

# МОДЕЛЬ ДУОПОЛІЇ КУРНО ЯК ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГРА

О. В. Голубенко

*Національний університет харчових технологій*

Будь-яка діяльність людини завжди була спрямована на певний результат. Але людина – частина суспільства, тому часто її прагнення нашкоджуються на протидію з боку певних факторів: іншої людини чи групи людей, природи тощо. Така конфліктність ситуацій притаманна багатьом процесам з життя людини. Прийняття рішень може ускладнитись ще й тим, що не завжди людина знає наміри супротивника. Оптимальність вибору поведінки (найкращий результат діяльності для обох сторін) являється критерієм розв'язання конфлікту.

Найбільш значущими на сьогоднішній день являються дослідження інформаційних процесів у взаємодії складних систем, основною характеристикою яких є конфліктний характер прийняття рішень. Прикладами таких систем можуть бути: в економіці – підприємства, галузі; в екології – складові біоценозу; в соціології – групи людей, колективи; у військовій справі - армії. Особливістю функціонування таких систем є наявність неконтрольованих факторів. В теорії ігор розробляються методи розв'язання конфліктів в умовах невизначеності, мета яких – оптимальність результату для обох сторін.

Оптимальні рішення в математичному моделюванні пропонувались ще у XVIII ст.. Задачі виробництва і ціноутворення в умовах олігополії розглядались в XIX ст. А. Курно і Ж.Бертраном. На початку XX ст. Е.Ласкер, Е.Цермело, Э.Борель пропонують ідею математичної теорії конфлікту інтересів. Теорія диференціальних ігор викристалізувалась як розділ дослідження операцій вже у XX сторіччі. Науковці, які займались проблематикою диференціальних ігор, розглядали задачі в різних розрізах: Джон фон Нейман, Оскар Моргенштерн, Джон Неш, Руфус Айзекс, Лев Семенович Понтрягін, Леон Аганесович Петросян, Микола Миколайович Красовський.

Розглянемо дуополію Курно як диференціальну гру. Основні положення:

- 1) на ринку діють дві фірми, які випускають однакову продукцію;
- 2) ринок закритий;

3) фірми максимізують прибуток.

Прибуток  $i$ -ї фірми складе  $V_i = q_i \cdot P(q_1, q_2) - c_i(q_i), i = \{1, 2\}$ , де  $P(q_1, q_2) = a - b(q_1 + q_2)$  - спадна функція попиту на ринку,  $c_i = cq_i + d$  - загальні витрати, причому  $c$  - граничні витрати,  $d$  - постійні.

Гравцями виступають фірми 1 і 2; стратегії гри – випуск продукції  $q_1, q_2$ ; платою є прибуток  $V_i$ . Знайдемо розв'язок задачі в програмних стратегіях за принципом максимуму Понтрягіна.

Умовою оптимальності є система диференціальних рівнянь:

$\frac{\partial V_i}{\partial q_i} = 0, i = \{1, 2\}$ . Розв'яжемо її, підставивши дані.

$$\begin{cases} \frac{\partial V_1}{\partial q_1} = \frac{\partial}{\partial q_1}(q_1 \cdot (a - b(q_1 + q_2)) - cq_1 - d) = 0 \\ \frac{\partial V_2}{\partial q_2} = \frac{\partial}{\partial q_2}(q_2 \cdot (a - b(q_1 + q_2)) - cq_2 - d) = 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \frac{\partial V_1}{\partial q_1} = a - b(q_1 + q_2) - bq_1 - b \cdot \frac{\partial q_2}{\partial q_1} \cdot q_1 - c = 0 \\ \frac{\partial V_2}{\partial q_2} = a - b(q_1 + q_2) - bq_2 - b \cdot \frac{\partial q_1}{\partial q_2} \cdot q_2 - c = 0 \end{cases},$$

Оскільки зміна обсягу випуску продукції не впливає на рішення конкурента, то  $\frac{\partial q_i}{\partial q_j} = 0, i \neq j$ . Маємо симетричну систему відносно  $q_1, q_2$ :

$$\begin{cases} a - b(q_1 + q_2) - bq_1 - c = 0 \\ a - b(q_1 + q_2) - bq_2 - c = 0 \end{cases}.$$

Розв'язавши систему, маємо розв'язок  $\bar{q}_1 = \bar{q}_2 = \frac{a-c}{3b}$  - оптимальний випуск продукції, при якому прибуток максимізується.

Підставивши  $\bar{q}_1, \bar{q}_2$  в вираз для плати (прибутку), маємо:

$$V(\bar{q}_1, \bar{q}_2) = V(\bar{q}) = (a - 2b\bar{q}) \cdot \bar{q} - c\bar{q} - d.$$

**Науковий керівник: А.М. Чубенко**