між собою.

	X_1	X_2	X_3	$Y=f(X_1)$ при $X_2=\text{const},$ $X_3=\text{const}$	$Y=f(X_2)$ при $X_1=\text{const},$ $X_3=\text{const}$	$Y=f(X_3)$ при $X_1=\text{const},$ $X_2=\text{const}$	Середнє значення		
							X_1	X_2	X_3
min	1,50	55,80	60,70	15,8272	14,94	12,87	5,39	68,62	82,29
max	8,70	78,10	99,00	15,8262	16,48	18,11			



Лінія регресії $Y=f(X_1)$ відображає вплив фактору X_1 на продуктивність праці при постійних X_2 та X_3 .

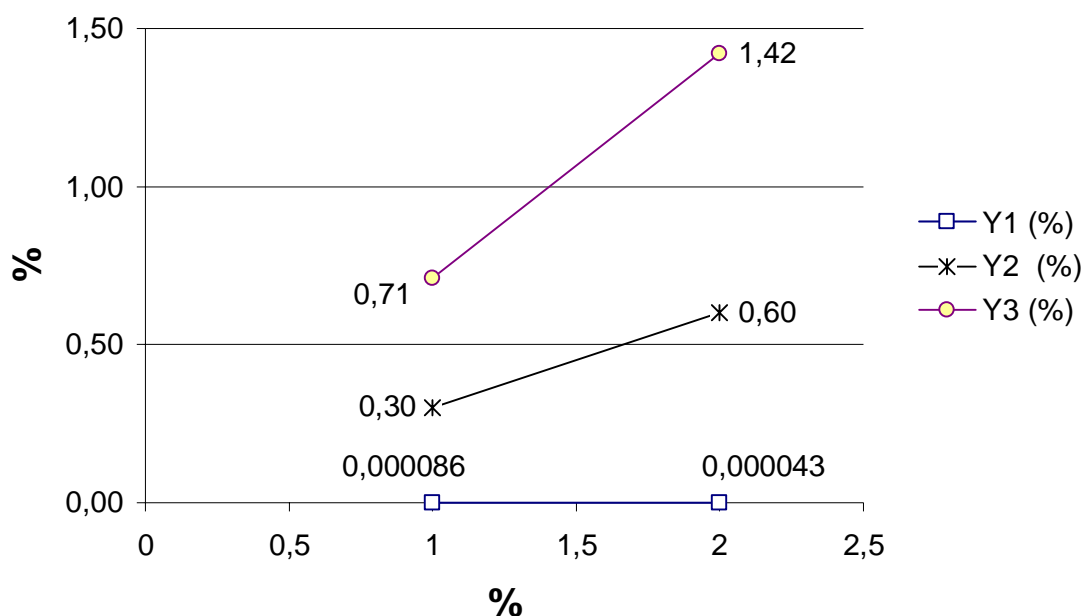
Лінія регресії $Y=f(X_2)$ відображає вплив фактору X_2 на продуктивність праці при постійних X_1 та X_3 .

Лінія регресії $Y=f(X_3)$ відображає вплив фактору X_3 на продуктивність праці при постійних X_1 та X_2 .

Розраховані коефіцієнти еластичності дають можливість побудувати графік еластичності:

X_1 (%)	Y_1 (%)	X_2 (%)	Y_2 (%)	X_3 (%)	Y_3 (%)
1	0,000086	1	0,30	1	0,71
2	0,000043	2	0,60	2	1,42

Графік еластичності



4. Загальний економічний аналіз моделі

З аналізу одержаної моделі залежності продуктивності праці від втрат робочого часу, коефіцієнту використання потужності та рівня механізації і автоматизації виробництва можна зробити висновок, що модель достовірна і може бути використана для кількісного практичного економічного висновку.

На даному підприємстві істотно впливають на ріст продуктивності

праці дає рівень механізації і автоматизації виробництва. Так, при збільшенні рівня механізації і автоматизації виробництва на 1% продуктивність праці збільшиться на 0,137 тис.грн./чол. (137 грн./чол.)

При збільшенні коефіцієнту використання потужності на 1% продуктивність праці збільшиться на 0,06921 тис.грн./чол. (69,21 грн./чол.)

Відносно незначний вплив на продуктивність праці мають втрати робочого часу. При зменшенні втрат робочого часу на 1 тис.год./рік, продуктивність праці збільшиться на 0,00013 тис.грн./чол. (0,13 грн./чол.)

Тема: «МЕТОДИ ПОБУДОВИ НЕЛІНІЙНИХ ЕКОНОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ»

Лабораторна робота № 4

Побудова нелінійних економетричних моделей обсягу виробленої продукції

Згідно з вихідними даними (дод. 3) треба побудувати лінійно-логарифмічну функцію залежності обсягу виробленої продукції від вартості основних засобів та кількості працівників, яка має вид:

$$\hat{Y} = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2},$$

де \hat{Y} – залежна змінна, обсяг виробленої продукції, млн. т; a_0, a_1, a_2 – невідомі параметри моделі; x_1, x_2 – незалежні змінні, показники відповідно вартості основних засобів, млн грн та кількості працівників, чол.

Слід також:

1. Розрахувати коефіцієнти кореляції та детермінації.
2. Обчислити коефіцієнти еластичності.
3. Обрахувати стандартну та відносну похибки моделі.
4. Визначити розрахункове та табличне значення критерію Фішера.
5. Оцінити ступінь достовірності моделі та зробити загальний

ВИСНОВОК.

Порядок виконання завдання

Моделювання здійснюють на основі вибірки статистичних даних, яку студент отримує з відповідної таблиці додатка, згідно зі своїм варіантом. Варіант задається трьома цифрами: перша – номер стовпця для показника Y , друга – номер стовпця для показника x_1 , третя – номер стовпця для показника x_2 . Далі розрахунки та моделювання проводять за допомогою програмного забезпечення та комп'ютерної техніки.

Модель вигляду $\hat{Y} = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ створюють у програмі "Excel" в такому порядку:

вводять у програму матрицю вихідних даних \hat{Y}, x_1, x_2 ;
будують матрицю логарифмів $\ln Y, \ln x_1, \ln x_2$;
вводять нові змінні та лінеаризують форму залежності;
будують систему нормальних рівнянь;
розв'язують систему рівнянь відносно невідомих параметрів a_0, a_1, a_2 ;
створюють на базі знайдених числових параметрів a_0, a_1, a_2 модель (наприклад при значеннях числових параметрів $a_0=-1,2$; $a_1=0,27$; $a_2=0,03$ модель матиме вигляд $\hat{Y} = \exp(-1,2) \cdot x_1^{0,27} \cdot x_2^{0,03}$).

Аналіз результатів моделювання та висновки

Результатом моделювання є двофакторна економетрична модель.

Приміром, якщо модель має вигляд

$$\hat{Y} = 0,3 x_1^{0,27} x_2^{0,03},$$

в ній відображений кількісний взаємозв'язок між обсягом виробленої продукції та чинниками, які впливають на нього: вартість основних засобів та кількість працівників.

Параметр моделі $a_1=0,27$ характеризує діапазон зміни \hat{Y} за умови зміни вартості основних засобів. Тобто якщо вартість основних засобів

зросте на підприємстві на 1 %, обсяг виробленої продукції може підвищитися на 0,27 % (за умови незмінної дії інших чинників). І навпаки, зменшення обсягів основних засобів на 1 % може призвести до скорочення обсягів випуску продукції на 0,27 %.

Параметр моделі $a_2=0,03$ характеризує діапазон зміни показника \hat{Y} за умови зміни кількості працівників на підприємстві. Так, якщо остання зросте на 1 % можливе підвищення обсягів виробленої продукції буде становити 0,03 % (за умови незмінної дії інших чинників).

У разі зменшення кількості працівників на підприємстві на 1 % можливе скорочення обсягу виробленої продукції буде становити 0,03 % за умови, що решта чинників залишиться незмінною.

Для наведеної степеневі нелінійної моделі коефіцієнти еластичності дорівнюють параметрам моделі a_1 та a_2 , тобто $E_{x_1} = 0,27$; $E_{x_2} = 0,03$.

Загальна сумарна еластичність для нелінійної степеневі моделі

$$E = E_{x_1} + E_{x_2} = 0,27 + 0,03 = 0,3 ,$$

Сумарна еластичність показує, що коли враховані в моделі чинники x_1 , x_2 одночасно збільшуються на 1 %, то обсяг виробленої продукції може зрости на 0,3 %.

Виходячи з того, що $|a_1| > |a_2|$, можна сказати, що чинник вартості основних засобів x_1 впливає більш суттєво на значення \hat{Y} , ніж чинник кількості працівників x_2 .

Аналіз і оцінку ступеня достовірності моделі за характеристиками (коефіцієнт кореляції, коефіцієнт детермінації, стандартна та відносна похибки, критерій Фішера) та по моделі виконують за порядком, наведеним у лабораторній № 2. Загальний висновок робиться по коефіцієнтах еластичності.

Приклад виконання лабораторної роботи № 4

Постановка задачі.

Побудувати виробничу функцію виду

$$Y = A \cdot X_1^\alpha \cdot X_2^\beta$$

де Y - обсяг випущеної продукції, тис.грн.; X_1 - вартість основних засобів, млн.грн.; X_2 - чисельність працюючих, чол.

Визначити числові параметри цієї функції A , α і β .

Провести економічний аналіз впливу факторів впливу факторів X_1 та X_2 на Y , використовуючи як окремі коефіцієнти еластичності α і β так і об'єднані ($\alpha + \beta$).

Похідні дані наводяться в таблиці 4.1, матриця логарифмів – в таблиці 4.2.

Таблиця 4.1

Спостереження	Функція	1-й аргумент	2-й аргумент
	Y	X_1	X_2
1	30,1	10,3	51
2	32,3	11,7	52
3	34,7	11,8	50
4	38,1	11,9	51
5	40,5	12	53
6	41,7	12,5	55
7	40,8	12,15	50
8	41,9	12,5	51
9	42	13	50
10	43	12,5	49
11	44,5	13	48
12	46,1	13,1	46
13	47,1	13,2	40
14	49	13,4	30
15	49,9	15	30

Таблиця 4.2

$\ln Y$	$\ln X_1$	$\ln X_2$
3,4	2,33	3,93
3,48	2,46	3,95
3,55	2,47	3,91
3,64	2,48	3,93
3,7	2,48	3,97
3,73	2,53	4,01
3,71	2,5	3,91
3,74	2,53	3,93
3,74	2,56	3,91
3,76	2,53	3,89
3,8	2,56	3,87
3,83	2,57	3,83
3,85	2,58	3,69
3,89	2,6	3,4
3,91	2,71	3,4

Приведемо функцію до лінійного вигляду за допомогою логарифмування.

$$Y = A \cdot X_1^\alpha \cdot X_2^\beta$$

$$\ln Y = \ln A + \alpha \cdot \ln X_1 + \beta \cdot \ln X_2,$$

Виконаємо підстановку:

$$\ln Y = Y', \quad \ln X_1 = X_1', \quad \ln X_2 = X_2', \quad \ln A = A',$$

Одержимо:

$$Y' = A' + \alpha \cdot X_1' + \beta \cdot X_2'$$

Складаємо систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum Y' = A' \cdot n + \alpha \cdot \sum X_1' + \beta \cdot \sum X_2' \\ \sum Y' X_1' = A' \cdot \sum X_1' + \alpha \cdot \sum (X_1')^2 + \beta \cdot \sum X_1' \cdot X_2' \\ \sum Y' X_2' = A' \cdot \sum X_2' + \alpha \cdot \sum (X_1' \cdot X_2') + \beta \cdot \sum (X_2')^2 \end{cases}$$

Результатом розрахунку буде: $A' = -0,37$; $\alpha = 1,61$; $\beta = 0,003$.

$$Y' = -0,37 + 1,61 X_1' + 0,003 X_2'$$

Степенева модель:

$$Y_{\text{роз}} = \exp(-0,37) \cdot X_1^{1,16} \cdot X_2^{0,003}$$

$$Y_{\text{роз}} = 0,694 \cdot X_1^{1,16} \cdot X_2^{0,003}$$

Аналіз і висновки.

Коефіцієнт еластичності $\alpha = 1,16$ відображає еластичність випуску продукції відносно вартості основних засобів підприємства при незмінній чисельності робочої сили.

Якщо збільшити вартість основних фондів підприємства на 1%, то слід очікувати збільшення обсягів випуску продукції на 1,7 %.

Коефіцієнт еластичності $\beta = 0,003$ відображає еластичність випуску продукції відносно чисельності працюючих при незмінній вартості основних фондів, тобто, якщо збільшити чисельність працюючих на 1 %, то слід очікувати підвищення випуску продукції на 0,003 %.

Сумісний вплив $(\alpha + \beta) > 1$: $(1,16 + 0,003) = 1,163 > 1$. Звідси можна сказати про зростаючу ефективність факторів, тобто темпи зростання Y (обсяг випущеної продукції) вище ніж темпи зростання X_1 та X_2 .

Лабораторна робота № 5

Побудова нелінійних економетричних моделей попиту на продукцію

Згідно з варіантом та вихідними даними (дод. 4) потрібно побудувати модель попиту на пиво. Модель має вигляд:

$$\hat{Y} = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2},$$

де \hat{Y} – обсяг реалізації пива (попит на пиво), млн. дал; a_0, a_1, a_2 – невідомі параметри моделі; x_1 – ціна за 1 дал пива, грн; x_2 – середньорічний дохід на душу населення, тис. грн.

Слід також:

1. Розрахувати коефіцієнти кореляції та детермінації.
2. Обчислити коефіцієнти еластичності.
3. Обрахувати стандартну та відносну похибки моделі.
4. Визначити розрахункове та табличне значення критерію Фішера.
5. Оцінити ступінь достовірності моделі та зробити загальний висновок.

Завдання виконують за порядком, наведеним у лабораторній роботі № 4.

Аналіз результатів моделювання та висновки.

Результатом моделювання є нелінійна степенева економетрична модель.

Наприклад, модель має вигляд

$$\hat{Y} = 3,32 x_1^{-0,208} x_2^{1,098}.$$

Виходячи з моделі еластичність попиту на пиво залежно від ціни 1 дал пива дорівнює $(-0,208)$. Це означає, що за інших рівних умов (при постійному рівні доходів на душу населення) підвищення ціни за 1 дал пива на 1 % призведе до зниження попиту на пиво на 0,208 %.

Еластичність попиту на пиво залежно від доходів населення дорівнює 1,098. Це означає, що за інших рівних умов (особливо при незмінних цінах на пиво) збільшення доходу на душу населення на 1 % сприятиме підвищенню попиту на пиво на 1,098 %.

Порівняльний аналіз впливу ціни за 1 дал пива та доходу на душу населення на еластичність попиту на пиво показує, що другий чинник впливовіший ніж перший $(|1,098| > |-0,208|)$.

Аналіз сумісного впливу обох чинників на попит свідчить про те, що в умовах одночасного зростання на 1 % ціни за 1 дал пива та доходу на душу населення на 1 % можливе підвищення попиту на пиво буде дорівнювати $(1,098 - 0,208) = 0,89$ %.

Аналіз і оцінку достовірності моделі за характеристиками (коефіцієнт кореляції, коефіцієнт детермінації, стандартна та відносна похибки, критерій Фішера) та загальний висновок по моделі виконують за порядком, наведеним у лабораторній роботі № 2.

Лабораторна робота № 6

Побудова нелінійних економетричних моделей пропозиції продукції

Згідно з варіантом та вихідними даними (дод. 5) потрібно побудувати економетричну модель пропозиції молочних продуктів вигляду:

$$\hat{Y} = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2},$$

де \hat{Y} – кількість молочної продукції, запропонованої на ринку виробниками, млн. грн; a_0, a_1, a_2 – невідомі параметри моделі; x_1 – ціна за 1 л молока, грн.; x_2 – обсяг (сума), тис. грн.

Слід також:

1. Розрахувати коефіцієнти кореляції та детермінації.
2. Обчислити коефіцієнти еластичності.
3. Обрахувати стандартну та відносну похибки моделі.
4. Визначити розрахункове та табличне значення критерію Фішера.
5. Оцінити ступінь достовірності моделі та зробити загальний висновок.

Лабораторну роботу № 6 виконують за порядком, наведеним у лабораторній роботі № 4. Аналіз результатів моделювання та висновки по моделі студент виконує самостійно.

Тема: «МУЛЬТИКОЛІНЕАРНІСТЬ»

Лабораторна робота № 7

Дослідження наявності мультиколінеарності між змінними за допомогою алгоритму Фаррара-Глобера

Згідно з варіантом завдання та вихідними даними (дод. 6) для дослідження наявності мультиколінеарності між змінними x_1 , x_2 , x_3 потрібно:

1. Обчислити середні значення змінних Y , x_1 , x_2 , x_3 та стандартні відхилення.
2. Провести нормалізацію змінних.
3. Знайти кореляційну матрицю r .
4. Обрахувати визначник матриці r ($\det r$).
5. Обчислити критерій χ^2 .
6. Знайти розрахункове і табличне значення критерію Фішера.
7. Обчислити часткові коефіцієнти кореляції r .
8. Обрахувати t -критерії.
9. Обґрунтувати висновок щодо існування мультиколінеарності між чинниками x_1 , x_2 , x_3 .

Порядок виконання завдання

За варіантом завдання виконують розрахунки на базі стандартних функцій Excel в такому порядку:

1. Обчислюють через майстер функцій Excel СРЗНАЧ та стандартні відхилення змінних x_1, x_2, x_3 (дод.10) ;
2. Проводять нормалізацію змінних x_1, x_2, x_3 через статистичні функції;
3. Знаходять кореляційну матрицю r ;
4. Обраховують визначник матриці r ($\det r$) за допомогою математичних функцій.

Якщо $\det r$ наближається до 0, роблять висновок про те, що в масиві змінних може існувати мультиколінеарність. Далі знаходять $\ln |\det r|$.

5. Обчислюють критерій χ^2 за формулою

$$\chi^2_{\text{факт}} = -\{n - 1 - 1/6(2m+5)\} \ln |\det r|.$$

Знайдене значення $\chi^2_{\text{факт}}$ порівнюють з табличним значенням $\chi^2_{\text{табл}}$ для $\frac{1}{2}m(m-1)$ ступенів свободи та за рівня значущості $\alpha=0,05$.

Якщо $\chi^2_{\text{факт}} > \chi^2_{\text{табл}}$ роблять висновок про те, що у масиві змінних x_1, x_2, x_3 існує мультиколінеарність.

Обчислюють критерії $F_{1 \text{ розр}}$, $F_{2 \text{ розр}}$ та $F_{3 \text{ розр}}$. Розрахункові значення F-критерію визначають за формулою

$$F_{\text{розр}} = (C_{kk} - 1) \left(\frac{n - m}{m - 1} \right),$$

де C_{kk} – діагональний елемент матриці; n – кількість спостережень; m – кількість змінних.

Порівнюють з табличними значеннями $F_{\text{табл}}$ для $(m-1)$ та $(n-m)$ ступенів свободи та за рівня значущості $\alpha=0,05$.

Якщо $F_{1 \text{ розр}} > F_{\text{табл}}$, $F_{2 \text{ розр}} > F_{\text{табл}}$ та $F_{3 \text{ розр}} > F_{\text{табл}}$, то кожна зі змінних x_1, x_2, x_3 мультиколінеарна з іншими.

Коефіцієнт детермінації для кожної змінної обчислюється за формулою

$$R_{X_k}^2 = 1 - \frac{1}{C_{kk}}.$$

6. Визначають часткові коефіцієнти кореляції r_{kj} за формулою

$$r_{kj} = \frac{-C_{kj}}{\sqrt{C_{kk} C_{jj}}},$$

де C_{kj} – елемент матриці C , що міститься в k -тому рядку та j -тому стовпці ($k = \overline{1, m}; j = \overline{1, m}$); C_{kk}, C_{jj} – діагональні елементи матриці C .

7. Визначаються t -критерії за формулою

$$t_{kj} = \frac{(r_{kj} \sqrt{n - m})}{(\sqrt{1 - r_{kj}^2})}.$$

8. Порівнюються фактичні значення критеріїв t_{kj} з табличними для $n-m$ ступенів свободи та рівня значущості α . Якщо $t_{kj \text{ факт}} > t_{kj \text{ табл}}$ роблять висновок, що між змінними x_1, x_2, x_3 існує мультиколінеарність.

Приклад виконання завдання при відсутності мультиколінеарності

На середньомісячну заробітну плату впливає низка чинників. Virізнимо серед них продуктивність праці, фондомісткість та коефіцієнт плинності робочої сили.

Щоб побудувати економетричну модель заробітної плати від згаданих чинників за методом найменших квадратів, потрібно переконатися, що продуктивність праці, фондомісткість та коефіцієнт плинності робочої сили як пояснювальні змінні моделі – не мультиколінеарні.

Вихідні дані наведено в табл. 7.1.

Таблиця 7.1

Номер цеху	Продуктивність праці, людино-днів	Фондомісткість, млн грн	Коефіцієнт плінності робочої сили, %
1	32	0,89	19,5
2	29	0,43	15,6
3	30	0,7	13,5
4	31	0,61	9,5
5	25	0,51	23,5
6	34	0,51	12,5
7	29	0,65	17,5
8	24	0,43	14,5
9	20	0,51	14,5
10	33	0,92	7,5
Середнє значення	28,7	0,616	14,81

Дослідити наведені чинники на наявність мультиколінеарності.

Порядок виконання завдання

Дослідимо наявність мультиколінеарності, виконавши такі кроки:

1. Обчислити середні значення показників та стандартні відхилення.

Нормалізувати пояснювальні змінні моделі.

2. Знайти кореляційну матрицю r_{xx} .
3. Визначити детермінант матриці r_{xx} .
4. Обчислити критерій χ^2 .
5. Розрахувати матрицю, обернену до матриці r_{xx} .
6. Визначення F-критерію.
7. Обчислити частинні коефіцієнти кореляції.
8. Визначити t-критерій.
9. Зробити висновки щодо мультиколінеарності.

Крок 1. Нормалізація змінних.

Позначимо вектори пояснювальних змінних — продуктивності праці, фондомісткості, коефіцієнтів плинності робочої сили — через X_1, X_2, X_3 .

Елементи нормалізованих векторів обчислимо за формулою:

$$X_{ik}^* = \frac{X_{ik} - \bar{X}_k}{\sqrt{n\sigma_{X_k}^2}},$$

де n — кількість спостережень, $n = 10$; m — кількість пояснювальних змінних, $m = 3$; \bar{X}_k - середнє арифметичне значення компонентів вектора X_k ; $\sigma_{X_k}^2$ — дисперсія змінної x_k .

Із формули випливає, що спочатку потрібно обчислити середні арифметичні значення і величини $\sqrt{n\sigma_{X_i}^2}$ для кожної пояснювальної змінної:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_{i1}}{n};$$

$$\bar{x}_1 = \frac{287}{10} = 28,7;$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_{i2}}{n};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{6,16}{10} = 0,616;$$

$$\bar{x}_3 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_{i3}}{n};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{148,1}{10} = 14,81.$$

Дисперсії кожної пояснювальної змінної мають такі значення:

$$\sigma_{X_1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_{i1} - \bar{x}_1)^2}{n};$$

$$\sigma_{X_1}^2 = \frac{176,1}{10} = 17,61;$$

$$\sigma_{x_2}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_{i2} - \bar{x}_2)^2}{n};$$

$$\sigma_{x_2}^2 = \frac{0,27864}{10} = 0,027864;$$

$$\sigma_{x_3}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_{i3} - \bar{x}_3)^2}{n}.$$

$$\sigma_{x_3}^2 = \frac{194,249}{10} = 19,4249.$$

Усі розрахункові дані для нормалізації змінних X_1 , X_2 , X_3 , згідно з поданими співвідношеннями наведено в табл. 7.2.

Таблиця 7.2

$x_{i1} - \bar{x}_1$	$x_{i2} - \bar{x}_2$	$x_{i3} - \bar{x}_3$	$(x_{i1} - \bar{x}_1)^2$	$(x_{i2} - \bar{x}_2)^2$	$(x_{i3} - \bar{x}_3)^2$	X_{i1}^*	X_{i2}^*	X_{i3}^*
3,3	0,274	4,7	10,89	0,07508	21,9961	0,2487	0,5191	0,3365
0,3	-0,186	0,8	0,09	0,03460	0,6241	0,0226	-0,3524	0,0567
1,3	0,084	-1,3	1,69	0,00706	1,7161	0,0980	0,1591	-0,0940
2,3	-0,006	-5,3	5,29	0,00004	28,1961	0,1733	-0,0114	-0,3810
-3,7	-0,106	8,7	13,69	0,01124	75,5161	-0,2788	-0,2008	0,6235
5,3	-0,106	-2,3	28,09	0,01124	5,3361	0,3994	-0,2008	-0,1657
0,3	0,034	2,7	0,09	0,00116	7,2361	0,0226	0,0644	0,1930
-4,7	-0,186	-0,3	22,09	0,03460	0,0961	-0,3542	-0,3524	-0,0222
-8,7	-0,106	-0,3	75,69	0,01124	0,0961	-0,6556	-0,2008	-0,0222
4,3	0,304	-7,3	18,49	0,09242	53,4361	0,3240	0,5759	-0,5245
Всього...			176,10	0,27864	194,249			

Тоді знаменник для нормалізації кожної пояснювальної змінної буде такий:

$$X_1 : \sqrt{n\sigma_{x_1}^2} = \sqrt{10 \cdot 17,61} = 13,27;$$

$$X_2 : \quad \sqrt{n\sigma_{X_2}^2} = \sqrt{10 \cdot 0,027864} = 0,53;$$

$$X_3 : \quad \sqrt{n\sigma_{X_3}^2} = \sqrt{10 \cdot 19,4249} = 13,94.$$

Матриця нормалізованих змінних подається у вигляді:

$$X^* = \begin{pmatrix} 0,2487 & 0,5191 & 0,3365 \\ 0,0226 & -0,3524 & 0,0567 \\ 0,0980 & 0,1591 & -0,0940 \\ 0,1733 & -0,0114 & -0,3810 \\ -0,2788 & -0,2008 & 0,6235 \\ 0,3994 & -0,2008 & -0,1657 \\ 0,0226 & 0,0644 & 0,1930 \\ -0,3542 & -0,3524 & -0,0222 \\ -0,6556 & -0,2008 & -0,0222 \\ 0,3240 & 0,5759 & -0,5245 \end{pmatrix}$$

Крок 2. Визначення кореляційної матриці¹⁾:

$$r_{xx} = X^{*'} X^*,$$

де X^* — матриця нормалізованих пояснювальних змінних;

$X^{*'}$ — матриця, транспонована до X^* .

Ця матриця симетрична і має розмір 3 x 3.

Запишемо шукану кореляційну матрицю

$$r_{xx} = \begin{pmatrix} 1 & 0,5550 & -0,3734 \\ 0,5550 & 1 & -0,2252 \\ -0,3734 & -0,2252 & 1 \end{pmatrix}$$

Кожний елемент цієї матриці характеризує тісноту зв'язку однієї пояснювальної змінної з іншою.

¹⁾ Транспонування матриці просто реалізувати за допомогою "майстра функцій f" (операція ТРАНСП(.) у категорії "Ссылки и массивы"). Звернення до математичних та статистичних функцій Ексел (див. додаток 10).

Оскільки діагональні елементи характеризують тісноту зв'язку кожної незалежної з цією самою змінною, то вони дорівнюють одиниці.

Решта елементів матриці r_{xx} такі:

$$r_{x_1x_2} = 0,555;$$

$$r_{x_1x_3} = -0,3734;$$

$$r_{x_2x_3} = -0,2252;$$

тобто вони є парними коефіцієнтами кореляції між пояснювальними змінними.

Користуючись цими коефіцієнтами, можна зробити висновок, що між змінними X_1, X_2, X_3 існує кореляційний зв'язок.

Постає запитання: чи можна стверджувати, що цей зв'язок є виявленням мультиколінеарності і через це негативно впливатиме на оцінку параметрів економетричної моделі?

Щоб відповісти на це запитання, потрібно ще раз звернутися до алгоритму Фаррара-Глобера і знайти статистичні критерії оцінки мультиколінеарності.

Крок 3. Обчислимо детермінант кореляційної матриці r і критерій χ^2 :

а) $\det r_{xx} = |r_{xx}| = 0,5951;$

б) $\chi^2 = -\left[n - 1 - \frac{1}{6}(2m + 5)\right] \ln|r_{xx}| = -\left[9 - \frac{1}{6}(6 - 5)\right] \ln|0,5951| = 3,7196.$

Якщо ступінь свободи $\frac{1}{2}m(m-1) = 3$, а рівень значущості $\alpha = 0,01$, критерій $\chi_{\text{табл}}^2 = 11,34$. Оскільки $\chi_{\text{табл}}^2 > \chi_{\text{факт}}^2$ доходимо висновку, що в масиві змінних не існує мультиколінеарності.

Далі недоцільно реалізувати алгоритм Фаррара-Глобера, бо вже очевидно, що мультиколінеарності між досліджуваними пояснювальними змінними **нема**.

**Приклад виконання завдання
при наявності мультиколінеарності**

На основі даних про чинники, що впливають на прибуток (дод. 6), дослідити їх на наявність мультиколінеарності за допомогою алгоритму Фаррара-Глобера, що містить три статистичні критерії: χ^2 ; F-критерій; t-критерій.

Таблиця 7.3

Кількість спостережень	Продуктивність праці, тис. грн/чол.	Кількість працівників, чол.	Фондовіддача, грн/грн.	Чистий дохід підприємства, тис. грн
	X_1	X_2	X_3	Y
1	20,5	90,0	5,7	300,7
2	21,9	90,2	5,8	301,0
3	22,1	90,3	5,8	303,2
4	22,2	90,8	5,9	305,2
5	22,6	92,4	5,9	305,9
6	23,6	94,0	6,0	306,1
7	24,2	95,1	6,1	306,9
8	24,5	98,4	8,3	307,7
9	27,5	99,4	8,4	310,0
10	28,5	101,4	8,4	394,9
11	28,6	104,4	8,5	397,6
12	29,8	104,5	8,5	398,3
13	30,3	104,7	8,7	400,7
14	35,6	106,4	9,2	401,0
15	38,1	110,0	9,2	401,8
Середнє значення	26,67	98,13	7,36	342,73

Постановка задачі:

На дохід підприємства впливає низка чинників. Вирізнимо серед них продуктивність праці, кількість працівників, фондівіддача. Щоб побудувати економетричну модель доходу підприємства від вказаних чинників за методом найменших квадратів, потрібно переконатися, що продуктивність праці, кількість працівників, фондівіддача, як пояснювальні змінні моделі — не мультиколінеарні.

Дослідити наведені чинники на наявність мультиколінеарності.

Порядок виконання завдання

Дослідимо наявність мультиколінеарності, виконавши такі кроки:

1. Нормалізацію (стандартизацію) пояснювальних змінних моделі.
2. Розрахунок кореляційної матриці r_{xx} .
3. Визначення детермінанта матриці r_{xx} .
4. Визначення критерію χ^2 .
5. Розрахунок матриці, оберненої до матриці r_{xx} .
6. Визначення F-критерію.
7. Обчислення частинних коефіцієнтів кореляції.
8. Визначення t-критерію.

Крок 1. Нормалізація (стандартизація) пояснювальних змінних моделі.

Обчислимо середні арифметичні пояснювальних змінних:

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_i x_{ij}}{n}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_i x_{1j}}{n} = \frac{400}{15} = 26,67 ;$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum_i x_{2j}}{n} = \frac{1472}{15} = 98,13 ;$$

$$\bar{x}_3 = \frac{\sum_i x_{3j}}{n} = \frac{110,4}{15} = 7,36 .$$

Визначимо стандартні відхилення.

Позначимо вектори пояснювальних змінних – продуктивності праці, фондомісткості, коефіцієнтів плинності робочої сили – через X_1 , X_2 , X_3 . Елементи нормалізованих векторів обчислимо за формулою:

$$X_{ik}^* = \frac{x_{ik} - \bar{x}_k}{\sqrt{n\sigma_{X_k}^2}},$$

де n – кількість спостережень, $n = 15$; m – кількість пояснювальних змінних, $m = 3$; \bar{x}_k – середнє арифметичне значення компонентів вектора X_k ; $\sigma_{X_k}^2$ – дисперсія змінної x_k .

Із формули випливає, що спочатку потрібно обчислити середні арифметичні значення і величини $\sqrt{n\sigma_{X_k}^2}$ для кожної пояснювальної змінної. Дисперсії кожної пояснювальної змінної мають такі значення:

$$\sigma_{X_1}^2 = 25,3075556;$$

$$\sigma_{X_2}^2 = 43,1875556;$$

$$\sigma_{X_3}^2 = 1,96906667.$$

Усі розрахункові дані для нормалізації змінних X_1, X_2, X_3 , згідно з поданими співвідношеннями наведено в табл. 7.4.

Таблиця 7.4

$X_{i1} - \bar{X}_1$	$X_{i2} - \bar{X}_2$	$X_{i3} - \bar{X}_3$	$(x_{i1} - \bar{x}_1)^2$	$(x_{i2} - \bar{x}_2)^2$	$(x_{i3} - \bar{x}_3)^2$	X_{i1}^*	X_{i2}^*	X_{i3}^*
-6,1667	-8,1333	-1,7	38,03	66,151	2,7556	-0,3165	-0,3196	-0,3054
-4,7667	-7,9333	-1,6	22,72	62,938	2,4336	-0,2446	-0,3117	-0,2870
-4,5667	-7,8333	-1,6	20,85	61,361	2,4336	-0,2344	-0,3078	-0,2870
-4,4667	-7,3333	-1,5	19,95	53,778	2,1316	-0,2293	-0,2881	-0,2686
-4,0667	-5,7333	-1,5	16,54	32,871	2,1316	-0,2087	-0,2253	-0,2686
-3,0667	-4,1333	-1,4	9,40	17,084	1,8496	-0,1574	-0,1624	-0,2502
-2,4667	-3,0333	-1,3	6,08	9,201	1,5876	-0,1266	-0,1192	-0,2318
-2,1667	0,2667	0,9	4,69	0,071	0,8836	-0,1112	0,0105	0,1730
0,8333	1,2667	1,0	0,69	1,604	1,0816	0,0428	0,0498	0,1914
1,8333	3,2667	1,0	3,36	10,671	1,0816	0,0941	0,1283	0,1914
1,9333	6,2667	1,1	3,74	39,271	1,2996	0,0992	0,2462	0,2098
3,1333	6,3667	1,1	9,82	40,534	1,2996	0,1608	0,2501	0,2098
3,6333	6,5667	1,3	13,20	43,121	1,7956	0,1865	0,2580	0,2466
8,9333	8,2667	1,8	79,80	68,338	3,3856	0,4585	0,3248	0,3386
11,4333	11,8667	1,8	130,72	140,818	3,3856	0,5868	0,4662	0,3386
Всього...			379,61	647,81	29,536			

Тоді знаменник для нормалізації кожної пояснювальної змінної буде такий:

$$\sqrt{n\sigma_{X_1}^2} = 19,48;$$

$$\sqrt{n\sigma_{X_2}^2} = 25,45;$$

$$\sqrt{n\sigma_{X_3}^2} = 5,43.$$

Матриця нормалізованих змінних подається у вигляді:

$$X^* = \begin{pmatrix} -0,3165 & -0,3196 & -0,3054 \\ -0,2446 & -0,3117 & -0,2870 \\ -0,2344 & -0,3078 & -0,2870 \\ -0,2293 & -0,2881 & -0,2686 \\ -0,2087 & -0,2253 & -0,2686 \\ -0,1574 & -0,1624 & -0,2502 \\ -0,1266 & -0,1192 & -0,2318 \\ -0,1112 & 0,0105 & 0,1730 \\ 0,0428 & 0,0498 & 0,1914 \\ 0,0941 & 0,1283 & 0,1914 \\ 0,0992 & 0,2462 & 0,2098 \\ 0,1608 & 0,2501 & 0,2098 \\ 0,1865 & 0,2580 & 0,2466 \\ 0,4585 & 0,3248 & 0,3386 \\ 0,5868 & 0,4662 & 0,3386 \end{pmatrix}$$

Крок 2. Розрахунок кореляційної матриці нульового порядку²⁾.

$$r_{xx} = X^{*'} X^*,$$

де X^* — матриця нормалізованих пояснювальних змінних;

$X^{*'}$ — матриця, транспонована до X^* .

Маємо:

$$X^* = \begin{pmatrix} -0,3165 & -0,3196 & -0,3054 \\ -0,2446 & -0,3117 & -0,2870 \\ -0,2344 & -0,3078 & -0,2870 \\ -0,2293 & -0,2881 & -0,2686 \\ -0,2087 & -0,2253 & -0,2686 \\ -0,1574 & -0,1624 & -0,2502 \\ -0,1266 & -0,1192 & -0,2318 \\ -0,1112 & 0,0105 & 0,1730 \\ 0,0428 & 0,0498 & 0,1914 \\ 0,0941 & 0,1283 & 0,1914 \\ 0,0992 & 0,2462 & 0,2098 \\ 0,1608 & 0,2501 & 0,2098 \\ 0,1865 & 0,2580 & 0,2466 \\ 0,4585 & 0,3248 & 0,3386 \\ 0,5868 & 0,4662 & 0,3386 \end{pmatrix}$$

²⁾ Звернення до математичних та статистичних функцій Excel (див. додаток 10).

$$X^{*'} = \begin{vmatrix} -0,3165 & -0,24465 & -0,23438 & -0,22925 & -0,20872 & -0,1574 & -0,1266 & -0,1112 \\ -0,31955 & -0,3117 & -0,30777 & -0,28812 & -0,22526 & -0,1624 & -0,11918 & 0,010477 \\ -0,30544 & -0,28704 & -0,28704 & -0,26864 & -0,26864 & -0,25024 & -0,23184 & 0,172963 \end{vmatrix}$$

Продовження матриці

$$\begin{vmatrix} 0,042771 & 0,094096 & 0,099228 & 0,160818 & 0,186481 & 0,458504 & 0,586816 \\ 0,049767 & 0,128345 & 0,246213 & 0,250142 & 0,258 & 0,324792 & 0,466234 \\ 0,191363 & 0,191363 & 0,209763 & 0,209763 & 0,246564 & 0,338565 & 0,338565 \end{vmatrix}$$

$$r_{xx} = \begin{vmatrix} 1 & 0,9516 & 0,8820 \\ 0,9516 & 1 & 0,9530 \\ 0,8820 & 0,9530 & 1 \end{vmatrix}$$

Кожний елемент цієї матриці характеризує тісноту зв'язку однієї пояснювальної змінної з іншою. Оскільки діагональні елементи характеризують тісноту зв'язку кожної незалежної з цією самою змінною, то вони дорівнюють одиниці.

Решта елементів матриці r_{xx} такі:

$$\begin{aligned} r_{12} &= 0,9516; \\ r_{13} &= 0,8820; \\ r_{23} &= 0,9530. \end{aligned}$$

Парні коефіцієнти кореляції характеризують тісноту зв'язку між двома змінними. Вони можуть змінюватися в межах від - 1 до 1.

Коефіцієнти парної кореляції r_{12} , r_{23} близькі до одиниці, тому можна передбачити, що досліджувані пояснювальні змінні є мультиколінеарними. Користуючись цими коефіцієнтами, можна зробити висновок, що між змінними X_1 і X_2 , та X_2 і X_3 існує вельми високий зв'язок.

Постає запитання: чи можна стверджувати, що цей зв'язок є виявленням мультиколінеарності і через це негативно впливатиме на оцінку параметрів економетричної моделі?

Щоб відповісти на це запитання, потрібно ще раз звернутися до алгоритму Фаррара-Глобера і знайти статистичні критерії оцінки мультиколінеарності.

Крок 3. Обчислимо детермінант кореляційної матриці r_{xx} і критерій χ^2 :

$$\text{а) } \det r_{xx} = |r_{xx}| = 0,0080;$$

$$\text{б) } \chi^2 = - \left[n - 1 - \frac{1}{6}(2m + 5) \right] \ln |r_{xx}| \quad (n=15; m=3)$$

$$\ln |r_{xx}| = -4,8226;$$

Отже, критерій $\chi^2 = 58,6749$.

Якщо ступінь свободи дорівнює $\frac{1}{2}m(m-1) = 3$, а рівень значущості $\alpha = 0,05$, то критерій $\chi^2_{\text{табл}} = 11,43$.

Оскільки $\chi^2_{\text{табл}} < \chi^2_{\text{факт}}$ доходимо висновку, що в масиві змінних існує мультиколінеарний зв'язок.

Крок 4. Розрахуємо матрицю, обернену до матриці r_{xx} :

$$C = \begin{vmatrix} 11,4 & -13,80 & 3,10 \\ -13,8 & 27,61 & -14,14 \\ 3,097 & -14,14 & 11,75 \end{vmatrix}$$

Матриця C – симетрична, і її діагональні елементи завжди мають бути додатними.

Крок 5. Визначення F-критерію:

$$F_k = (c_{kk} - 1) \frac{n - m}{m - 1}; \quad k = \overline{1, m};$$

де n — кількість спостережень; m — кількість пояснювальних змінних.

Виконавши обчислення, дістанемо:

$$F_1 = (c_{11} - 1) \frac{n - m}{m - 1} = 92,43606$$

$$F_2 = (c_{22} - 1) \frac{n - m}{m - 1} = 107,3519$$

$$F_3 = (c_{33} - 1) \frac{n - m}{m - 1} = 54,5759$$

Коли $\alpha = 0,05$ і ступені свободи $m-1=3-1=2$, $n-m=15-3=12$ маємо $F_{\text{крит}} = 3,885$.

Фактично знайдене значення F-критерію порівнюємо з табличним. У нашому випадку $F_{\text{факт}} > F_{\text{крит}}$, тобто пояснювальні змінні мультиколінеарні з рештою змінних.

Коефіцієнт детермінації до кожної змінної:

$$R_k^2 = 1 - \frac{1}{c_{kk}};$$

$$R_1^2 = 0,912; \quad R_2^2 = 0,96; \quad R_3^2 = 0,9149.$$

Якщо коефіцієнт детермінації наближається до одиниці, то пояснювальна змінна мультиколінеарна з іншими.

Крок 6. Обчислення частинних коефіцієнтів кореляції:

$$r_{kj} = \frac{-c_{kj}}{\sqrt{c_{kk} \cdot c_{jj}}}$$

де c_{kj} — елемент матриці C , що міститься в k -му рядку і j -му стовпці; c_{kk} і c_{jj} — діагональні елементи матриці C .

$$\begin{aligned} r_{12} &= 0,7778; \\ r_{13} &= -0,2677; \\ r_{23} &= 0,7853. \end{aligned}$$

Частинні коефіцієнти кореляції характеризують рівень тісноти зв'язку між двома змінними за умови, що решта змінних на цей зв'язок не впливає. Частинні коефіцієнти кореляції за модулем нижчі, ніж коефіцієнти парної кореляції, бо на їхній рівень не впливає решта змінних, які мають зв'язок із цими двома.

Крок 7. Обчислення t-критеріїв:

$$t_{kj} = \frac{r_{kj} \sqrt{n - m}}{\sqrt{1 - r_{kj}^2}}$$

$$t_{12} = 4,287$$

$$t_{13} = -0,962$$

$$t_{23} = 4,394$$

$$t_{\text{крит}} = 2,179$$

Обчислені t-критерії порівнюємо з табличним за вибраного рівня значущості $\alpha = 0,05$ і ступенів свободи $n - m = 12$.

Якщо t_{kj} більше за $t_{\text{табл}}$, як у нашому випадку, то пара цих пояснювальних змінних тісно пов'язана між собою.

Оскільки розраховані $t_{12} > t_{\text{табл}}$ та $t_{23} > t_{\text{табл}}$, то можна зробити висновок, що пари цих пояснювальних змінних (X_1 і X_2 та X_2 і X_3) – тісно пов'язані між собою.

Висновок.

Оскільки $\chi_{\text{табл}}^2 < \chi_{\text{факт}}^2$ доходимо висновку, що в масиві змінних існує мультиколінеарний зв'язок.

$t_{12} > t_{\text{табл}}$ – між змінними X_1 і X_2 (продуктивністю праці та чисельністю працівників) існує мультиколінеарність.

$t_{23} > t_{\text{табл}}$ – між змінними X_2 і X_3 (чисельністю працівників та фондівіддачею) існує мультиколінеарність.

А це означає, що метод найменших квадратів застосувати в цьому разі не можна.

Тестові завдання

1. Коефіцієнт кореляції розраховується за формулою:

$$[1] \pm \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$[2] \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$[3] \pm \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{n - 1}}$$

$$[4] \frac{S_{xy}}{\bar{y}} \cdot 100$$

2. Коефіцієнт детермінації приймає значення:

[1] від -4 до +4

[2] від 0 до 1

[3] від -1 до +1

[4] від 0,8 до 1

3. Майстер функцій "f" системи Microsoft Excel повертає визначник матриці за допомогою функції:

[1] МУМНОЖ

[2] МОБР

[3] МОПРЕД

[4] ТРАНСП

[5] ВПР

[6] КОРРЕЛ

4. Розв'язок системи нормальних рівнянь матричному запису:

[1] $Y = AX + u$

[2] $\hat{A} = (X'X)^{-1} X'$

[3] $\hat{A} = (X'X)^{-1} X'Y$

[4] $\hat{A} = X'S^{-1}Y$

5. Міра варіації залежної змінної (результативного показника) Y залежить від варіації незалежної змінної (вхідного показника) X і визначається за:

[1] коефіцієнтом кореляції

[2] стандартною похибкою

[3] середньоквадратичним відхиленням

[4] коефіцієнтом детермінації

6. Оцінка точності моделі визначається

[1] за F-критерієм Фішера

[2] по коефіцієнту кореляції

[3] по середньоквадратичному відхиленню

[4] за допомогою алгоритму Фаррара-Глобера

7. Кількісну оцінку зв'язку між залежною змінною Y та незалежною змінною X оцінюють

[1] за F-критерієм Фішера

[2] за критерієм Пірсона χ^2

[3] по середньоквадратичному відхиленню

[4] по коефіцієнту кореляції

8. Коефіцієнт детермінації розраховується за формулою:

$$[1] \quad \pm \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$[2] \quad \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$[3] \quad \pm \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{n - 1}}$$

$$[4] \quad \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 / 1}{\sum (y_i - \hat{y})^2 / (n - 2)}$$

9. Коефіцієнт кореляції приймає значення:

[1] від 0 до 1

[2] від -4 до +4

[3] від -1 до +1

[4] від 0,8 до 1

10. Майстер функцій "f" системи Microsoft Excel знаходить матрицю, обернену до квадратної матриці за допомогою функції:

[1] МУМНОЖ

[2] ТРАНСП

[3] ОТБР

[4] МОПРЕД

[5] МОБР

[6] НОРМОБР

11. Гіпотеза про значимість зв'язку між залежною та незалежними змінними множинної регресії підтверджується, якщо:

[1] $t_{\alpha} > t_{\text{табл}}$

[2] $F_{\text{розра}} > F_{\text{табл}}$

[3] $\chi^2_{\text{факт}} > \chi^2_{\text{табл}}$

[4] $r_{xx} > 0,8$

12. Табличне значення критерію Фішера вибирається:

[1] за критерієм Пірсона χ^2

[2] ступеням вільності f_1 та f_2

[3] верхній межі d_L

[4] нижній межі d_U

13. Середньоквадратична похибка розраховується за формулою:

[1] $\pm \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$

[2] $\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$

[3] $\pm \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{n - 1}}$

[4] $\frac{S_{xy}}{\bar{y}} \cdot 100$

14. Коефіцієнт детермінації приймає значення:

[1] від 0 до 1

[2] від -4 до +4

[3] від -1 до +1

[4] завжди дорівнює 0

15. Майстер функцій “f” системи Microsoft Excel знаходить добуток матриць за допомогою функції:

[1] МУМНОЖ

[2] ДДОБ

[3] ТРАНСП

[4] МОПРЕД

[5] МОБР

[6] МБСД

16. Зв'язок, при якому кожному значенню незалежної змінної відповідає строго визначена величина залежної перемінної

[1] функціональній зв'язок

[2] статистичний зв'язок

[3] лінійний зв'язок

[4] кореляційний зв'язок

17. Значимість зв'язку між змінними моделі характеризує

[1] ступені вільності f_1 та f_2

[2] F-критерій Фішера

[3] відносна похибка

[4] коефіцієнт кореляції

18. Для аналізу і прогнозування економічних процесів і явищ за допомогою методів математичної статистики призначена

[1] Імітаційна модель

[2] Оптимізаційна модель

[3] Економетрична модель

[4] Балансова модель

19. Якщо у заданій матриці А поміняти місцями елементами рядків на відповідні елементами стовпців, то дістанемо

- [1] одиничну
- [2] діагональну
- [3] обернену матрицю
- [4] транспоновану матрицю

20. Припустимо, що для опису одного економічного процесу придатні дві моделі. Обидві адекватні за F-критерієм Фішера. Перевагу надають моделі з

- [1] Меншим значенням F-критерію Фішера
- [2] Більшим значенням F-критерію Фішера
- [3] Меншим коефіцієнтом детермінації
- [4] Більшим коефіцієнтом детермінації

21. Коефіцієнт кореляції розраховується за формулою:

[1]
$$\pm \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

[2]
$$\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

[3]
$$\pm \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{n - 1}}$$

[4]
$$\frac{S_{xy}}{\bar{y}} \cdot 100$$

22. Якщо регресія $R^2=0,80$, то регресійна лінія:

- [1] Пояснює 80% варіації змінної x
- [2] Не пояснює зв'язку між y та x
- [3] Пояснює 80% варіації змінної y
- [4] Матиме перетин $0,80$

23. Майстер функцій "f" системи Microsoft Excel повертає транспоновану матрицю за допомогою функції:

- [1] МУМНОЖ
- [2] МОПРЕД
- [3] ТРАНСП
- [4] ТТЕСТ
- [5] ТЕНДЕНЦИЯ
- [6] МОБР

24. Тіснота зв'язку між змінними моделі перевіряються:

- [1] За ступенями вільності f_1 та f_2
- [2] За F-критерієм Фішера
- [3] За середньоквадратичною похибкою
- [4] За коефіцієнтом кореляції

25. Для характеристики відхилень коефіцієнта кореляції, як вибіркової величини, від свого "істотного" значення вимагається перевірка його значимості за

- [1] t-критерієм Ст'юдента
- [2] коефіцієнтом детермінації R^2
- [3] за критерієм Пірсона χ^2
- [4] F-критерієм Фішера

26. Можна зробити висновок про значимість коефіцієнта кореляції між змінними, якщо

[1] $t_{\alpha} > t_{табл}$

[2] $F_{розр} > F_{табл}$

[3] $S_{\hat{a}_1} = \sqrt{\sigma_u^2 c_{jj}}$

[4] $\chi^2_{факт} > \chi^2_{табл}$

27. Модель вважається достовірною якщо:

[1] $R = 0,9$ і більше

[2] $F_{розр} > F_{табл}$

[3] $\chi^2_{факт} > \chi^2_{табл}$

[4] $t_{факт} < t_{табл}$

28. Якщо у заданій матриці А поміняти місцями елементи стовпців на відповідні елементи рядків, то дістанемо

[1] одиничну

[2] діагональну

[3] обернену матрицю

[4] транспоновану матрицю

29. Зв'язок, при якому кожному значенню незалежної перемінної відповідає строго визначена величина залежної перемінної

[1] кореляційний зв'язок

[2] статистичний зв'язок

[3] функціональній зв'язок

[4] лінійний зв'язок

30. Коефіцієнт кореляції приймає значення:

- [1] завжди дорівнює 1
- [2] від -4 до +4
- [3] від 0 до 1
- [4] від -1 до +1

31. Наслідком мільтиколінеарності є:

- [1] $F_{розр} > F_{табл}$ за своїми значеннями
- [2] падає точність оцінювання параметрів моделі
- [3] ступінь тісноти лінійної залежності зростає
- [4] $R = 0,1 \div 0,3$

32. Ознакою мільтиколінеарності є:

- [1] значне наближення коефіцієнта кореляції до одиниці
- [2] велике стандартне відхилення
- [3] економетрична модель є стохастичною (випадковою)
- [4] відсутній кореляційний зв'язок між показниками

33. Мультіколінеарність може бути досліджена за допомогою

- [1] методу найменших квадратів
- [2] розрахунку стандартної помилки
- [3] оцінки параметрів
- [4] алгоритму Фаррара-Глобера

34. В масиві пояснювальних змінних існує мультіколінеарність якщо:

- [1] Помилка залежить від незалежної змінної
- [2] Кореляція між помилками та незалежними змінними
- [3] Дисперсія помилок не є постійною
- [4] Незалежні змінні корелюють між собою

35. Наслідком мільтиколінеарності є:

- [1] порушення гіпотези про значимість зв'язку
- [2] незалежна змінна надто корельовано із залежною змінною
- [3] проблеми із статистичними висновками
- [4] неефективні оцінки параметрів

36. Ознакою мільтиколінеарності є:

- [1] Незалежна змінна виміряна з помилкою
- [2] наявність високих значень парних коефіцієнтів кореляції
- [3] відсутній кореляційний зв'язок між показниками
- [4] відсутній лінійний зв'язок між показниками

37. Наявність сталої (постійної) дисперсії залишків називається

- [1] незміщеністю
- [2] гомоскедастичністю
- [3] мультіколеніарністю
- [4] розсіюванням

38. Наслідком мільтиколінеарності є:

- [1] порушення гіпотези про значимість зв'язку
- [2] незалежна змінна надто корельовано із залежною змінною
- [3] проблеми із статистичними висновками
- [4] неефективні оцінки параметрів

39. Коефіцієнт кореляції розраховується за формулою:

$$[1] \pm \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$[2] \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$[3] \pm \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{n - 1}}$$

$$[4] \frac{S_{xy}}{\bar{y}} \cdot 100$$

40. Для аналізу і прогнозування економічних процесів і явищ за допомогою методів математичної статистики призначена:

[1] Імітаційна модель

[2] Економетрична модель

[3] Сітьова модель

[4] Економіко-математична модель

41. Зв'язок, при якому на показник-функцію впливають не тільки фактори-аргументи, відібрані в процесі дослідження, але й безліч інших ознак, що не піддаються вивченню в силу недосконалості статистичного обліку

[1] статистичний зв'язок

[2] функціональній зв'язок

[3] кореляційний зв'язок

[4] регресивний зв'язок

42. Ознакою мільтиколінеарності є:

- [1] велике стандартне відхилення
- [2] значне наближення коефіцієнта кореляції до одиниці
- [3] економетрична модель є стохастичною (випадковою)
- [4] відсутній кореляційний зв'язок між показниками

43. Наслідком мільтиколінеарності є:

- [1] $F_{\text{розр}} > F_{\text{табл}}$ за своїми значеннями
- [2] $R = 0,1 \div 0,3$
- [3] ступінь тісноти лінійної залежності зростає
- [4] спадає точність оцінювання параметрів моделі

44. Крива Гомперця:

[1]
$$Y = \frac{a}{x - b}$$

[2]
$$Y = \alpha(1 + r)^x$$

[3]
$$C = c_0 + bY$$

[4]
$$y = e^{ab^x + c}$$

45. Крива Філіпса:

[1]
$$Y = \frac{a}{x - b}$$

[2]
$$Y = \alpha(1 + r)^x$$

[3]
$$C = c_0 + bY$$

[4]
$$y = e^{ab^x + c}$$

46. Якщо регресія $R^2=0,80$, то регресійна лінія:

- [1] Матиме нахил 0,80
- [2] Не пояснює зв'язку між y та x
- [3] Пояснює 80% варіації змінної x
- [4] Пояснює 80% варіації змінної y

47. Майстер функцій "f" системи Microsoft Excel повертає визначник матриці за допомогою функції:

- [1] МУМНОЖ
- [2] НОРМОБР
- [3] ТРАНСП
- [4] МОБР
- [5] ПОИСК
- [6] МОПРЕД

48. Кількісну оцінку зв'язку між залежною змінною Y та незалежною змінною X оцінюють

- [1] за F-критерієм Фішера
- [2] по коефіцієнту кореляції
- [3] за критерієм Пірсона χ^2
- [4] за t-критерієм Ст'юдента

49. В масиві пояснювальних змінних існує мультиколінеарність якщо:

- [1] $t_{\text{факт}} > t_{\text{табл}}$
- [2] $F_{\text{розр}} > F_{\text{табл}}$
- [3] $\chi^2_{\text{факт}} > \chi^2_{\text{табл}}$
- [4] $t_{\text{факт}} < t_{\text{табл}}$

50. Наявність сталої (постійної) дисперсії залишків називається

[1] незміщеністю

[2] розсіюванням

[3] мультиколеніарністю

[4] гомоскедастичністю

ДОДАТКИ

Додаток 1

Вихідні дані для лабораторних робіт № 1 та № 2

Варіант 1			Варіант 2			Варіант 3			Варіант 4		
Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂
12,3	9,6	33,4	16,1	12,2	23,8	12,7	12,4	30,7	15,8	12,3	30,7
14,7	8,1	34,5	16,3	10,0	24,9	12,9	10,3	30,8	19,4	12,0	31,3
15,8	6,3	35,8	17,8	8,1	25,5	13,3	10,1	31,9	20,3	6,1	32,9
16,3	5,5	35,9	17,6	8,0	25,6	14,7	8,4	32,3	27,8	6,2	33,4
17,1	4,1	36,1	18,5	7,6	27,8	16,9	6,3	33,7	29,3	5,1	33,5
20,9	2,8	40,4	18,9	7,4	29,3	20,1	6,2	33,8	24,4	4,3	36,7
21,4	1,6	45,8	20,1	6,1	30,4	23,4	5,4	40	31,3	3,8	37,9
22,8	0,9	46,3	24,3	5,3	31,7	24,5	5,3	45,1	32,8	3,0	38,4
23,9	0,8	49,1	25,8	2,7	32,8	28,4	5,0	46,9	32,9	2,7	39,4
24,1	0,4	50,4	26,7	2,6	33,9	30,7	4,8	47,7	34,7	2,5	40,6
25,5	0,2	55,7	27,8	1,5	35,5	31,3	4,1	47,8	41,3	2,0	42,9
26,6	0,2	58,4	30,1	0,5	36,9	32,9	2,4	50,3	44,9	1,9	47,8
27,9	0,1	59,3	32,3	0,4	37,7	34,1	0,6	52,7	45,6	1,6	48,1
28,1	0,1	60,4	33,9	0,1	38,1	35,8	0,2	53,8	46,1	1,5	49,3
28,1	0,1	60,4	33,9	0,1	38,1	35,8	0,2	53,8	46,1	1,5	49,3

Варіант 5			Варіант 6			Варіант 7			Варіант 8		
Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂
16,9	19,3	30,3	10,9	12,4	30,1	16,3	10,3	20,3	16,7	15,1	20,7
17,7	18,7	30,4	11,3	10,1	33,4	16,7	8,1	20,7	17,3	14,0	21,8
18,3	8,9	30,0	12,8	8,4	33,9	18,1	6,4	21,8	18,4	12,4	30,4
18,4	6,3	31,1	13,8	6,0	34,8	18,9	5,0	22,9	19,5	9,3	31,7
19,7	6,0	32,8	14,9	7,9	36,3	19,3	4,1	25,4	20,3	8,6	38,9
20,8	5,5	30,4	15,6	5,4	38,9	20,4	3,3	27,8	21,4	5,1	40,3
21,3	4,0	33,9	18,1	6,1	39,4	21,5	3,3	30,7	25,5	3,3	44,1
22,9	2,9	34,5	19,4	3,1	39,8	24,6	2,7	31,3	26,9	3,2	44,7
25,4	1,3	37,8	19,0	3,0	45,0	27,8	2,1	33,9	27,8	4,0	45,8
26,9	0,7	39,3	21,3	2,1	46,4	27,9	0,9	35,8	30,1	2,1	46,3
30,7	0,6	40,5	22,8	2,0	47,3	30,4	0,5	40,3	32,3	1,9	47,9
30,8	0,6	41,6	24,1	1,5	48,8	31,7	0,3	44,1	33,9	0,8	50,3
31,9	0,2	42,9	26,7	0,5	49,1	33,8	0,1	44,9	34,5	0,6	51,8
40,5	0,1	44,3	28,3	0,4	50,4	35,9	0,1	46,3	36,6	0,1	52,1
40,5	0,1	44,3	28,3	0,4	50,4	35,9	0,1	46,3	36,6	0,1	52,1

Варіант 9			Варіант 10			Варіант 11			Варіант 12		
Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂	Y	X ₁	X ₂
15,9	6,3	20,4	12,8	6,3	40,5	10,4	12,7	30,9	10,7	9,1	45,8
16,1	6,0	20,9	12,9	5,1	4,9	11,5	11,8	31,3	11,8	8,6	46,3
17,4	6,1	20,1	13,1	5,0	41,7	12,7	10,3	32,8	13,8	8,6	47,4
18,3	5,5	19,3	14,4	4,2	42,8	13,8	9,1	33,9	14,9	8,0	47,8
18,9	5,0	24,5	15,8	3,3	43,9	14,3	9,0	34,5	15,1	7,4	50,1
20,4	4,3	27,8	16,3	2,1	4,0	14,9	8,5	36,0	16,3	7,1	51,3
21,3	4,0	30,3	17,9	2,0	45,6	15,1	7,4	40,1	17,1	6,9	51,9
22,8	4,0	34,4	18,1	1,9	47,8	16,3	7,0	45,8	18,7	6,2	53,8
23,4	3,5	35,5	19,3	1,7	48,1	17,9	6,3	46,7	18,9	5,3	59,1
25,7	3,1	36,6	20,4	1,1	50,3	18,4	5,1	45,7	19,3	4,2	60,3
26,9	2,2	37,7	21,8	0,8	51,9	20,1	4,2	48,8	20,1	3,7	67,8
27,3	0,7	38,8	21,9	0,8	58,8	24,3	4,0	49,3	21,7	2,8	69,1
27,8	0,5	40,6	24,3	0,6	60,1	25,5	2,1	50,1	22,8	1,5	69,4
27,9	0,2	41,9	25,7	0,2	61,3	26,9	1,5	52,4	23,1	0,5	69,7
27,9	0,2	41,9	25,7	0,2	61,3	26,9	1,5	52,4	23,1	0,5	69,7

Варіант 13		
Y	X ₁	X ₂
15,6	12,3	40,5
15,8	10,1	41,9
16,3	8,7	42,3
16,9	6,5	44,9
20,1	3,1	50,1
21,3	2,0	53,9
24,9	2,1	55,8
25,8	1,5	56,6
26,9	1,4	57,8
27,3	0,9	59,1
30,4	0,8	60,4
31,3	0,4	61,3
33,9	0,4	62,2
34,5	0,2	64,0
34,5	0,2	64,0

Варіант 14		
Y	X ₁	X ₂
12,3	12,3	31,7
12,5	10,1	32,8
13,7	8,8	33,0
13,9	7,3	33,1
14,7	6,9	35,4
15,1	5,1	36,9
16,3	4,0	40,1
17,4	4,1	45,5
18,1	3,2	46,9
18,9	3,1	47,7
19,3	2,4	48,1
20,1	0,9	49,3
21,7	0,4	50,4
22,8	0,2	51,7
22,8	0,2	51,7

Варіант 15		
Y	X ₁	X ₂
12,3	6,3	40,4
12,9	6,0	41,9
13,4	6,0	43,0
14,7	5,8	44,7
15,1	5,3	49,8
16,9	5,1	50,3
17,3	5,0	51,4
18,7	4,1	55,6
19,8	3,2	57,8
20,1	2,7	60,3
24,4	1,9	61,4
25,9	1,3	60,0
26,1	0,8	61,9
28,8	0,6	62,1
28,8	0,6	62,1

Варіант 16		
Y	X ₁	X ₂
10,3	6,7	40,9
10,9	6,5	41,7
11,7	6,0	42,8
12,8	5,9	43,9
13,9	4,1	45,8
14,7	4,0	45,0
15,1	3,8	49,0
16,9	2,7	50,1
21,9	1,9	52,3
18,7	0,8	52,4
20,3	0,6	55,0
24,5	0,6	57,0
26,6	0,4	58,1
27,8	0,4	59,3
27,8	0,4	59,3

Варіант 17		
Y	X ₁	X ₂
15,1	10,7	30,1
15,0	8,1	31,7
15,6	8,0	32,8
15,9	6,7	33,4
16,1	6,6	34,9
16,3	7,0	35,8
17,8	6,5	36,9
17,0	6,0	37,8
19,0	5,1	40,1
18,4	4,3	42,8
18,0	2,8	43,9
18,9	1,9	45,5
19,3	0,7	46,0
20,1	0,6	47,9
20,1	0,6	47,9

Варіант 18		
Y	X ₁	X ₂
12,7	10,0	30,9
12,8	9,1	31,6
12,0	8,7	30,7
13,9	8,8	31,8
14,1	8,6	33,9
15,8	7,1	34,5
16,1	6,3	35,7
17,3	5,1	40,1
18,9	4,2	42,3
18,9	2,8	44,9
20,5	0,9	46,8
24,1	0,8	50,4
25,8	0,7	51,3
26,3	0,8	52,8
26,3	0,8	52,8

Варіант 19		
Y	X ₁	X ₂
20,8	5,1	30,7
21,9	5,0	31,8
21,9	4,9	32,8
23,4	4,9	32,0
25,7	3,1	32,9
26,8	3,0	34,5
27,1	2,8	36,6
28,1	2,1	38,9
30,3	1,8	40,5
31,4	0,9	42,4
32,9	0,9	47,0
34,5	0,7	17,1
37,8	0,6	47,9
40,4	0,6	52,1
40,4	0,6	52,1

Варіант 20		
Y	X ₁	X ₂
6,9	10,1	30,9
10,3	9,4	30,9
12,5	6,5	31,3
12,4	5,1	32,8
13,7	4,0	34,6
16,8	4,2	35,8
19,3	3,1	36,9
20,1	2,8	40,1
21,7	2,0	42,3
25,8	1,9	44,1
30,1	1,8	45,8
32,9	0,8	46,1
34,5	0,7	46,4
36,6	0,6	50,3
36,6	0,6	50,3

Варіант 21		
Y	X ₁	X ₂
19,8	10,5	40,9
20,3	9,4	41,3
21,4	8,3	44,9
22,9	6,1	45,6
24,6	5,4	16,9
27,8	2,2	17,3
29,3	2,0	48,8
30,1	1,9	49,5
33,4	0,7	50,1
35,8	0,6	52,4
36,6	0,4	53,9
37,7	0,4	54,6
38,8	0,2	54,9
38,1	0,2	56,1
38,1	0,2	56,1

Варіант 22		
Y	X ₁	X ₂
5,6	7,9	30,1
5,6	7,8	33,0
5,8	7,6	31,7
5,9	6,1	32,8
6,7	6,0	33,4
7,9	5,8	33,9
8,3	5,5	33,9
8,7	5,4	34,1
10,1	4,1	35,7
15,4	4,0	36,8
16,3	3,1	37,7
17,8	3,7	40,1
19,1	3,2	40,3
20,3	2,5	40,3
20,3	2,5	40,3

Варіант 23		
Y	X ₁	X ₂
15,6	9,1	30,7
15,8	9,0	31,8
16,1	7,1	32,7
18,4	7,0	33,9
18,0	6,8	34,5
19,1	6,3	36,7
20,3	6,3	40,1
21,7	6,0	42,3
29,8	6,1	44,8
30,3	5,8	45,9
30,1	5,4	47,8
30,4	3,1	50,3
31,2	2,0	51,4
32,3	1,9	55,8
32,3	1,9	55,8

Варіант 24		
Y	X ₁	X ₂
10,7	6,1	20,7
10,0	6,0	20,1
10,9	7,0	27,8
11,5	6,3	27,9
11,9	5,8	30,1
11,0	5,7	35,5
13,0	6,0	36,1
13,7	5,4	36,7
14,1	5,1	37,8
14,8	5,0	40,1
15,1	4,5	40,0
16,3	3,0	40,5
17,7	2,1	41,9
18,1	1,7	43,7
18,1	1,7	43,7

Варіант 25		
Y	X ₁	X ₂
10,1	6,7	50,1
10,0	5,1	51,1
10,7	6,9	51,3
11,3	6,9	50,4
11,8	5,4	51,7
12,4	7,1	52,3
15,7	6,3	53,8
15,8	6,5	54,1
16,1	6,1	55,0
16,0	5,8	55,0
17,1	5,7	56,1
17,8	5,6	57,8
17,8	5,1	57,9
19,0	5,0	58,0
19,0	5,0	58,0

Варіант 26		
Y	X ₁	X ₂
12,9	3,3	40,4
12,0	3,0	45,6
12,7	3,1	47,8
13,4	3,1	47,0
14,7	2,8	48,1
15,1	2,5	49,4
15,8	2,3	49,0
16,3	2,1	49,5
17,4	2,0	50,1
18,1	1,5	50,0
19,3	1,4	51,3
20,7	1,2	54,0
21,9	1,0	54,3
23,4	0,9	55,0
23,4	0,9	55,0

Варіант 27		
Y	X ₁	X ₂
15,4	7,7	60,7
15,6	7,0	60,6
16,1	7,9	61,3
17,3	7,1	62,7
17,5	6,8	64,1
18,1	5,3	65,1
18,6	5,1	66,3
18,9	4,2	37,8
20,3	2,0	69,1
21,4	1,9	70,5
25,4	1,7	70,6
24,3	1,4	71,8
24,7	1,2	72,3
25,8	1,2	74,1
25,8	1,2	74,1

Варіант 28		
Y	X ₁	X ₂
19,1	7,3	48,7
19,3	7,0	47,6
19,0	7,1	49,1
19,4	6,9	49,8
20,5	6,5	50,3
21,6	5,5	51,7
22,8	5,7	52,8
23,7	5,0	53,4
24,1	4,1	54,1
25,6	3,1	55,0
27,1	3,3	56,1
28,3	2,1	57,3
29,1	2,1	58,4
30,4	1,9	58,1
30,4	1,9	58,1

Варіант 29		
Y	X ₁	X ₂
18,1	4,5	20,5
18,0	4,0	21,6
17,6	4,1	21,8
18,4	4,6	21,3
19,1	3,7	22,8
19,9	3,1	23
20,1	3,0	24,0
20,3	2,8	25,6
21,4	2,5	25,0
22,5	2,0	27,8
23,4	1,9	29,1
25,1	0,9	30,5
26,3	0,7	31,3
28,0	0,7	32,7
28,0	0,7	32,7

Варіант 30		
Y	X ₁	X ₂
13,1	8,3	55,8
13,4	8,0	56,1
13,0	8,7	57,1
12,8	8,1	60,3
14,5	7,5	61,4
14,8	6,5	62,5
15,1	6,0	70,4
15,4	5,9	71,7
15,9	5,4	73,7
16,3	5,1	73,7
17,4	4,3	75,8
18,1	2,1	76,7
19,0	2,0	77,9
19,3	1,5	78,1
19,3	1,5	78,1

Примітка. Y – продуктивність праці, тис. грн/чол.; X₁ – втрати робочого часу, тис. людино-годин на рік; X₂ – коефіцієнт використання потужності, %.

Варіанти та вихідна інформація для виконання лабораторної роботи № 3

Варіант 1				Варіант 2				Варіант 3				Варіант 4				Варіант 5			
Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃
12,3	9,6	33,4	75,5	16,1	12,2	23,8	70,1	12,7	12,4	30,7	71,4	15,8	12,3	30,7	79,1	16,9	19,3	30,3	80,4
14,7	8,1	34,5	75,9	16,3	10,0	24,9	75,8	12,9	10,3	30,8	72,3	19,4	12,0	31,3	79,8	17,7	18,7	30,4	81,8
15,8	6,3	35,8	81,3	17,8	8,1	25,5	76,9	13,3	10,1	31,9	84,7	20,3	6,1	32,9	80,4	18,3	8,9	30,0	82,4
16,3	5,5	35,9	82,9	17,6	8,0	25,6	77,1	14,7	8,4	32,3	75,8	27,8	6,2	33,4	85,3	18,4	6,3	31,1	83,9
17,1	4,1	36,1	84,7	18,5	7,6	27,8	78,3	16,9	6,3	33,7	79,9	29,3	5,1	33,5	85,6	19,7	6,0	32,8	84,5
20,9	2,8	40,4	85,8	18,9	7,4	29,3	79,5	20,1	6,2	33,8	81,3	24,4	4,3	36,7	85,6	20,8	5,5	30,4	86,6
21,4	1,6	45,8	90,1	20,1	6,1	30,4	80,0	23,4	5,4	40,0	81,4	31,3	3,8	37,9	88,3	21,3	4,0	33,9	88,8
22,8	0,9	46,3	92,3	24,3	5,3	31,7	85,4	24,5	5,3	45,1	86,4	32,8	3,0	38,4	89,8	22,9	2,9	34,5	88,9
23,9	0,8	49,1	93,4	25,8	2,7	32,8	85,7	28,4	5,0	46,9	91,3	32,9	2,7	39,4	90,4	25,4	1,3	37,8	90,4
24,1	0,4	50,4	94,1	26,7	2,6	33,9	91,3	30,7	4,8	47,7	92,9	34,7	2,5	40,6	90,0	26,9	0,7	39,3	91,7
25,5	0,2	55,7	95,5	27,8	1,5	35,5	91,2	31,3	4,1	47,8	93,7	41,3	2,0	42,9	96,0	30,7	0,6	40,5	93,8
26,6	0,2	58,4	96,1	30,1	0,5	36,9	91,4	32,9	2,4	50,3	93,8	44,9	1,9	47,8	96,7	30,8	0,6	41,6	94,5
27,9	0,1	59,3	96,4	32,3	0,4	37,7	91,7	34,1	0,6	52,7	94,0	45,6	1,6	48,1	96,9	31,9	0,2	42,9	97,6
28,1	0,1	60,4	96,4	33,9	0,1	38,1	92,8	35,8	0,2	53,8	94,0	46,1	1,5	49,3	96,9	40,5	0,1	44,3	97,5
29,0	0,1	63,3	96,6	34,1	0,1	39,9	96,3	38,8	0,2	56,5	94,1	49,2	1,5	49,8	97,0	40,7	0,1	44,6	98,4
Варіант 6				Варіант 7				Варіант 8				Варіант 9				Варіант 10			
Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃
10,9	12,4	30,1	78,1	16,3	10,3	20,3	70,6	16,7	15,1	20,7	80,4	15,9	6,3	20,4	80,3	12,8	6,3	40,5	70,5
11,3	10,1	33,4	80,3	16,7	8,1	20,7	71,8	17,3	14,0	21,8	81,1	16,1	6,0	20,9	80,5	12,9	5,1	4,9	76,6
12,8	8,4	33,9	84,5	18,1	6,4	21,8	75,3	18,4	12,4	30,4	82,3	17,4	6,1	20,1	81,6	13,1	5,0	41,7	78,9
13,8	6,0	34,8	85,9	18,9	5,0	22,9	76,9	19,5	9,3	31,7	83,4	18,3	5,5	19,3	82,9	14,4	4,2	42,8	85,3
14,9	7,9	36,3	90,3	19,3	4,1	25,4	80,1	20,3	8,6	38,9	84,5	18,9	5,0	24,5	83,4	15,8	3,3	43,9	86,6
15,6	5,4	38,9	95,5	20,4	3,3	27,8	80,0	21,4	5,1	40,3	86,7	20,4	4,3	27,8	85,5	16,3	2,1	44	86,7
18,1	6,1	39,4	96,1	21,5	3,3	30,7	84,5	25,5	3,3	44,1	88,8	21,3	4,0	30,3	90,1	17,9	2,0	45,6	86,7
19,4	3,1	39,8	96,4	24,6	2,7	31,3	84,9	26,9	3,2	44,7	88,9	22,8	4,0	34,4	90,3	18,1	1,9	47,8	88,1
19	3,0	45,0	96,5	27,8	2,1	33,9	89,1	27,8	4,0	45,8	90,1	23,4	3,5	35,5	90,3	19,3	1,7	48,1	89,3
21,3	2,1	46,4	96,0	27,9	0,9	35,8	90,3	30,1	2,1	46,3	91,4	25,7	3,1	36,6	90,4	20,4	1,1	50,3	89,5
22,8	2,0	47,3	96,9	30,4	0,5	40,3	90,0	32,3	1,9	47,9	92,3	26,9	2,2	37,7	95,1	21,8	0,8	51,9	90,4
24,1	1,5	48,8	97,1	31,7	0,3	44,1	95,5	33,9	0,8	50,3	93,9	27,3	0,7	38,8	98,1	21,9	0,8	58,8	90,3
26,7	0,5	49,1	97,8	33,8	0,1	44,9	95,6	34,5	0,6	51,8	94,5	27,8	0,5	40,6	98,4	24,3	0,6	60,1	92,8
28,3	0,4	50,4	97,8	35,9	0,1	46,3	95,7	36,6	0,1	52,1	95,9	27,9	0,2	41,9	98,7	25,7	0,2	61,3	92,8
28,4	0,4	52,9	98,2	36,2	0,1	48,3	98,3	38,1	0,1	58,3	97,3	30,0	0,2	45,1	99,0	25,7	0,2	64,6	96,4

Варіант 11

Y	X ₁	X ₂	X ₃
10,4	12,7	30,9	60,9
11,5	11,8	31,3	65,1
12,7	10,3	32,8	70,4
13,8	9,1	33,9	74,3
14,3	9,0	34,5	78,7
14,9	8,5	36,0	84,9
15,1	7,4	40,1	85,5
16,3	7,0	45,8	86,6
17,9	6,3	46,7	87,0
18,4	5,1	45,7	87,0
20,1	4,2	48,8	89,1
24,3	4,0	49,3	89,4
25,5	2,1	50,1	89,7
26,9	1,5	52,4	89,7
26,3	1,5	55,0	97,2

Варіант 12

Y	X ₁	X ₂	X ₃
10,7	9,1	45,8	70,7
11,8	8,6	46,3	70,1
13,8	8,6	47,4	75,6
14,9	8,0	47,8	76,1
15,1	7,4	50,1	79,4
16,3	7,1	51,3	80,4
17,1	6,9	51,9	81,1
18,7	6,2	53,8	82,4
18,9	5,3	59,1	83,3
19,3	4,2	60,3	84,5
20,1	3,7	67,8	85,9
21,7	2,8	69,1	86,7
22,8	1,5	69,4	87,8
23,1	0,5	69,7	89,8
24,3	0,8	72,5	91,6

Варіант 13

Y	X ₁	X ₂	X ₃
15,6	12,3	40,5	80,3
15,8	10,1	41,9	81,9
16,3	8,7	42,3	88,0
16,9	6,5	44,9	86,4
20,1	3,1	50,1	88,0
21,3	2,0	53,9	86,9
24,9	2,1	55,8	88,1
25,8	1,5	56,6	88,3
26,9	1,4	57,8	89,5
27,3	0,9	59,1	90,4
30,4	0,8	60,4	92,3
31,3	0,4	61,3	94,7
33,9	0,4	62,2	95,7
34,5	0,2	64,0	95,7
36,3	0,2	67,9	96,8

Варіант 14

Y	X ₁	X ₂	X ₃
12,3	12,3	31,7	60,1
12,5	10,1	32,8	70,3
13,7	8,8	33	75,8
13,9	7,3	33,1	79,1
14,7	6,9	35,4	80,3
15,1	5,1	36,9	86,6
16,3	4,0	40,1	87,8
17,4	4,1	45,5	88,8
18,1	3,2	46,9	89,3
18,9	3,1	47,7	89,2
19,3	2,4	48,1	89,4
20,1	0,9	49,3	89,3
21,7	0,4	50,4	89,3
22,8	0,2	51,7	89,4
22,9	0,2	54,8	96,9

Варіант 15

Y	X ₁	X ₂	X ₃
12,3	6,3	40,4	30,4
12,9	6,0	41,9	31,3
13,4	6,0	43,0	32,8
14,7	5,8	44,7	33,1
15,1	5,3	49,8	33,1
16,9	5,1	50,3	33,0
17,3	5,0	51,4	39,4
18,7	4,1	55,6	40,7
19,8	3,2	57,8	45,8
20,1	2,7	60,3	46,9
24,4	1,9	61,4	47,8
25,9	1,3	60,0	49,1
26,1	0,8	61,9	49,4
28,8	0,6	62,1	49,7
28,5	0,6	62,35	53,5

Варіант 16

Y	X ₁	X ₂	X ₃
10,3	6,7	40,9	60,7
10,9	6,5	41,7	61,8
11,7	6,0	42,8	63,4
12,8	5,9	43,9	65,8
13,9	4,1	45,8	69,7
14,7	4,0	45,0	70,1
15,1	3,8	49,0	72,8
16,9	2,7	50,1	73,1
21,9	1,9	52,3	72,9
18,7	0,8	52,4	75,8
20,3	0,6	55,0	76,9
24,5	0,6	57,0	80,3
26,6	0,4	58,1	84,9
27,8	0,4	59,3	85,6
27,7	0,3	60,7	86,3

Варіант 17

Y	X ₁	X ₂	X ₃
15,1	10,7	30,1	69,1
15,0	8,1	31,7	70,3
15,6	8,0	32,8	75,8
15,9	6,7	33,4	78,9
16,1	6,6	34,9	80,1
16,3	7,0	35,8	88,9
17,8	6,5	36,9	88,9
17,0	6,0	37,8	89,1
17,9	5,1	40,1	90,4
18,4	4,3	42,8	90,5
18,0	2,8	43,9	91,6
18,9	1,9	45,5	91,8
19,3	0,7	46,0	92,0
20,1	0,6	47,9	93,1
20,0	0,5	48,9	98,8

Варіант 18

Y	X ₁	X ₂	X ₃
12,7	10	30,9	40,7
12,8	9,1	31,6	41,3
12,0	8,7	30,7	42,9
13,9	8,8	31,8	43,7
14,1	8,6	33,9	45,5
15,8	7,1	34,5	46,6
16,1	6,3	35,7	47,9
17,3	5,1	40,1	48,1
18,9	4,2	42,3	50,3
18,9	2,8	44,9	51,4
20,5	0,9	46,8	55,9
24,1	0,8	50,4	60,3
25,8	0,7	51,3	61,4
26,3	0,8	52,8	65,6
26,2	0,76	54,1	63,7

Варіант 19

Y	X ₁	X ₂	X ₃
20,8	5,1	30,7	60,9
21,9	5,0	31,8	61,7
21,9	4,9	32,8	62,8
23,4	4,9	32,0	63,1
25,7	3,1	32,9	64,1
26,8	3,0	34,5	65,5
27,1	2,8	36,6	66,7
28,1	2,1	38,9	68,1
30,3	1,8	40,5	69,3
31,4	0,9	42,4	70,1
32,9	0,9	47,0	72,8
34,5	0,7	17,1	74,0
37,8	0,6	47,9	75,0
40,4	0,6	52,1	76,0
39,4	0,53	44,9	76,9

Варіант 20

Y	X ₁	X ₂	X ₃
6,9	10,1	30,9	60,9
10,3	9,4	30,9	65,5
12,5	6,5	31,3	70,1
12,4	5,1	32,8	70,5
13,7	4,0	34,6	81,4
16,8	4,2	35,8	81,5
19,3	3,1	36,9	88,9
20,1	2,8	40,1	89,1
21,7	2,0	42,3	90,5
25,8	1,9	44,1	90,0
30,1	1,8	45,8	90,6
32,9	0,8	46,1	90,7
34,5	0,7	46,4	91,8
36,6	0,6	50,3	91,8
38,0	0,14	50,9	92,4

Закінчення дод. 2

Варіант 21				Варіант 22				Варіант 23				Варіант 24				Варіант 25			
Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃
19,8	10,5	40,9	81,3	5,6	7,9	30,1	60,9	15,6	9,1	30,7	70,8	10,7	6,1	20,7	60,3	10,1	6,7	50,1	61,7
20,3	9,4	41,3	82,8	5,6	7,8	33,0	61,3	15,8	9,0	31,8	71,3	10,0	6,0	20,1	60,9	10,0	5,1	51,1	60,1
21,4	8,3	44,9	84,9	5,8	7,6	31,7	62,7	16,1	7,1	32,7	74,9	10,9	7,0	27,8	61,7	10,7	6,9	51,3	62,8
22,9	6,1	45,6	85,6	5,9	6,1	32,8	62,8	18,4	7,0	33,9	75,6	11,5	6,3	27,9	68,1	11,3	6,9	50,4	63,1
24,6	5,4	16,9	90,1	6,7	6,0	33,4	64,7	18,0	6,8	34,5	77,8	11,9	5,8	30,1	69,3	11,8	5,4	51,7	64,7
27,8	2,2	17,3	95,3	7,9	5,8	33,9	65,8	19,1	6,3	36,7	79,3	11,0	5,7	35,5	70,1	12,4	7,1	52,3	65,8
29,3	2,0	48,8	96,6	8,3	5,5	33,9	69,3	20,3	6,3	40,1	80,5	13,0	6,0	36,1	70,0	15,7	6,3	53,8	66,0
30,1	1,9	49,5	96,7	8,7	5,4	34,1	70,4	21,7	6,0	42,3	81,9	13,7	5,4	36,7	71,1	15,8	6,5	54,1	67,1
33,4	0,7	50,1	96,7	10,1	4,1	35,7	70,5	29,8	6,1	44,8	84,7	14,1	5,1	37,8	68,9	16,1	6,1	55,0	69,3
35,8	0,6	52,4	96,0	15,4	4,0	36,8	71,9	30,3	5,8	45,9	88,1	14,8	5,0	40,1	70,1	16,0	5,8	55,0	68,1
36,6	0,4	53,9	96,8	16,3	3,1	37,7	79,7	30,1	5,4	47,8	88,0	15,1	4,5	40,0	75,6	17,1	5,7	56,1	69,4
37,7	0,4	54,6	96,8	17,8	3,7	40,1	85,3	30,4	3,1	50,3	89,5	16,3	3,0	40,5	79,8	17,8	5,6	57,8	69,8
38,8	0,2	54,9	96,9	19,1	3,2	40,3	86,9	31,2	2,0	51,4	89,0	17,7	2,1	41,9	81,3	17,8	5,1	57,9	68,8
38,1	0,2	56,1	96,9	20,3	2,5	40,3	90,1	32,3	1,9	55,8	89,1	18,1	1,7	43,7	88,1	19,0	5,0	58,0	70,1
42,2	0,2	57,4	96,9	20,3	2,1	40,9	88,6	34,9	2,1	55,8	93,3	18,1	2,4	47,3	84,3	19,9	5,3	58,8	71,8

Варіант 26				Варіант 27				Варіант 28				Варіант 29				Варіант 30			
Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁	X ₂	X ₃
12,9	3,3	40,4	60,7	15,4	7,7	60,7	30,1	19,1	7,3	48,7	40,7	18,1	4,5	20,5	69,1	13,1	8,3	55,8	60,7
12,0	3,0	45,6	65,1	15,6	7,0	60,6	30,3	19,3	7,0	47,6	45,3	18,0	4,0	21,6	70,5	13,4	8,0	56,1	65,1
12,7	3,1	47,8	65,1	16,1	7,9	61,3	35,7	19,0	7,1	49,1	50,1	17,6	4,1	21,8	75,8	13,0	8,7	57,1	69,9
13,4	3,1	47,0	65,0	17,3	7,1	62,7	37,9	19,4	6,9	49,8	52,2	18,4	4,6	21,3	79,1	12,8	8,1	60,3	70,4
14,7	2,8	48,1	67,8	17,5	6,8	64,1	38,1	20,5	6,5	50,3	53,1	19,1	3,7	22,8	80,3	14,5	7,5	61,4	75,8
15,1	2,5	49,4	67,0	18,1	5,3	65,1	40,3	21,6	5,5	51,7	54,7	19,9	3,1	23,0	81,4	14,8	6,5	62,5	79,6
15,8	2,3	49,0	69,1	18,6	5,1	66,3	41,4	22,8	5,7	52,8	54,8	20,1	3,0	24,0	82,2	15,1	6,0	70,4	80,1
16,3	2,1	49,5	70,3	18,9	4,2	37,8	45,5	23,7	5,0	53,4	54,8	20,3	2,8	25,6	85,0	15,4	5,9	71,7	85,4
17,4	2,0	50,1	71,4	20,3	2,0	69,1	46,6	24,1	4,1	54,1	56,1	21,4	2,5	25,0	85,4	15,9	5,4	73,7	86,7
18,1	1,5	50,0	72,5	21,4	1,9	70,5	47,8	25,6	3,1	55,0	57,9	22,5	2,0	27,8	86,3	16,3	5,1	73,7	89,9
19,3	1,4	51,3	73,6	25,4	1,7	70,6	49,0	27,1	3,3	56,1	58,7	23,4	1,9	29,1	87,9	17,4	4,3	75,8	90,1
20,7	1,2	54,0	74,7	24,3	1,4	71,8	50,1	28,3	2,1	57,3	60,3	25,1	0,9	30,5	88,1	18,1	2,1	76,7	90,3
21,9	1,0	54,3	75,8	24,7	1,2	72,3	51,3	29,1	2,1	58,4	60,3	26,3	0,7	31,3	89,3	19,0	2,0	77,9	90,3
23,4	0,9	55,0	76,3	25,8	1,2	74,1	52,7	30,4	1,9	58,1	61,4	28,0	0,7	32,7	90,3	19,3	1,5	78,1	90,3
23,0	0,6	55,7	77,9	26,4	0,9	72,5	55,8	30,6	1,2	59,4	64,2	26,9	0,4	32,6	93,7	19,4	1,4	82,9	98,1

П р и м і т к а: Y – продуктивність праці, тис.грн./чол.; X₁ – втрати робочого часу, тис.год./рік; X₂ – коефіцієнт використання потужностей, %; X₃ – рівня механізації і автоматизації виробництва, %.

Варіанти та вихідна інформація для виконання лабораторної роботи № 4

Кількість спостережень	Варіанти											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Y	Y	Y	Y	X ₁	X ₁	X ₁	X ₁	X ₂	X ₂	X ₂	X ₂
1	39,5	54,3	31,7	44,0	4,5	5,2	5,5	5,4	26	50	30	18
2	39,8	55,3	31,8	46,7	4,6	5,1	6,0	5,9	26	52	33	19
3	40,2	56,3	31,9	47,0	4,6	5,8	6,0	6,4	26	52	34	19
4	41,4	57,3	32,1	47,2	4,5	4,8	6,1	6,8	27	53	34	21
5	41,7	57,8	32,5	47,3	4,6	5,8	6,1	6,8	27	54	36	22
6	43,4	58,3	32,7	48,0	4,7	6,0	6,0	7,2	28	54	37	23
7	44,3	59,3	33,0	48,3	4,9	5,0	5,6	7,3	28	55	38	24
8	46,7	59,8	41,7	48,6	5,1	5,7	5,8	7,7	29	55	38	25
9	47,3	59,9	41,9	48,9	5,3	5,3	6,7	8,0	29	55	38	23
10	49,0	60,2	42,0	49,0	5,7	6,5	6,6	8,1	30	55	39	20
11	49,3	61,2	42,1	50,1	5,7	6,8	6,6	9,0	31	56	39	21
12	51,2	61,3	52,5	50,6	5,8	6,9	7,0	9,3	33	57	40	22
13	51,2	62,4	53,6	50,9	5,8	5,9	7,6	9,4	36	57	41	22
14	52,4	62,8	54,6	52,7	5,9	7,0	7,6	9,8	38	58	41	24
15	53,0	64,8	55,6	53,4	5,9	7,3	7,6	10,1	40	58	42	23

Примітка: Y – обсяг виробленої продукції, млн т; x₁ – вартість основних засобів, млн грн; x₂ – кількість працівників, чол.

Варіанти та вихідна інформація для виконання лабораторної роботи № 5

Кількість спостережень	Варіанти											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Y	Y	Y	Y	X ₁	X ₁	X ₁	X ₁	X ₂	X ₂	X ₂	X ₂
1	3,4	4,9	3,8	4,8	2,2	3,4	2,5	3,3	3,87	4,06	3,35	4,34
2	3,0	3,6	3,1	4,4	4,1	3,5	3,1	3,3	3,87	4,06	3,42	3,92
3	2,7	4,5	2,9	4,7	3,7	2,5	2,9	3,5	4,26	4,13	3,42	4,35
4	3,5	3,4	3,7	5,2	3,9	3,3	2,9	4,2	4,26	4,13	3,48	4,09
5	3,5	4,3	3,5	4,5	3,8	3,0	3,0	4,2	4,32	4,19	3,48	4,38
6	3,1	4,0	3,3	5,1	3,8	4,9	3,3	5,7	4,39	4,26	3,55	5,74
7	2,8	3,6	2,8	3,3	3,8	4,8	4,5	4,7	4,52	4,32	3,74	4,32
8	3,5	4,3	3,9	6,4	3,5	4,5	3,4	3,1	4,71	4,39	3,74	5,12
9	4,3	5,3	4,5	5,0	3,2	2,5	4,0	2,4	4,84	4,52	3,81	5,45
10	4,6	4,6	4,7	4,9	3,4	3,2	3,8	2,8	5,03	4,52	3,87	5,94
11	3,3	4,5	3,6	5,0	3,7	4,2	3,4	3,6	5,16	4,71	3,93	5,45
12	4,5	3,8	4,6	5,2	3,8	4,5	3,4	3,5	5,35	4,84	4,13	5,84
13	4,7	5,0	4,9	5,3	3,0	4,3	3,7	3,6	5,48	5,16	4,19	5,49
14	3,5	4,8	3,5	5,5	3,4	4,2	4,1	3,7	5,55	5,16	4,52	6,27
15	4,3	5,0	4,5	5,7	3,2	4,2	2,7	3,5	5,68	5,16	4,71	5,98

Примітка: Y – обсяг реалізації пива, млн дал; x₁ – ціна за 1 дал пива, грн; x₂ – доход на душу населення, тис. грн.

Варіанти та вихідна інформація для виконання лабораторної роботи № 6

Кількість спостережень	Варіанти											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Y	Y	Y	Y	X ₁	X ₁	X ₁	X ₁	X ₂	X ₂	X ₂	X ₂
1	3,56	3,71	3,38	6,07	1,3	1,8	1,2	1,2	1,47	0,6	0,87	1,41
2	3,80	4,72	4,34	6,10	1,3	1,5	1,2	1	1,2	0,6	0,87	1,41
3	3,81	5,00	5,42	6,22	1,6	1,8	1,3	0,9	1,14	0,5	0,84	1,38
4	5,30	5,67	5,63	6,83	1,7	1,8	1,6	1,2	1,08	0,5	0,75	1,35
5	5,58	6,03	6,21	6,94	1,7	2,1	1,6	1,3	1,05	0,63	0,84	1,4
6	5,65	6,74	6,36	6,60	1,8	2,0	1,6	1,4	0,9	0,69	0,81	1,3
7	5,80	6,85	6,62	6,90	1,8	1,7	1,7	1,5	0,84	0,63	0,72	1,23
8	6,30	7,29	7,77	7,10	1,9	2,1	1,7	1,6	0,78	0,6	0,69	1,17
9	6,55	8,23	7,81	7,70	1,9	2,0	1,5	1,2	0,75	0,4	0,63	1,11
10	7,05	8,38	8,48	7,60	1,9	1,7	1,5	1,1	0,63	0,57	0,585	1,05
11	7,55	8,86	9,23	7,90	1,9	1,9	0,9	1,1	0,58	0,51	0,45	1,02
12	8,05	9,66	9,58	7,75	2,0	2,1	1,5	1,2	0,57	0,45	0,45	0,99
13	8,55	10,17	9,91	8,33	2,1	2,1	1,3	1	0,57	0,56	0,57	1,035
14	9,05	10,65	10,64	8,48	2,1	2,4	1,5	2	0,54	0,53	0,51	1,02
15	9,55	11,05	10,81	9,44	2,1	2,5	1,9	1,9	0,51	0,54	0,54	0,99

Примітка: Y – кількість молочної продукції, запропонованої на ринку виробниками, тис. грн; x₁ – ціна за 1 л молока, грн; x₂ – витрати на податки, тис. грн.

Варіанти та вихідна інформація для виконання лабораторної роботи № 7

Кількість спостережень	Варіанти											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Y	Y	Y	X ₁	X ₁	X ₁	X ₂	X ₂	X ₂	X ₃	X ₃	X ₃
1	300,7	303,0	301,1	20,5	21,1	23,1	90,0	90,8	90,3	5,6	5,8	5,7
2	301,0	303,1	301,8	21,9	24,2	25,0	90,2	93,0	92,6	5,8	6,0	5,8
3	303,2	303,5	304,4	22,1	25,9	27,0	90,3	94,2	93,5	6,0	6,1	5,8
4	305,2	305,4	304,9	22,2	26,6	28,7	90,8	94,6	93,8	6,1	6,1	5,9
5	305,9	306,0	305,4	22,6	26,7	29,8	92,4	97,2	95,2	6,2	6,3	5,9
6	306,1	307,8	305,8	23,6	27,1	30,3	94,0	97,3	97,9	6,3	6,6	6,0
7	306,9	308,0	306,7	24,2	28,1	30,3	95,1	99,1	98,3	6,6	6,6	6,1
8	307,7	309,0	309,1	24,5	28,6	30,4	98,4	99,9	99,0	6,7	8,8	8,3
9	310,0	393,9	393,1	27,5	29,2	30,5	99,4	101,5	101,1	6,8	8,9	8,4
10	394,9	395,3	395,7	28,5	29,6	30,8	101,4	101,7	101,8	7,2	9,2	8,4
11	397,6	397,5	398,1	28,6	30,4	32,0	104,4	103,1	102,2	7,9	9,3	8,5
12	398,3	397,7	399,2	29,8	31,4	33,9	104,5	104,2	103,0	8,1	9,3	8,5
13	400,7	398,2	399,5	30,3	31,4	36,2	104,7	108,6	104,3	8,3	9,3	8,7
14	401,0	400,6	400,2	35,6	33,6	38,1	106,4	109,4	110,0	8,6	9,4	9,2
15	401,8	403,1	401,8	38,1	34,8	39,5	110,0	114,7	118,4	8,7	9,5	9,2

Примітка: Y – чистий дохід підприємства, тис. грн; x₁ – продуктивність праці, тис. грн/чол.; x₂ – кількість працівників, чол.; x₃ – фондівіддача, грн/грн.

Додаток 7

Табличні значення критерію Фішера

Число ступенів вільності f_2	Число ступенів вільності f_1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
<i>F-розподіл, 5 %-ї точки ($F^{0,95}$)</i>																			
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18,5	9,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,74	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,5	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	3,97	3,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,3	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,64	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,82	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	3,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,9	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,4	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,01	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

F-розподіл, 1 %-ї точки ($F^{0,99}$)

1	4,052	5,000	5,403	5,625	5,764	5,859	5,928	5,982	6,023	6,056	6,106	6,157	6,209	6,235	6,261	6,287	6,313	6,339	6,366
2	98,5	99,0	99,2	99,2	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5
3	31,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	72,1	26,9	26,7	26,6	26,5	26,4	26,3	26,2	26,1
4	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,5	14,4	14,2	14,0	13,9	13,8	13,7	13,7	13,6	13,5
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,89	9,72	9,55	9,47	9,38	9,29	9,20	9,11	9,02
6	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,72	7,56	7,40	7,31	7,23	7,14	7,06	6,97	6,88
7	12,2	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,47	6,31	6,16	6,07	5,99	5,91	5,82	5,74	4,64
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,67	5,52	5,36	5,28	5,20	5,12	5,03	4,95	4,86
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	5,11	4,96	4,81	4,73	4,65	4,57	4,48	4,40	4,31
10	10,0	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,71	4,56	4,41	4,33	4,25	4,17	4,08	4,00	3,91
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,40	4,25	4,10	4,02	3,94	3,86	3,78	3,69	3,60
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,16	4,01	3,86	3,78	3,70	3,62	3,54	3,45	3,36
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,96	3,82	3,66	3,59	3,51	3,43	3,34	3,25	3,17
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,70	4,46	4,28	4,13	4,03	3,94	3,80	3,66	3,51	3,43	3,35	3,27	3,18	3,09	3,00
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,67	3,52	3,37	3,29	3,21	3,13	3,05	2,96	2,87
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,55	3,41	3,26	3,18	3,10	3,02	2,93	2,84	2,75
17	8,40	6,11	5,19	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,46	3,31	3,16	3,08	3,00	2,92	2,83	2,75	2,65
18	8,29	6,01	5,19	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,37	3,23	3,08	3,00	2,92	2,84	2,75	2,66	2,57
19	8,19	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,30	3,15	3,00	2,92	2,84	2,76	2,67	2,58	2,45
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,23	3,09	2,94	2,86	2,78	2,69	2,61	2,52	2,42
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31	3,17	3,03	2,88	2,80	2,72	2,64	2,55	2,46	2,36
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,12	2,98	2,83	2,75	2,67	2,58	2,50	2,40	2,31
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,07	2,93	2,78	2,70	2,62	2,54	2,45	2,35	2,26
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	3,03	2,89	2,74	2,66	2,58	2,49	2,40	2,31	2,21
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	2,99	2,85	2,70	2,62	2,53	2,45	2,36	2,27	2,17
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,84	2,70	2,55	2,47	2,39	2,30	2,21	2,11	2,01
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,66	2,52	2,37	2,29	2,20	2,11	2,02	1,92	1,80
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,50	2,35	2,20	2,12	2,03	1,94	1,84	1,73	1,60
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56	2,47	2,34	2,19	2,03	1,95	1,86	1,76	1,66	1,53	1,38
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,18	2,04	1,88	1,79	1,70	1,59	1,47	1,32	1,00

Додаток 8

t – розподіл Стюдента [критичні значення $t(\alpha, k)$]

Тести	Рівень значущості α (у процентах)							
	50%	20%	10%	5%	2%	1%	0,2%	0,1%
Двосторонній	50%	20%	10%	5%	2%	1%	0,2%	0,1%
Односторонній	25%	10%	5%	2,5%	1%	0,5%	0,1%	0,05%
k								
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,31	636,62
2	0,861	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327	31,598
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,214	12,924
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,043
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
120	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,160	3,373
∞	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

Додаток 9

χ^2 - розподіл

(критичні значення χ^2 для рівня значущості α та k ступенів вільності)

k	Рівень значущості α (у процентах)						
	0,1%	1%	2,5%	5%	9,5%	97,5%	99%
1	10,8	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,001	0,0002
2	13,86	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,02
3	16,2	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	18,5	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	20,5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	22,5	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	24,3	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,2
8	26,1	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,7
9	27,9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,1
10	29,6	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,6
11	31,3	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,1
12	32,9	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,6
13	34,5	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,1
14	36,1	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,7
15	37,7	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,2
16	39,3	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,8
17	40,8	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,4
18	42,3	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,0
19	43,8	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,6
20	45,3	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,3
21	46,8	38,9	35,5	32,4	11,6	10,3	8,9
22	48,3	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,5
23	49,7	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	51,2	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	52,6	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	54,1	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	55,5	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	56,9	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	58,3	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	59,7	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Основні вбудовані функції системи Excel

(знаходяться у "майстрі функцій f ")

1. Математичні функції

КОРЕНЬ(.) – знаходить корінь квадратний із числа.

НАКЛОН(.,.) – знаходить наклон лінії простої лінійної регресії. Вхідними даними є масиви даних Y та X, а вихідним параметром – параметр b^* нашої регресійної прямої $Y = a^* + b^*X$.

ОТРЕЗОК(. , .) – знаходить відрізок, що відсікає на вісі OY лінія простої лінійної регресії. Вхідними даними є масиви даних Y та X, а вихідним параметром – параметр a^* нашої регресійної прямої $Y = a^* + b^*X$.

СУММ(.) – знаходить суму всіх чисел указанного масиву (наприклад, стовпчика).

СУММКВ(.) – знаходить суму квадратів усіх чисел указанного масиву.

МУМНОЖ(. , .) – знаходить добуток матриць. Для цього треба:

- 1) відмітити поле, де буде знаходитись результат добутку матриць;
- 2) увійти у "майстер функцій f". У категоріях вибираємо "математичні", а в функціях – МУМНОЖ. Вводимо адреси матриць, добуток яких знаходимо;
- 3) для того, щоб отримати на екрані значення добутку матриць, натискаємо спершу клавішу **F2**, а потім **Ctrl+Shift+Enter**.

МОБР(.) – знаходить матрицю, обернену до квадратної матриці. Процедура знаходження оберненої матриці аналогічна процедурі МУМНОЖ.

LN(.) – знаходить натуральний логарифм числа.

2. Категорія «Ссылки и массивы»

ТРАНСП (.) – повертає транспоновану матрицю.

3. Статистичні функції

СРЗНАЧ(. ; .; ...) – функція обчислення середнього арифметичного.

ФРАСПОБР(α , k_1 , k_2) Вхідними параметрами є рівень значущості α і ступені вільності k_1 і k_2 , а вихідним параметром $F_{\text{крит}}$ – критичне значення розподілу Фішера–Снедекора з ступенями вільності k_1 і k_2 .

СТЬЮДРАСПОБР(.,.) Вхідними параметрами є рівень значущості α і ступені вільності $n-k$, а вихідним параметром $t_{\text{крит}}$ – критичне значення розподілу Стьюдента.

ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. *Грубер Й.* Эконометрия: Введение в эконометрию: Учеб. пособие. – К.: Астарта, 1996. – 398 с.
2. *Лещинський О.Л., Рязанцева В.В., Юнькова О.О.* Эконометрія: Навч. посіб для студ. вищ. навч. закл. – К.: МАУП, 2003. – 208 с.
3. *Лугінін О.Є, Білоусова С.В., Білоусов О.М.* Эконометрія: Навч. посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 254 с.
4. *Лук'яненко І., Краснікова Л.* Эконометрика. – К.: Знання, 1998. – 493 с.
5. *Наконечний С.І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П.* Эконометрія: Підручник. – К.: КНЕУ, 2004. – 520 с.
6. *Толбатов Ю.А.* Эконометрика: Підруч. – К.: Четверта Хвиля, 1997. – 319 с.

Додаткова

7. *Барковський В., Барковська Н., Лопатін О.* Математика для економістів. – К.: Національна академія управління, 1999.– 400 с. – Т.1,2 (Сер. навч. літ-ри „Економіст”).
8. *Винн Р., Холден К.* Введение в прикладной эконометрический анализ. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 294 с.
9. *Джонстон Д.* Эконометрические методы: Пер. с англ. – М.: Статистика, 1980. – 444 с.
9. *Математическая экономика на персональном компьютере/* Под ред. М. Кубонива. – М.: Финансы и статистика, 1991. – 304 с.
10. *Назаренко О.М.* Основи економетрики. Підручник. – К.: Центр навч. Літератури, 2004. – 392 с.
11. *Наконечний С.І., Терещенко Т.О.,* Эконометрія: Навч.методичний посібник. Для самостійного вивчення дисципліни. – К.: КНЕУ, 2001. – 192 с.
12. *Тинтнер Г.* Введение в эконометрию. – М.: Статистика, 1984. – 304 с.

ГЛОСАРІЙ

Система (у перекладі з грецької - ціле, зіставлене з частин) – це множина взаємозв'язаних елементів, які складають певну єдність.

Модель – наближене чи спрощене відтворення найважливіших сторін, особливостей і характеристик систем, явищ і процесів, що вивчаються.

Моделювання – процес побудови, реалізації та дослідження моделі, який здатний замінити реальну систему та дати інформацію про неї.

Математична модель – система математичних і логічних співвідношень, які описують структуру та функції реальної системи.

Економіко-математична модель включає в себе систему рівнянь та нерівностей математичного опису економічних процесів і явищ, які складаються з набору змінних і параметрів.

Економетрична модель – різновид економіко-математичної моделі, параметри якої оцінюються за допомогою методів математичної статистики

Економіко-математичні методи – узагальнена назва комплексу економіко-математичних підходів, об'єднаних для вивчення економіки та призначених для побудови, реалізації і дослідження економічних моделей.

Функціональний зв'язок – це такий зв'язок, при якому кожному значенню незалежної перемінної (аргументу) відповідає строго визначена величина залежної перемінної (функції).

Кореляційний зв'язок – неповний статистичним зв'язком. При кореляційній взаємодії на показник-функцію впливають не тільки фактори-аргументи, відібрані в процесі дослідження, але й безліч інших ознак, що не піддаються вивченню в силу недосконалості статистичного обліку.

Значимість зв'язку (істотність, або значущість) – оцінка відхилення вибірових змінних від своїх значень у генеральній сукупності спостережень за допомогою статистичних критеріїв (здійснюється за допомогою F–критерію Фішера).

Тіснота зв'язку (щільність) – оцінка впливу незалежної змінної (X) на залежну змінну (Y).

Ступінь вільності (ступень свободи) – число, яке показує, скільки незалежних елементів інформації із змінних Y_i ($i = 1 \dots n$) потрібно для розрахунку розглядаємої суми квадратів.

Специфікація моделі – аналітична форма моделі, яка складається з певного виду вибраної функції чи системи функцій для змінних.

Коефіцієнт детермінації – міра, якою варіація залежної змінної (результативного показника) Y визначається варіацією незалежної змінної (вхідного показника) X .

Коефіцієнт кореляції – кількісна оцінка зв'язку між незалежною та залежною змінними.

Гомоскедастичність – наявність сталої (постійної) дисперсії залишків.

Гетероскедастичність – дисперсія залишків змінюється для кожного спостереження або групи спостережень.

Мультиколінеарність – існування тісної лінійної залежності, або сильної кореляції, між двома або більше пояснювальними змінними.

Регресор – незалежна (пояснююча) змінна (x).

Регресанд – залежна (пояснювальна) змінна (Y).

Випадкова складова – відхилення (помилки) (u).

Апроксимація – наближення.

Детерміновані зв'язки – визначаються тотожностями і не містять невідомих параметрів.

Стохастичні зв'язки – випадкові зв'язки, які описуються регресивними рівняннями.

Емпіричне рівняння регресії – фактичне рівняння регресії.

Мультиплікативна модель – нелінійна відносно параметрів.

Навчальне видання

ЕКОНОМЕТРІЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до вивчення дисципліни, виконання
лабораторних та контрольних робіт
для студентів усіх економічних спеціальностей
заочної форми навчання**

Укладачі: Коннова Любов Олександрівна
Шаповал Олена Федорівна
Чорноус Людмила Василівна
Скопенко Наталія Степанівна

Редактор В.П.Оровецька
Комп'ютерна верстка

Підп. до друку р. Обл. - вид. арк. Наклад пр.
Вид. № . Безплатно. Зам. №

РВЦ НУХТ, 01033, Київ – 33, вул. Володимирська, 68

www.

Свідоцтво