МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ ОСВІТИ

Н.С.Скопенко, А.О. Бовкун, О.Я. Петренко

ОПТИМІЗАЦІЯ ЕКОНОМІЧНИХ РІШЕНЬ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Київ 2007

Оптимізація економічних рішень: Навчальний посібник/Уклад.: Н.С.Скопенко, А.О. Бовкун, А.Я. Петренко – К.: ІПДО НУХТ, 200. – 80 с.

Рецензент: **Л.В.Мазник,** канд. екон. наук

Н.С.Скопенко к.е. н, А.О. Бовкун к.т.н., О.Я. Петренко к.т.н

Оптимізація економічних рішень: Навчальний посібник. – К.: НУХТ, ІПДО, 2008. – 80 с.

В навчальному посібнику розглянуто способи і методи обґрунтування прийняття оптимальних рішень в економіці, інструментарій побудови моделей, пояснення та прогнозування розвитку економічних процесів, а також практичне використання цих моделей.

Навчальний посібник призначений для викладачів, аспірантів, студентів, слухачів курсів підвищення кваліфікації, широкого кола фахівців. Обсяг навчально-практичного матеріалу посібника дозволяє сформувати практичні навички оптимізації економічних рішень.

ЗМІСТ

Вступ…….. **3**
Теоретичні основи оптимізації економічних рішень…… **5**
Перелік тем лабораторних занятть…….. **8**
Лабораторна робота № 1
Оптимізація виробничої програми карамельного цеху
(асортиментна задача) …….. **9**
Лабораторна робота № 2
Оптимізація виробничої програми на макаронній фабриці…….. **32**
Лабораторна робота № 3
Оптимізація виробничої програми шоколадного цеху…… **43**
Лабораторна робота № 4
Оптимізація виробничої програми молочного заводу…….. **58**
Лабораторна робота № 5
Оптимізація виробничої програми ковбасного виробництва…….. **62**
Лабораторна робота № 6
Транспортна задача…….. **67**
Лабораторна робота № 7
Задачі оптимального використання потужностей……. **77**
Лабораторна робота № 8
Задачі оптимального використання ресурсів…….. **82**
Література……. **91**

ВСТУП

В ринкових умовах господарювання посилюється конкуренція як основний механізм регулювання господарського процесу. Конкурентоспроможність будь-якого суб'єкта господарювання може забезпечити лише високопрофесійне управління всіма сферами його діяльності, яке засноване на вмінні швидко проаналізувати наявну ситуацію і знайти оптимальне економічне рішення. Пошук найкращого економічного рішення повинен базуватися на фундаментальних теоретичних знаннях методології та практичних навичках з теорії та методики прийняття оптимальних економічних рішень.

Предметом дисципліни «Оптимізація економічних рішень» є способи, методи і системи обґрунтування прийняття оптимальних рішень в економіці, вивчення інструментарію побудови моделей, пояснення та прогнозування розвитку економічних процесів, а також практика використання цих моделей.

Мета дисципліни – набуття фундаментальних теоретичних знань і практичних навиків щодо оволодіння методами пошуку оптимального рішення чи способу дій у заданих економічних умовах, а також методами розроблення і застосування комп'ютерних технологій для прийняття оптимальних рішень з економічних питань; мати навички використання оптимізаційних моделей в економічній практиці та дослідженнях.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ОПТИМІЗАЦІЇ ЕКОНОМІЧНИХ РІШЕНЬ

При прийнятті рішень в практиці управління постає питання про задачу прийняття рішень.

Задача прийняття рішень спрямована на визначення найкращого (оптимального) або сприятливого способу дій для досягнення однієї або декількох цілей. Під ціллю розуміється в широкому смислі ідеальне уявлення бажаного стану чи результату діяльності. Бажаний стан чи результат для особи, що приймає рішення, може означати прибуток фірми, заволодіння долею ринку, подолання конкурентної боротьби, зниження собівартості продукції тощо.

Для кращого розуміння термінології слід вказати різницю понять моделі та методу прийняття рішень. **Модель** – це все те, що образно представляє якийсь об'єкт чи процес і використовується для аналізу або вивчення цього об'єкту чи процесу. Наприклад: цільова функція – модель якогось економічного процесу. **Метод** – це всі ті дії, які при вивченні моделі застосовує людина для досягнення якогось результату.

Методи прийняття рішень різноманітні за своїм змістом, сферами застосування, за рівнем теоретичної розробки, ступеню практичної придатності і ефективності використання в реальних умовах.

Із різноманітних методів прийняття економічних рішень можна виділити найбільш поширені:

- математичне програмування;
- теорія ігор;
- теорія статистичних рішень;
- теорія масового обслуговування;
- метод причинно-наслідкового аналізу;
- використання моделі "дерево рішень".

Математичне програмування представляє собою теоретичні принципи і аналітичні методи вирішення задач, в яких відбувається пошук екстремуму (мінімум або максимум) певної функції при наявності обмежень, що накладаються на невідомі. Особливе місце в математичному програмуванні займає лінійне програмування, яке найбільш розроблене і широко застосовується на практиці. Лінійне програмування включає аналітичні методи розв'язку таких задач, в яких цільова функція і обмеження виражені в лінійній формі, тобто невідомі які входять до цільової функції і обмеження мають перший ступінь. Задачі, в яких відшуковуються максимальне і мінімальне значення лінійної функції при лінійних обмеженнях, називаються *задачами лінійного програмування*.

Теорія ігор, вивчає кількісні закономірності в конфліктних ситуаціях. Основною метою теорії ігор є вироблення або кількісне обґрунтування рекомендацій з вибору найбільш раціонального рішення в конфліктних ситуаціях. В економічних дослідженнях конфліктними ситуаціями називаються такі ситуації коли виникає необхідність вибору раціонального рішення із двох або більше взаємовиключних варіантів.

Теорія статистичних рішень, яка використовує методи вивчення процесів і явищ, які дуже піддаються дії випадкових, невизначених факторів, основу даної теорії складає теорія ймовірності.

Теорія масового обслуговування, вивчає закономірності процесів масового обслуговування і на їх основі розробляє ефективні методи управління системами обслуговування. Методи теорії масового обслуговування дозволяють раціонально організувати процес обслуговування і забезпечити найбільш ефективне функціонування системи масового обслуговування (скорочення часу очікування обслуговування, зниження витрат на обслуговування).

Основу теорії масового обслуговування складають теорія ймовірності і математична статистика.

Метод причинно-наслідкового аналізу передбачає використання схеми за якою необхідно виділити симптоми, причини і наслідки, що допоможе розглянути проблему з середини.

Модель "дерево рішень" базується на побудові схеми, яка має вигляд дерева з гілками і листочками, біля них якщо необхідно вказується математичний цифровий опис проблеми і розраховуються найкращі варіанти.

Лінійне програмування об'єднує теорію і методи вирішення вказаного класу задач, в яких визначається сукупність значень змінних величин, які задовольняють заданим лінійним обмеженням і максимізуюча (або мінімізуюча) деяку лінійну функцію. Найбільш поширений метод який використовується для вирішення подібних задач є симплекс-метод, який дозволяє відштовхуючись від вихідного варіанта вирішення задач, за певну кількість кроків отримати оптимальний варіант. Кожний з цих кроків (ітерацій) полягає в знаходженні нового варіанту, якому відповідає найбільше (при вирішенні задач на максимум) або найменше (при вирішенні задач на мінімум) значення лінійної функції, ніж значення цієї ж функції в попередньому варіанті. Процес повторюється поки не буде отримано оптимальний варіант розв'язку, яке має екстремальне значення.

Таким чином, можна вважати, що оптимальним є план, який забезпечує максимальний виробничій ефект при заданому обсязі матеріальних, сировинних, трудових ресурсів. Максимальний виробничий ефект визначається критерієм оптимізації, який і визначає цільову функцію.

Пошук оптимального плану серед множини допустимих варіантів представляє собою розрахункову математичну задачу оптимізації асортименту за обраним критерієм. В загальному вигляді будь-яка оптимізаційна задача формується так: потрібно мінімізувати або максимізувати цільову функцію, на змінені якої накладені обмеження.

Основні етапи постановки і рішення задачі оптимізації:

1. Побудова економіко-математичної моделі:
   - збір інформації, підготовка її для побудови моделі;
   - вибір критерію оптимізації;
   - вибір обмежень і побудова їх в загальному вигляді;
   - аналітичний і табличний вигляд моделі з реальними

- коефіцієнтами.

2. Знаходження оптимального рішення задачі.
3. Аналіз результатів рішення і практичні рекомендації.

В оптимальному плані випуску продукції вибір критерію оптимізації здійснюється відповідно з метою вирішення задачі. Критерієм оптимізації можуть бути різні вартісні і натуральні показники. Крім функції мети, в моделі використовуються обмеження, так як ресурси, якими володіє підприємство, в більшості випадків обмежені, а також асортиментний випуск повинен розраховуватися з урахуванням попиту на продукцію. Обмеження обираються в залежності від ресурсів, які використовуються для випуску виробничої програми підприємства.

Задачами лінійного програмування являються такі оптимізаційні задачі, в котрих цільова функція і функціональні обмеження – лінійні функції, що приймають будь-які значення з деякої множини значень. Стандартна задача лінійного програмування записується у вигляді:

$$F(x)=\sum_{i=1}^{k} c_i\, x_i \rightarrow \max$$

$$\sum_{i=1}^{k} a_{ji} x_i \le b_j,\ j=1,..,m; \qquad (I)$$

$$x_i \ge 0, i=1,..,k.$$

де Сі - ефективність (ціна або прибуток, тоді функція цілі максимізується) виробництва одиниці продукції і-того виду;

хі - обсяг виробництва j-того виду продукції;

аіj - норма використання j -того виду ресурсу на одиницю і -того виду продукції;

Вj - обсяг запасів j -того виду ресурсу.

Для задач лінійного програмування розроблені багаточисельні ефективні методи вирішення і відповідне математичне забезпечення для різноманітних ситуацій. Для розв’язку задач лінійного програмування використовується декілька методів, серед яких найбільш розповсюдженими є симплекс-метод (складається симплекс-таблиця, в якій за допомогою ітерацій знаходиться оптимальне значення цільової функції) та графічний метод.

Ефективність виробничої і господарської діяльності промислових підприємств оцінюється за допомогою систем економічних показників (обсяг продукції у натуральному і вартісному виразі, витрати на виробництво продукції, рентабельність продукції, прибуток, витрати на 1 грн).

Найбільш типовими задачами, для вирішення яких використовують симплекс-метод, є: оптимальне планування на підприємствах **(**планування асортиментного випуску продукції), оптимальний набір вихідної сировини, ефективне використання сировинних, матеріальних, трудових, фінансових і енергетичних ресурсів, задачі оптимизації організації виробництва (транспортна задача).

ПЕРЕЛІК ТЕМ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТТЬ

№ пор.	Теми лабораторних занять
1.	**Лабораторна робота № 1** Оптимізація виробничої програми карамельного цеху (асортиментна задача)
2.	**Лабораторна робота № 2** Оптимізація виробничої програми на макаронній фабриці
3.	**Лабораторна робота № 3** Оптимізація виробничої програми шоколадного цеху
4.	**Лабораторна робота № 4** Оптимізація виробничої програми молочного заводу
5.	**Лабораторна робота № 5** Оптимізація виробничої програми ковбасного виробництва
6.	**Лабораторна робота № 6** Транспортна задача.
7.	**Лабораторна робота № 7** Задачі оптимального використання потужностей
8.	**Лабораторна робота № 8** Задачі оптимального використання ресурсів

ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

Лабораторні роботи з дисципліни „Оптимізація економічних рішень”, що виконують слухачі, спрямовані на практичне засвоєння матеріалу. Завдання до лабораторних робіт дають можливість опанувати методи знаходження розв’язків задач лінійного програмування, розв’язування оптимізаційних задач за допомогою програм SIMPL.EXE та Microsoft Excel, набути практичних аналітичних навичок математичного моделювання економічних процесів, які є основою економічних досліджень.

Тема: «Оптимальне планування на підприємствах харчової промисловості»

Лабораторна робота № 1

«Розрахунок оптимальної виробничої програми карамельного цеху»

Задача. У карамельному цеху випускають декілька видів продукції. Продуктивність ліній визначається по варочному апарату Кількість варильних апаратів – 2.

Задано: річна продуктивність апаратів по карамелі (табл. 1.1), попит (табл. 1.2.), оптова ціна, собівартість продукції (табл.1.3) обсяг необхідних ресурсів (табл. 1.4).

Потрібно:

1. Розрахувати обсяг ресурсів на свій асортимент.
2. Побудувати модель оптимального річного плану підприємства у загальному вигляді по критерію оптимізації **– максимальний прибуток**.
3. За допомогою отриманих нерівностей чи рівнянь побудувати та записати матрицю коефіцієнтів і функцію цілі.
4. Вирішити задачу за допомогою функції "Поиск решения" табличного процесора Micrisoft Excel.
5. Заповнити вихідну таблицю та дати економічний аналіз.

Таблиця 1.1.

Продуктивність ліній (т/рік)	
Лінія 1	Лінія 2
1075	1075
1075	1000
1000	800
800	2150
1075	800
1075	2150
1000	2150
800	1075
800	1075
2150	1000

Таблиця 1.2.

Обмеження по попиту (т/рік)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
max	89	110	80	99	102	99	104	105	114
min	59	71	51	80	67	74	66	67	72

Таблиця 1.3.

Вихідні дані для побудови робочої моделі

Показники	Один. виміру	***Вид карамелі***								
		Апельсин	Фрукт.-ягідний дисерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина
1.Шукаємий випуск продукції	т	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
2.Базовий випуск	т	73,1	90,17	70,4	87,2	82,03	90,1	89,1	82,1	84,3
3.Оптова ціна	грн.	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,67	1815	2178	2136
4. Собівартість 1 т	грн.	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,63

Таблиця 1.4.

Потреба у сировині, кг/т карамелі

Показники	***Вид карамелі***									Ціна 1 т сировини, грн.
	Апельсин	Фрукт.-ягідний дисерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	
Цукор-пісок	633,72	637,79	640,37	643,31	643,18	645,3	643,18	637,69	615,67	750
Патока в/г	317,82	320,75	322,17	321,66	323,95	324,53	324,14	319,81	309,99	153
Пюре фруктове	153,07	163,65	164,72	165	180,98	165,58	180,98	154,03	161,46	1800
Есенція	0,96	0,95	0,96	0,96	0,96	0	0,96	0,96	0,92	14400
Кислота молочна 40% кр.	6,03	6	6,03	6,04	6,07	6,07	6,07	6,07	5,5	1980
Кислота лимонна	3,06	2	4,02	6,52	3,08	2,02	3,08	3,08	3,3	2100
Вартість сировини на 1 т *(тис.грн/т)*										-

Приклад виконання лабораторної роботи
Послідовність розв'язування задачі «Оптимізація виробничої програми карамельного цеху»

Однією з основних задач планування виробництва є розрахунок оптимального плану випуску продукції з урахуванням основних факторів, які впливають на його обсяг.

Вирішення оптимізаційної задачі розподіляється на три етапи: побудування економіко-математичної моделі; находження оптимального рішення задачі; аналіз результатів рішення.

Асортиментні задачі на кондитерських фабриках являють собою групу задач, в яких визначають виробничу програму фабрики з урахуванням впливу на підприємства внутрішніх факторів (можливостей обладнання, лімітів сировини, трудових чинників) та деяких зовнішніх вимог (по товарній продукції в цілому чи окремих її асортиментних груп та видів, середньої ціни асортименту, який випускається).

В задачі оптимізуємо виробничу програму підприємства по критерію максимального прибутку від реалізації продукції; відповідно мова піде про підвищення рентабельності виробництва та зниження собівартості.

Для побудування абстрактної економіко-математичної моделі асортиментної задачі введемо слідуючи умовні позначення:

j – індекс виду випускаємої продукції;

j = 1, 2, ... , n – кількість видів випускаємої продукії;

x_j – шукаємий випуск продукції j-того виду;

i – індекс виду ведучого обладнання;

i = 1, 2, ... , m – кількість одиниць ведучого обладнання;

a_{ij} – зв'язуючий коефіцієнт обмеження по обладнанню, визначаючий норму витрат часу роботи обладнання *i*-го виду на випуск одиниці продукції j-го виду;

A_i – потужність обладнання *i* -го виду за плановий період (рік);

B – собівартість продукції звітного чи планового року;

B_j – питома собівартість j-го виду продукції;

D_j' , D_j – границя попиту на продукцію j-го виду, відповідно верхній і нижній;

P_j – питомий прибуток від реалізації одиниці продукції j-го виду;

S_j – оптово-відпускна ціна одиниці продукції j-го виду (діюча);

S – вартість порівняльної товарної продукції звітного чи планового року.

Цільова функція має наступний вигляд:

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} P_j x_j \rightarrow \max.$$

При обмеженнях:

1. По ведучому обладнанню:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_j \le A_i; \qquad i = 1, 2, \ldots, m.$$

2. По випуску товарної продукції:

$$\sum_{j=1}^{n} S_j x_j \ge S; \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

3. По попиту на окремі види продукції:

$$x_j \le D_j', \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$

$$x_j \le D_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n.$$

4. По собівартості продукції:

$$\sum_{j=1}^{n} B_j x_j \le B_j; \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

5. Умова невід'ємності змінних:

$$x_j \ge 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Робоча модель задачі

Вихідні дані для побудування робочої моделі маємо в таблиці 1.5. Грошові витрати на сировину для виробництва асортиментів карамелі маємо в таблиці 1.6. Річна продуктивність лінії в таблиці 1.7.

Таблиця 1.5

Вихідні дані для побудови робочої моделі

Показники	Один. виміру	**Вид карамелі**									Напрямок	Всього
		Апельсин	Фрукт.-ягідний десерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина		
1. Шуканий випуск продукції	т	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9		
2. Базовий випуск	т	73,1	90,17	70,4	87,2	82,03	90,1	89,1	82,1	84,3	≥	748,5
3. Оптова ціна	грн.	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,67	1815	2178	2136	≥	1603605,25
4. Собівартість 1 т	грн.	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,63	≤	1323928,07
5. Питомий прибуток 1т	грн.	278,33	424,37	583,21	346,7	400	566,67	245	341,4	190,37	→	290005,44
6. Грошові витрати на сировину	тис.грн.	831,63	851,75	860,27	868,17	890,02	847,93	890,05	836,76	830,88	≤	641314,28
7. Попит max	т/рік	89	110	80	99	102	99	104	105	114		
min	т/рік	59	71	51	80	67	74	66	67	72		
8. Товарна продукція	тис.грн.	143,15	229,60	153,12	189,66	172,26	195,22	161,72	178,81	180,06	≥	1603,605

Таблиця 1.6

Потреба у сировині, кг/т карамелі

Показники	***Вид карамелі***									Ціна 1 т сировини, грн.
	Апельсин	Фрукт.-ягідний десерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	
Цукор-пісок	633,72	637,79	640,37	643,31	643,18	645,3	643,18	637,69	615,67	750
Патока в/г	317,82	320,75	322,17	321,66	323,95	324,53	324,14	319,81	309,99	153
Пюре фруктове	153,07	163,65	164,72	165	180,98	165,58	180,98	154,03	161,46	1800
Есенція	0,96	0,95	0,96	0,96	0,96	0	0,96	0,96	0,92	14400
Кислота молочна 40% кр.	6,03	6	6,03	6,04	6,07	6,07	6,07	6,07	5,5	1980
Кислота лимонна	3,06	2	4,02	6,52	3,08	2,02	3,08	3,08	3,3	2100
Вартість сировини на 1 т (тис.грн/т)	**831,63**	**851,75**	**860,27**	**868,17**	**890,02**	**847,93**	**890,05**	**836,76**	**830,88**	**–**

Таблиця 1.7

Річна продуктивність ліній

	Апельсин	Фрукт.-ягідний десерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	Річна потужність, т
Лінія 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4230

1. Цільова функція – отримати максимальний прибуток від випуску карамелі при визначених обмеженнях по продуктивності обладнання, собівартості, попиту, загальному випуску.

$$F(x) = 278{,}33x_1 + 424{,}37x_2 + 583{,}21x_3 + 346{,}7x_4 + 400x_5 + 566{,}67x_6 + 245x_7 + 341{,}4x_8 + 190{,}37x_9 \rightarrow \max \quad (1.1)$$

2. Обмеження:

1) По ведучому обладнанню:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \leq 4230 \quad (1.2)$$

2) По випуску товарної продукції:

$$1958{,}33x_1 + 2546{,}26x_2 + 2175x_3 + 2175x_4 + 2100x_5 + 2166{,}7x_6 + 1815x_7 + 2178x_8 + 2136x_9 \geq 1603605{,}25 \quad (1.3)$$

3) По собівартості продукції:

$$1680x_1 + 2121{,}89x_2 + 1591{,}79x_3 + 1828{,}3x_4 + 1700x_5 + 1600x_6 + 1570x_7 + 2178x_8 + 2136x_9 \leq 1323928{,}07 \quad (1.4)$$

4) По максимальному та мінімальному попиту:

$$\begin{array}{llll} x_1 & \leq 89 & x_1 & \geq 59 \\ x_2 & \leq 110 & x_2 & \geq 71 \\ x_3 & \leq 80 & x_3 & \geq 51 \\ x_4 & \leq 99 & x_4 & \geq 80 \\ x_5 & \leq 102 & x_5 & \geq 67 \\ x_6 & \leq 67 & x_6 & \geq 74 \\ x_7 & \leq 104 & x_7 & \geq 66 \\ x_8 & \leq 105 & x_8 & \geq 67 \\ x_9 & \leq 114 & x_9 & \geq 72 \end{array} \quad (1.5)$$

5) По випуску продукції

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 748{,}591 \quad (1.6)$$

6) По фінансовим можливостям

$$831{,}63x_1 + 851{,}75x_2 + 860{,}27x_3 + 868{,}17x_4 + 890{,}02x_5 + 847{,}93x_6 + 890{,}05x_7 + 836{,}76x_8 + 830{,}88x_9 \leq 641314{,}28 \quad (1.7)$$

Для реалізації задачі на ПК будуємо робочу матрицю (табл. 1.8), використовуючи вище наведену робочу модель.

Таблиця 1.8

Робоча матриця

Показники		Вид карамелі									Обмеження	
		Апельсин	Фрукт. - ягідн. десерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	знак	величина
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9		
Функція цілі		278,33	424,37	583,21	346,7	400	566,67	245	341,4	190,37	→	max
Обмеження:												
1	По обладнанню	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	4230
2	Товарна продукція	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,7	1815	2178	2136	≥	1603605,25
3	Собівартість	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,6	≤	1323928,07
4	По попиту	1									≤	89
5		1									≥	59
6			1								≤	110
7			1								≥	71
8				1							≤	80
9				1							≥	51

Продовження таблиці 1.8

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	знак	величина
10					1						≤	99
11					1						≥	80
12						1					≤	102
13						1					≥	67
14							1				≤	99
15							1				≥	74
16								1			≤	104
17								1			≥	66
18									1		≤	105
19									1		≥	67
20										1	≤	114
21										1	≥	72
22	Випуск продукції	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≥	748,5
23	По фінансовим можливостям	831,63	851,75	860,27	868,17	890,02	847,93	890,05	836,76	830,88	≤	641314,28

Послідовність розв'язування задачі «Оптимізація виробничої програми карамельного цеху» за допомогою табличного процесора Microsoft Excel.

I.

Створюємо таблиці похідних даних (мал. 1.1) де розраховуємо питомий прибуток, товарну продукцію, потребу і вартість сировини.

M9 fx =СУММПРОИЗВ(D$6:L$6;D9:L9)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2		Таблиця 1	*Вихідні дані для побудови робочої моделі*										
3		Показники	Один.вим.	*Вид карамелі*									*Всього*
4				Апельсин	Фрукт.-агідний дисерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	
5		1.Шукаємий випуск продукції	т	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	
6		2.Базовий випуск	т	73,1	90,17	70,4	87,2	82,03	90,1	89,1	82,1	84,3	748,5
7		3.Оптова ціна	грн.	1958,3	2546,26	2175	2175	2100	2166,67	1815	2178	2136	1603605,25
8		4. Собівартість 1 т	грн.	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,63	1323928,07
9		5.Питомий прибуток 1 т	грн.	278,33	424,37	583,21	346,7	400	566,67	245	341,4	190,37	279677
10		6.Грошові витрати на сировину	тис.грн.	831,63	851,75	860,27	868,17	890,02	847,93	890,05	836,76	830,88	641314,28
11		7.Попит											
12		max	т/рік	89	110	80	99	102	99	104	105	114	
13		min	т/рік	59	71	51	80	67	74	66	67	72	
14		Товарна продукція	тис.грн.	143,15	229,60	153,12	189,66	172,26	195,22	161,72	178,81	180,06	1603,61
15													
16		Таблиця 2.	*Потреба у сировині, кг/т карамелі*										
17		Показники		*Вид карамелі*									Ціна 1 т сировини, грн.
18				Апельсин	Фрукт.-агідний дисерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	
19		Цукор-пісок		633,72	637,79	640,37	643,31	643,18	645,3	643,18	637,69	615,67	750
20		Патока в/г		317,82	320,75	322,17	321,66	323,95	324,53	324,14	319,81	309,99	153
21		Пюре фруктове		153,07	163,65	164,72	165	180,98	165,58	180,98	154,03	161,46	1800
22		Есенція		0,96	0,95	0,96	0,96	0,96	0	0,96	0,96	0,92	14400
23		Кислота молочна 40% кр.		6,03	6	6,03	6,04	6,07	6,07	6,07	6,07	5,5	1980
24		Кислота лимонна		3,06	2	4,02	6,52	3,08	2,02	3,08	3,08	3,3	2100
25		**Вартість сировини** *(на 1 т)*	**тис.грн/т**	**831,63**	**851,75**	**860,27**	**868,17**	**890,02**	**847,93**	**890,05**	**836,76**	**830,88**	-
26													
27		Таблиця 3.	*Річна продуктивність ліній*										
28				Апельсин	Фрукт.-агідний дисерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	Річна потужність, т
29		Лінія 1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	4230

Вихідні дані | Базовий вариант | Оптимізація

Малюнок 1.1

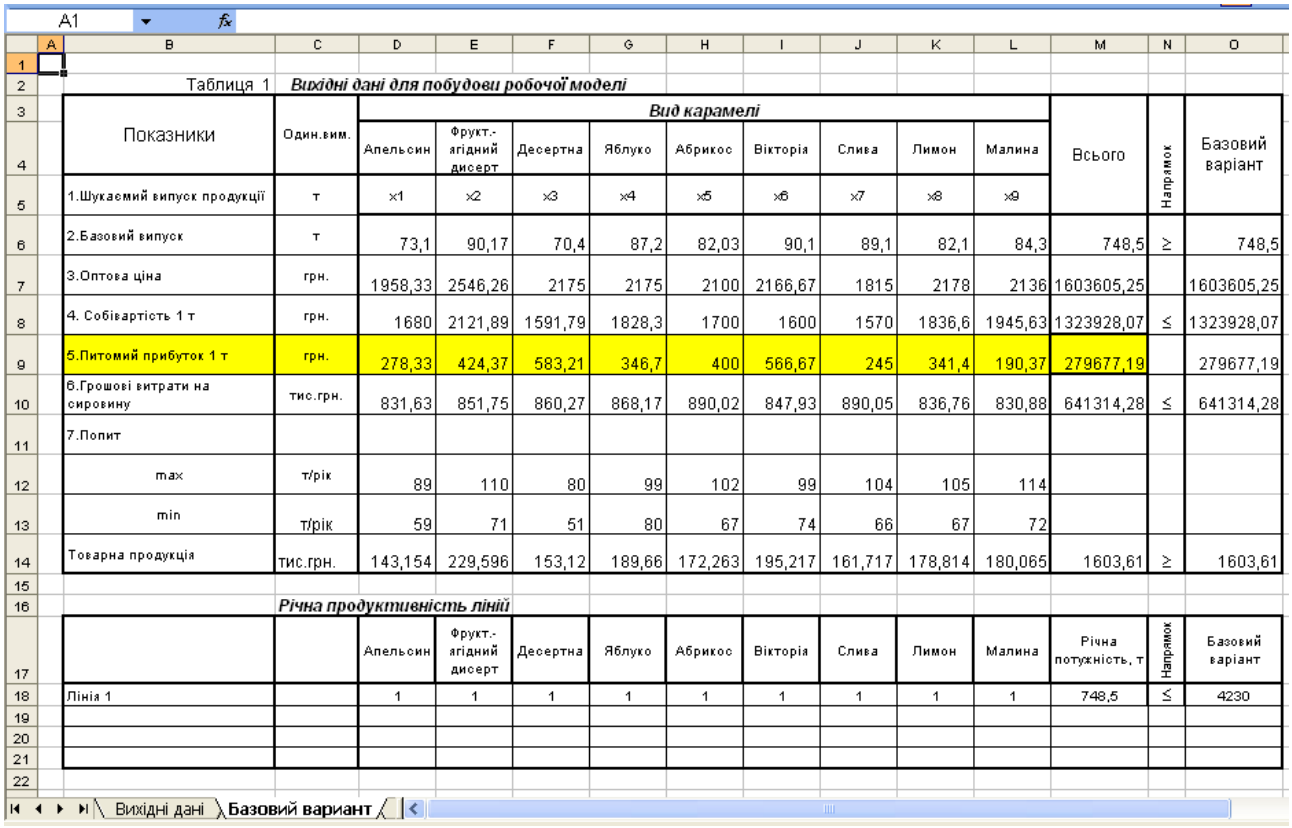
Розраховуємо по формулах питомий прибуток 1 т продукції, товарну продукцію.

Для рішення задачі на аркуші **Microsoft Excel** створюємо «Базовий варіант» (мал. 1.2).

В комірки електронних таблиць заносимо вихідні дані: базовий випуск, оптову ціну, максимальний та мінімальний попит.

Цільова функція (1.1) і обмеження (1.2 – 1.7) у вигляді формул заносяться у комірки колонки «**Всього**» (мал. 1.3, 1.4, 1.5).

В останню колонку за допомогою «Спеціальної вставки» вставляємо копію колонки «Всього» для аналізу результатів розрахунку.



Таблиця 1 *Вихідні дані для побудови робочої моделі*

Показники	Один.вим.	Вид карамелі									Всього	Напрямок	Базовий варіант
		Апельсин	Фрукт.-ягідний дисерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина			
1.Шукаємий випуск продукції	т	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9			
2.Базовий випуск	т	73,1	90,17	70,4	87,2	82,03	90,1	89,1	82,1	84,3	748,5	≥	748,5
3.Оптова ціна	грн.	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,67	1815	2178	2136	1603605,25		1603605,25
4. Собівартість 1 т	грн.	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,63	1323928,07	≤	1323928,07
5.Питомий прибуток 1 т	грн.	278,33	424,37	583,21	346,7	400	566,67	245	341,4	190,37	279677,19		279677,19
6.Грошові витрати на сировину	тис.грн.	831,63	851,75	860,27	868,17	890,02	847,93	890,05	836,76	830,88	641314,28	≤	641314,28
7.Попит													
max	т/рік	89	110	80	99	102	99	104	105	114			
min	т/рік	59	71	51	80	67	74	66	67	72			
Товарна продукція	тис.грн.	143,154	229,596	153,12	189,66	172,263	195,217	161,717	178,814	180,065	1603,61	≥	1603,61

Річна продуктивність ліній

		Апельсин	Фрукт.-ягідний дисерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	Річна потужність, т	Напрямок	Базовий варіант
Лінія 1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	748,5	≤	4230

Вихідні дані | Базовий вариант

Малюнок 1.2

Вихідні дані для побудови робочої моделі (формули розрахунку)

M13 f_x

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		Таблиця 1													
2				*Вихідні дан*											
3															
4		Показники	Одн. вим.	*Вид карамелі*									Всього	Напрямок	Базовий варіант
5				Апельсин	Фрукт.-ягідний десерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина			
6		1.Шукаємий випуск продукції	т	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9			
7		2.Базовий випуск	т	73,1	90,17	70,4	87,2	82,03	90,1	89,1	82,1	84,3	=СУММ(D7:L7)	>=	748,5
8		3.Оптова ціна	грн.	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,67	1815	2178	2136	=СУММПРОИЗВ(D$7:L$7;D8:L8)		1603605,25
9		4. Собівартість 1 т	грн.	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,63	=СУММПРОИЗВ(D$7:L$7;D9:L9)	<=	1323928,06
10		5.Питомий прибуток 1 т	грн.	=D8-D9	=E8-E9	=F8-F9	=G8-G9	=H8-H9	=I8-I9	=J8-J9	=K8-K9	=L8-L9	=СУММПРОИЗВ(D$7:L$7;D10:L10)		279677,187
11		6.Грошові витрати на сировину	тис.грн.	=D25	=E25	=F25	=G25	=H25	=I25	=J25	=K25	=L25	=СУММПРОИЗВ(D$7:L$7;D11:L11)	<=	641314,278
12		7.Попит													
13		max	т/рік	89	110	80	99	102	99	104	105	114			
14		min	т/рік	59	71	51	80	67	74	66	67	72			
15		Товарна продукція	тис. грн.	=D8*D7/1000	=E8*E7/1000	=F8*F7/1000	=G8*G7/1000	=H8*H7/1000	=I8*I7/1000	=J8*J7/1000	=K8*K7/1000	=L8*L7/1000	=СУММ($D$15:$L$15)	>=	1603,60525

Малюнок 1.3

Потреба у сировині, кг/т карамелі (формули розрахунку)

D16 fx Потреба у сировині, кг/т карамелі

	A	B	C	D	E	F
16		Таблиця 2		*Потреба у сировині, кг/т карамелі*		
17				*Вид карамелі*		
18		Показники		Апельсин	Фрукт.-ягідний десерт	Десертна
19		Цукор-пісок		633,72	637,79	640,37
20		Патока в/г		317,82	320,75	322,17
21		Пюре фруктове		153,07	163,65	164,72
22		Есенція		0,96	0,95	0,96
23		Кислота молочна 40% кр.		6,03	6	6,03
24		Кислота лимонна		3,06	2	4,02
25		Вартість сировини *(на 1 т)*	тис.грн/т	=СУММПРОИЗВ(D19:D24;$M$21:$M$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(E19:E24;$M$21:$M$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(F19:F24;$M$21:$M$26)/1000

D16 fx Потреба у сировині, кг/т карамелі

	G	H	I	J
16				
17				
18	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива
19	643,31	643,18	645,3	643,18
20	321,66	323,95	324,53	324,14
21	165	180,98	165,58	180,98
22	0,96	0,96	0	0,96
23	6,04	6,07	6,07	6,07
24	6,52	3,08	2,02	3,08
25	=СУММПРОИЗВ(G19:G24;$M$21:$M$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(H19:H24;$M$21:$M$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(I19:I24;$M$21:$M$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(J19:J24;$M$21:$M$26)/1000

D16 fx Потреба у сировині, кг/т карамелі

	K	L	M	N
16				
17			Ціна 1 т сировини, грн.	
18	Лимон	Малина		
19	637,69	615,67	750	
20	319,81	309,99	153	
21	154,03	161,46	1800	
22	0,96	0,92	14400	
23	6,07	5,5	1980	
24	3,08	3,3	2100	
25	=СУММПРОИЗВ(K19:K24;$M$21:$M$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(L19:L24;$M$21:$M$26)/1000	-	

Малюнок 1.4

Річна продуктивність ліній (формули розрахунку)

C28 fx Річна продуктивність ліній

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
28		Таблиця 3	Річна про												
29				Апельсин	Фрукт.-ягідний десерт	Десерт на	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	Річна потужність, т	Напрямок	Базовий варіант
30		Лінія 1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	=СУММПРОИЗВ(D30:L30;D7:L7)	< =	4230
31															
32															
33															

Малюнок 1.5

II.

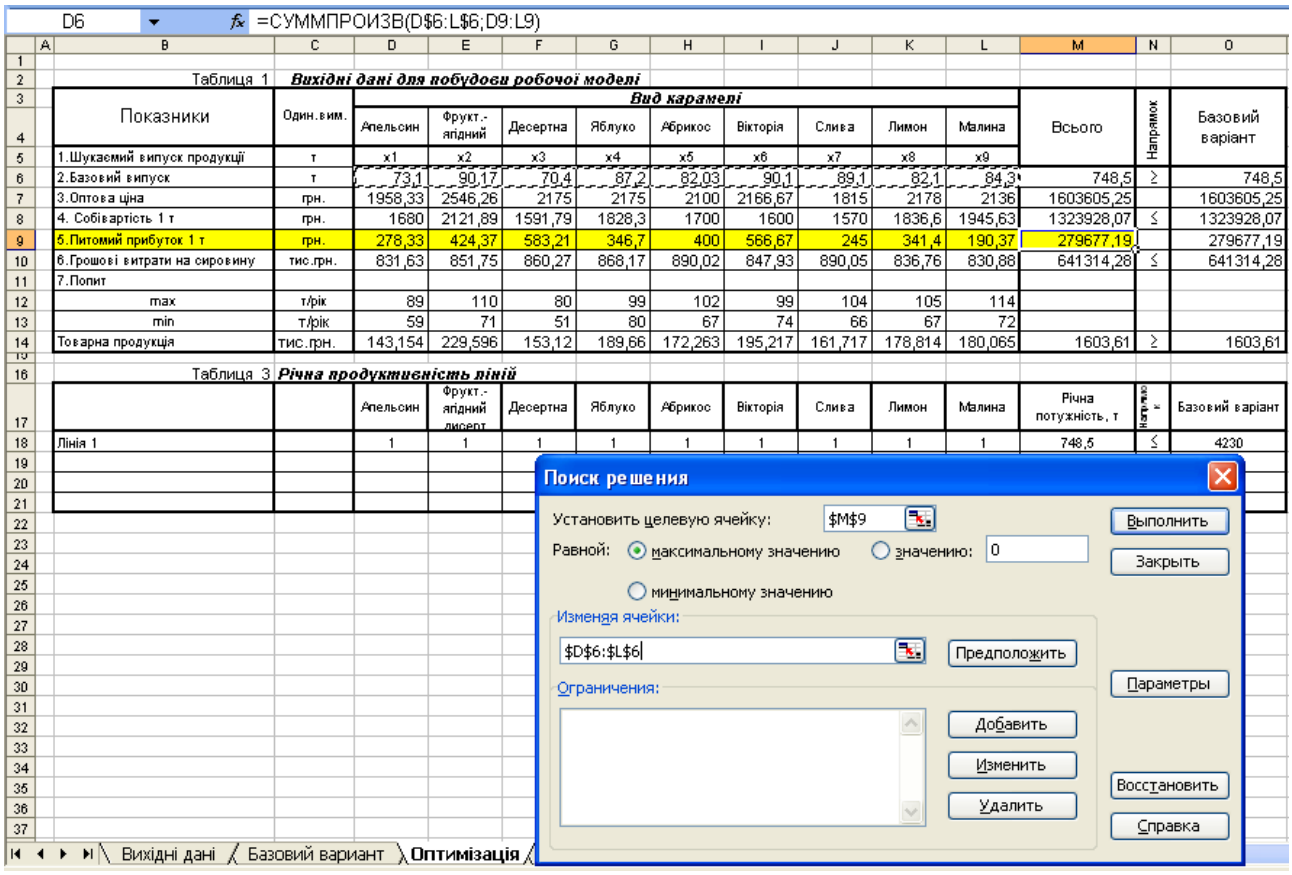
Після введення формул всіх обмежень і цільової функції для розв'язання задачі лінійного програмування за допомогою табличного процесора Micrisoft Excel потрібно виконати такі дії:

1. Створити новий лист – «Оптимізація» і скопіювати в нього лист «Базовий варіант».

Можна створити лист «Оптимізація» за допомогою наступної операції: відкрити лист «Базовий варіант», нажати кнопку **Ctrl** і мишкою потягнути за лист вправо й відпустити спочатку клавішу мишки, а потім кнопку **Ctrl.** Одержимо новий лист із назвою **«Базовий варіант (2)»,** змінимо назву на «**Оптимізація**».

На листі «Оптимізація» проведемо обчислення для завдання.

2. В **головному меню** виберіть пункт **«Сервис»,** далі – **«Поиск решения»** (мал.1.6)**.**



Малюнок 1.6

3. У поле «**Установить целевую ячейку»** введіть адресу або ім'я комірки, в якій знаходиться формула функції, що досліджується на екстремум. В нашому випадку ввести **$M$9.**

Щоб максимізувати значення цільової комірки шляхом зміни значень комірок шуканих невідомих змінних, встановіть перемикач **«Равной»** у положення **максимальному значенню (Max).**

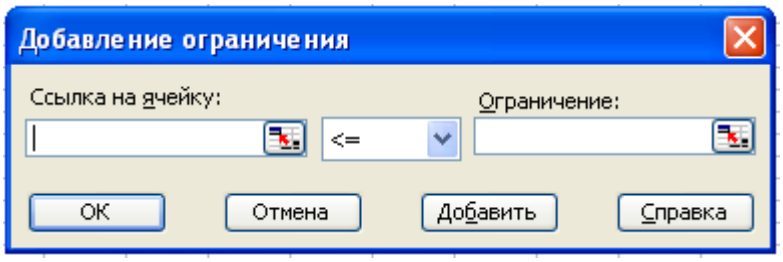
Щоб мінімізувати значення цільової комірки шляхом зміни значень комірок шуканих невідомих змінних, встановіть перемикач у положення **мінімальному значенню (Min).**

Щоб знайти значення в цільовій комірці, яке дорівнює деякому числу шляхом зміни значень комірок шуканих невідомих змінних, встановіть перемикач у положення «**значенню»** і введіть у відповідне поле необхідне число.

В нашому випадку встановлюємо перемикач у положення **максимальному значенню (Max).**

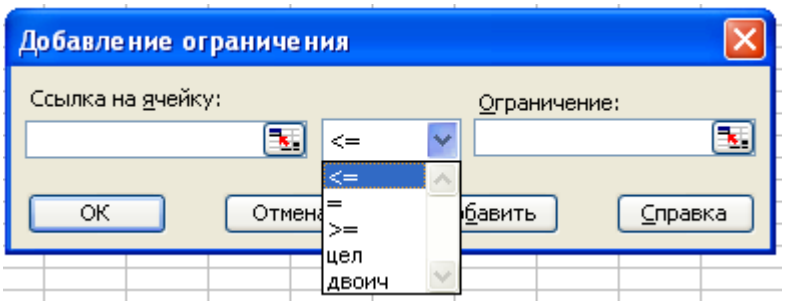
4. У поле «**Изменяя ячейки»** введіть імена чи адреси комірок шуканих невідомих змінних, розділяючи їх комами або за допомогою мишки вказати необхідні комірки. Допускається встановлення до 200 змінюваних комірок. В нашому випадку введемо **$D$6:$L$6.** Щоб автоматично знайти всі комірки, що впливають на цільову функцію, натисніть кнопку «**Предположить».**

5. У поле «**Ограничения»** введіть всі обмеження, що накладаються на пошук розв'язку. Для цього натисніть кнопку «**Добавить».** Відкриється вікно «**Добавление ограничения»** (мал. 1.7)**.**



Малюнок 1.7

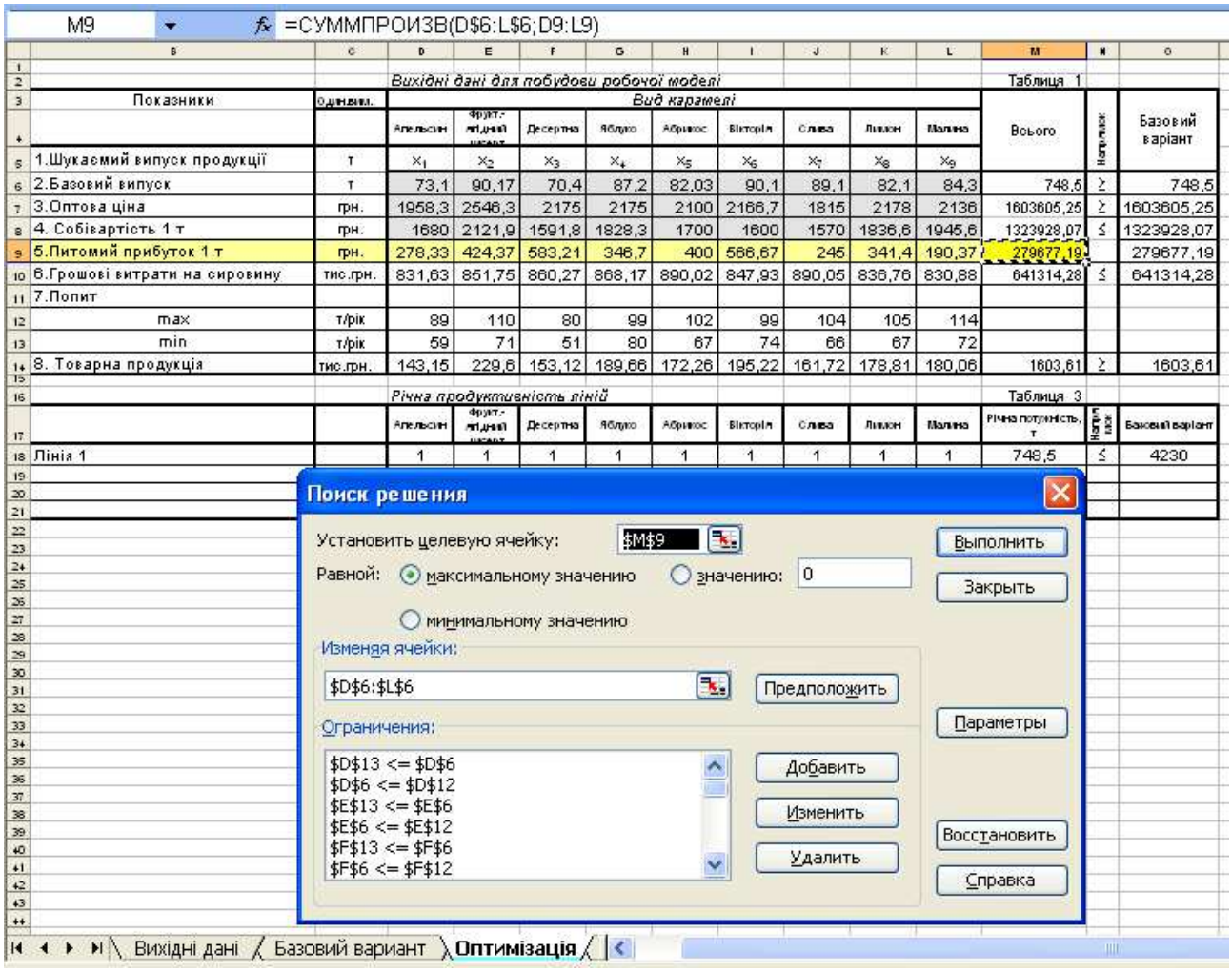
У поле «**Ссылка на ячейку»** ввести комірку чи діапазон, на значення яких необхідно накласти обмеження. Поле «**Ограничение»** служить для завдання умови, що накладається на значення комірки чи діапазону, зазначеного в полі «**Ссылка на ячейку».** Виберіть необхідний умовний оператор (<=, =, >=, цел або двоич) (мал. 1.8).



Малюнок 1.8

Введіть обмеження – число, формулу, посилання на чи осередок діапазон – у поле праворуч від списку, що розкривається. Натисніть на кнопку «**Добавить»,** щоб, не повертаючись у вікно діалогу «**Параметры поиска решения»,** накласти нову умову на пошук розв'язку задачі. В нашому випадку потрібно ввести (мал. 1.9):

$D$13<=$D$6,
$D$6 <=$D$12,
$E$13<=$E$6,
$E$6<=$E$12,
$F$13<=$F$6,
$F$6<=$F$12,
$G$13<=$G$6,
$G$6<=$G$12,
$H$13<=$H$6,
$H$6<=$H$12,
$I$13<=$I$6,
$I$6<=$I$12,
$J$13<=$J$6,
$J$6<=$J$12,
$K$13<=$K$6,
$K$6<=$K$12,
$L$13<=$L$6,
$L$6 <=$L$12,
$M$10<=$O$10,
$M$14<=$O$14,
$M$18<=$O$18,
$M$6<=$O$6,
$M$8<=$O$8.

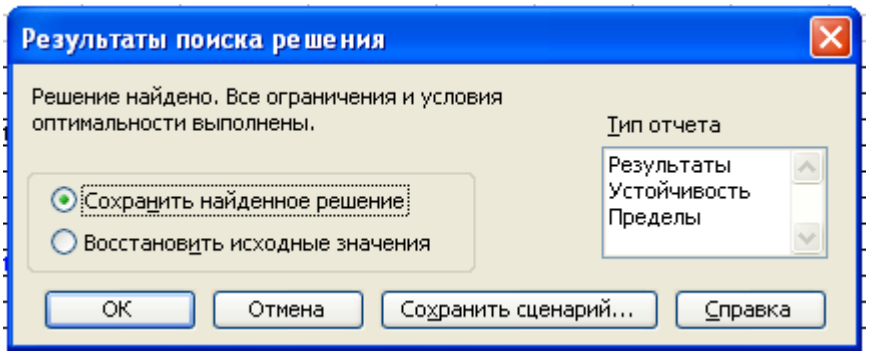


Малюнок 1.9

6.Натисніть кнопку **«Выполнить».**

7.В результаті виконання програми повинно з’явитися повідомлення про коректність моделі і правильності розрахунків.

За допомогою цього діалогового вікна можна викликати звіти трьох типів: **«Результаты», «Устойчивость», «Пределы»** (мал. 1.10).



Малюнок 1.10

8. Щоб зберегти знайдений розв'язок, встановіть перемикачу діалоговому вікні **«Результаты поиска решения»** в положення **«Сохранить найденное решение».**

9. Отже, оптимальний розв'язок лінійної задачі програмування має вигляд:

x_1=59; x_2=89,87; x_3=80; x_4=80; x_5=100,65; x_6=99;

x_7=66; x_8=101,98; x_9=72; $F(x)_{max}$ = 290005,44.

10. Більш детальну інформацію по результатам оптимізації дозволяють отримати звіт по результатам, звіт по стійкості, звіт по границям.

Звіт за результатами

Звіт складається із трьох таблиць (мал. 1.11):

Таблиця 1 наводить відомості про цільову функцію.

У колонці «**Исходно»** наведені значення цільової функції до початку обчислень.

Таблиця 2 наводить значення шуканих змінних, отриманих в результаті рішення задачі.

Таблиця 3 показує результати оптимального рішення для обмежень і для граничних умов.

A1 — Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам
Рабочий лист: [Оптимізація карамель.XLS]Оптимізація
Отчет создан: 17.05.2007 19:07:35

Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$M$9	грн. Всього	279677,19	290005,44

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$D$6	т x1	73,1	59
$E$6	т x2	90,17	89,87000085
$F$6	т x3	70,4	80
$G$6	т x4	87,2	80
$H$6	т x5	82,03	100,651583
$I$6	т x6	90,1	99
$J$6	т x7	89,1	66
$K$6	т x8	82,1	101,9784161
$L$6	т x9	84,3	72

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
$M$6	т Всього	748,5	$M$6>=$O$6	связанное	0
$M$8	грн. Всього	1323928,07	$M$8<=$O$8	связанное	0
$M$10	тис.грн. Всього	641314,28	$M$10<=$O$10	связанное	0
$M$14	тис.грн. Всього	1613,93	$M$14>=$O$14	не связан	10,33
$M$18	Лінія 1 Річна потужність,	748,5	$M$18<=$O$18	не связан	3481,5
$D$13	т/рік x1	59	$D$13<=$D$6	связанное	0
$E$13	т/рік x2	71	$E$13<=$E$6	не связан	18,87000009
$F$13	т/рік x3	51	$F$13<=$F$6	не связан	29
$G$13	т/рік x4	80	$G$13<=$G$6	связанное	0
$H$13	т/рік x5	67	$H$13<=$H$6	не связан	33,651583
$I$13	т/рік x6	74	$I$13<=$I$6	не связан	25
$J$13	т/рік x7	66	$J$13<=$J$6	связанное	0
$K$13	т/рік x8	67	$K$13<=$K$6	не связан	34,9784161
$L$13	т/рік x9	72	$L$13<=$L$6	связанное	0
$D$6	т x1	59	$D$6<=$D$12	не связан	30
$E$6	т x2	89,87000085	$E$6<=$E$12	не связан	20,1299991
$F$6	т x3	80	$F$6<=$F$12	связанное	0
$G$6	т x4	80	$G$6<=$G$12	не связан	19
$H$6	т x5	100,651583	$H$6<=$H$12	не связан	1,34841695
$I$6	т x6	99	$I$6<=$I$12	связанное	0
$J$6	т x7	66	$J$6<=$J$12	не связан	38
$K$6	т x8	101,9784161	$K$6<=$K$12	не связан	3,0215839
$L$6	т x9	72	$L$6<=$L$12	не связан	42

Базовий вариант | Отчет по результатам | Отчет по устойчи

Малюнок 1.11

Для **Обмежень** у графі «**Формула»** наведені залежності, які були введені в діалогове вікно «**Поиск решения»**; у графі «**Значение»** наведені величини

використаного ресурсу; у графі **«Разница»** показана кількість невикористаного ресурсу. Якщо ресурс використовується повністю, то в графі **«Сатус»** вказується «зв'язане»; при неповному використанні ресурсу в цій графі вказується «не зв'язаний».

Для ***Граничних умов*** приводяться аналогічні величини з тією лише різницею, що замість величини невикористаного ресурсу показана різниця між значенням змінної в знайденому оптимальному рішенні й заданим для неї граничною умовою.

Отже, у звіті по результатам порівнюються базовий і оптимальний обсяги виробництва. Тут вказані коефіцієнти цільової функції загалом до і після оптимізації, а також обмеження. Навпроти кожного обмеження є статус. Якщо статус зв’язаний, то це означає що ресурс вже використаний повністю і немає можливості збільшити його. Якщо статус не зв’язаний, то це означає що відповідного показника є більше, ніж потрібно, частина його не використана.

Звіт по стійкості

Звіт по стійкості (мал.1.12) складається із двох таблиць.

A1 — Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Оптимізація карамель.XLS]Оптимізація							
3	Отчет создан: 17.05.2007 19:07:35							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7				Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое
8		Ячейка	Имя	значение	стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение
9		$D$6	т x1	59	0	278,33	22,5601936	1E+30
10		$E$6	т x2	89,8700009	0	424,37	43,0207005	66,48370401
11		$F$6	т x3	80	253,840877	583,21	1E+30	253,8408773
12		$G$6	т x4	80	0	346,7	44,0964108	1E+30
13		$H$6	т x5	100,651583	0	400	236,314152	83,68737167
14		$I$6	т x6	99	255,688705	566,67	1E+30	255,6887046
15		$J$6	т x7	66	0	245	128,348705	5,83915E+17
16		$K$6	т x8	101,978416	0	341,4	54,6793853	15,31363159
17		$L$6	т x9	72	0	190,37	163,845444	1E+30
18								
19	Ограничения							
20				Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое
21		Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение
22		$M$6	т Всього	748,5	-1397,18	748,5	0,1182513	0,110080135
23		$M$8	грн. Всього	1323928,07	0,21	1323928,066	6516,49364	1361,065582
24		$M$10	тис.грн. Всього	641314,28	1,63	641314,2785	81,4922932	123,4850292
25		$M$14	тис.грн. Всього	1613,93	0,00	1603,605254	10,3282488	1E+30
26		$M$18	Лінія 1 Річна потужність, т	748,5	0	4230	1E+30	3481,5
27		$D$13	т/рік x1	59	22,5601936	0	2,05102063	23,74299558
28		$E$13	т/рік x2	71	0	0	1E+30	18,87000085
29		$F$13	т/рік x3	51	0	0	1E+30	29
30		$G$13	т/рік x4	80	44,0964108	0	2,55906249	19
31		$H$13	т/рік x5	67	0	0	1E+30	33,65158305
32		$I$13	т/рік x6	74	0	0	1E+30	25
33		$J$13	т/рік x7	66	128,348705	0	1,21101491	30,22252784
34		$K$13	т/рік x8	67	0	0	1E+30	34,9784161
35		$L$13	т/рік x9	72	163,845444	0	3,34994814	7,017564743

Базовий вариант | Отчет по результатам | **Отчет по устойчивости** | Отчет по пределам | О

Малюнок 1.12

У **таблиці 1** приводяться наступні значення для змінних:

результат рішення задачі;

нормована вартість, тобто додаткові двоїсті змінні v_j, які, показують, наскільки змінюється цільова функція при примусовому включенні одиниці цієї продукції в оптимальне рішення;

коефіцієнти цільової функції;

граничні значення приросту коефіцієнтів Δc_j цільової функції, при яких зберігається набір змінних, які входять в оптимальне рішення.

У **таблиці 2** приводяться аналогічні значення для обмежень:

величина використаних ресурсів;

тіньова ціна, тобто двоїсті оцінки z_i, які показують, як зміниться цільова функція при зміні ресурсів на одиницю;

значення приросту ресурсів Δb_j , при яких зберігається оптимальний набір змінних, які входять в оптимальне рішення.

Задачі аналізу, які можна вирішувати за допомогою приведених величин Δc_j й Δb_j .

Коротко за звітом по стійкості:

показник нормована вартість, показує як зміниться цільова функція при примусовому випуску одиниці j-го виду продукції. Цей звіт показує, яка продукція є вигідною.

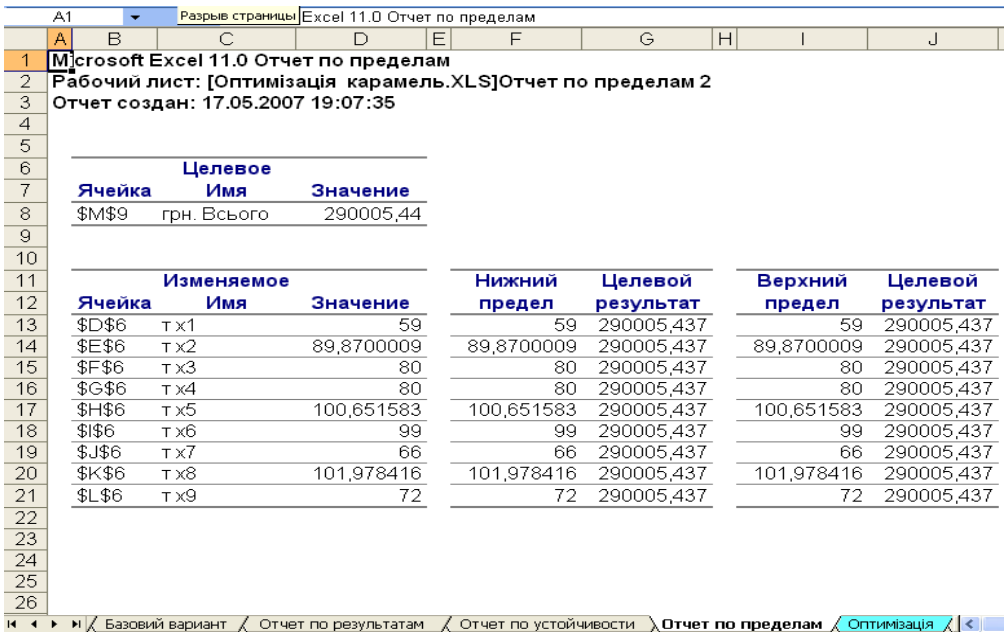
В нашому випадку є вигідним збільшення обсягів виробництва карамелі «Десертна» і «Вікторія».

Звіт по границям.

Цей звіт наведений на мал. 1.13. У ньому показано, у яких межах може змінюватися випуск продукції, що ввійшла в оптимальне рішення, при збереженні структури оптимального рішення:

приводяться значення x_i в оптимальному рішенні;

приводяться нижні межі зміни значень x_j.



Microsoft Excel 11.0 Отчет по пределам
Рабочий лист: [Оптимізація карамель.XLS]Отчет по пределам 2
Отчет создан: 17.05.2007 19:07:35

Целевое		
Ячейка	Имя	Значение
$M$9	грн. Всього	290005,44

Изменяемое			Нижний	Целевой	Верхний	Целевой
Ячейка	Имя	Значение	предел	результат	предел	результат
$D$6	т x1	59	59	290005,437	59	290005,437
$E$6	т x2	89,8700009	89,8700009	290005,437	89,8700009	290005,437
$F$6	т x3	80	80	290005,437	80	290005,437
$G$6	т x4	80	80	290005,437	80	290005,437
$H$6	т x5	100,651583	100,651583	290005,437	100,651583	290005,437
$I$6	т x6	99	99	290005,437	99	290005,437
$J$6	т x7	66	66	290005,437	66	290005,437
$K$6	т x8	101,978416	101,978416	290005,437	101,978416	290005,437
$L$6	т x9	72	72	290005,437	72	290005,437

Базовий вариант | Отчет по результатам | Отчет по устойчивости | Отчет по пределам | Оптимізація

Малюнок 1.13

Крім цього, у звіті зазначені значення цільової функції при випуску даного типу продукції на нижній межі. Так, що

$$F = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 + c_5 x_5 + c_6 x_6 + c_7 x_7 + c_8 x_8 + c_9 x_9 = 290005{,}437$$

Далі приводяться верхні межі зміни x_j і значення цільової функції при випуску продукції, що ввійшла в оптимальне рішення на верхніх межах.

На цьому ми закінчуємо опис звітів аналізу оптимального рішення.

Отримані результати оптимізації виробничої програми лінії виробництва карамелі з фруктово-ягідними начинками зводимо в таблицю 1.9.

Аналіз результатів

Аналіз попиту на продукцію в асортименті дозволив оптимізувати обсяги виробництва з метою збільшення прибутку від реалізації.

В результаті оптимізації прибуток від реалізації карамелі збільшився на 10332,53 грн. без зміни обсягу виробництва.

В межах попиту збільшився випуск карамелі: "Абрикос" – на 18,64 тонни, або на 22,72 %; "Десертна" – 6,9 тонн, або на 13,64 %; "Вікторія" – на 8,9 тонн, або на 9,88 %; "Лимон" – на 19,85 тони, або на 24,18 %.

Знизився випуск карамелей: "Апельсин" – на 14,1 тонн, або на 19,29 %; " Фруктово-ягідний букет " – на 0,29 тонни, або на 0,32 %; "Яблуко" – на 7,2 тонн, або на 8,26 %; "Слива" – на 23,1 тонн, або на 25,93 %; "Малина" – на 12,3 тонни, або на 14,59 %.

Витрати на 1 грн. товарної продукції зменшились на 0,53 коп. (0,63 %). Рентабельність випуску карамелі збільшилась на 0,78 %.

Таблиця 1.9

Результати оптимізації

Показники	Од . виміру	Величина		Відхилення	
		до оптимізації	після оптимізації	абсолютне +, –	відносне %
1	2	3	4	5	6
1. Обсяг випуску карамелі, всього	т	748,5	748,5	0	0
в т.ч. "Апельсин"	т	73,1	59	–14,1	–19,29
"Фруктово-ягідний букет"	т	90,17	89,88	–0,29	–0,32
"Десертна"	т	70,4	80	9,6	13,64
"Яблуко"	т	87,2	80	–7,2	–8,26
"Абрикос"	т	82,03	100,67	18,64	22,72
"Вікторія"	т	90,1	99	8,9	9,88
"Слива"	т	89,1	66	–23,1	–25,93
"Лимон"	т	82,1	101,95	19,85	24,18
"Малина"	т	84,3	72	–12,3	–14,59
2. Використання потужності	%	17,7	17,7	0	0
3. Собівартість товарної продукції	грн.	1323928,07	1323928,07	0	0
4. Товарна продукція	грн	1603605,25	1613937,78	10332,53	0,64
5. Прибуток від реалізації	грн.	279677,18	290009,71	10332,53	3,69
6. Витрати на 1 грн. товарної продукції	коп.	82,56	82,03	–0,53	–0,64
5. Рентабельність	%	21,1	21,9	0,78	–

Контрольні запитання

1. Записати математичну модель загальної задачі лінійного програмування.
2. Яка задача лінійного програмування називається основною?
3. Сформулювати задачу оптимального розподілу завдань з випуску однорідної продукції.
4. Що в задачі оптимального випуску продукції визначає цільова функція?
5. Що в задачі оптимального випуску продукції визначають обмеження на зміні?
6. Що в задачі оптимального випуску продукції визначають умови невід'ємності змінних?
7. Записати економіко-математичну модель задачі оптимального розподілу завдань з випуску однорідної продукції.

Література: [1, с. 371-377; 2, с. 117-190; 4, с. 251; 5, с. 45-50, 6, с.41-47].

Тема: «Оптимальне планування на підприємствах харчової промисловості»

Лабораторна робота № 2
Оптимізація виробничої програми на макаронній фабриці

Основною задачею планування виробництва є розрахунок оптимального плану випуску продукції з урахуванням головних факторів, які впливають на його обсяг, повне задоволення постійно зростаючих потреб населення у продуктах харчування високої якості і в широкому асортименті.

Різноманітні технологічні способи та варіанти використання ресурсів потребують різних витрат і приносять неоднаковий економічний ефект. Якщо витрати на виробництво по всіх варіантах можуть бути підраховані і співставленні, виникає потреба відібрати найбільш ефективний з них. Ця задача зводиться до одного варіанту – оптимального плану, який у прийнятих умовах ефективніший за інші.

Оптимальним є план, який забезпечує максимальний ефект при заданому обсязі матеріальних, сировинних, трудових і паливно-енергетичних ресурсах.

Пошук оптимального плану серед множини допустимих варіантів представляє собою розрахункову математичну задачу оптимізації асортименту за обраним критерієм.

В загальному вигляді будь-яка оптимальна задача формулюється так: потрібно мінімізувати або максимізувати цільову функцію, на змінні якої накладені обмеження. Максимальний виробничий ефект визначається критерієм оптимізації, який і визначає цільову функцію.

Для покращення виробничо-господарської діяльності Київської макаронної фабрики шляхом збільшення обсягів виробництва, збільшення прибутку, зменшення витрат на виробництво продукції, необхідно розробити таку структуру асортименту продукції, яка б користувалась попитом, була високорентабельною і не вимагала великих витрат сировини, матеріалів, трудових і фінансових ресурсів.

З цією метою за допомогою симплекс-методу, ми будемо вирішувати задачу оптимізації плану виробництва асортименту макаронної фабрики на наступний рік.

Робоча модель задачі.

Цільова функція – отримати оптимальний випуск макаронних виробів, що забезпечить максимальний прибуток при певних обмеженнях по продуктивності ліній, попиту.

$$F(x) = \sum P_j X_j \rightarrow \max,$$

де P_j – прибуток по j-му виду макаронних виробів, тис. грн.,

X_j – оптимальний випуск j-го виду макаронних виробів.

$$\mathbf{P_j = D_j - C_j,}$$

де $\mathbf{D_j}$ – оптова ціна 1 т j-го виду виробів, грн.,
$\mathbf{C_j}$ – собівартість 1 т j-го виду виробів, грн.

Знайти оптимальні випуски продукції, т:

X_1 – спагеті в/г;
X_2 – спагеті в/г упакованих у вітчизняні коробки;
X_3 – спагеті в/г упакованих у імпортні коробки;
X_4 – ріжок з добавками;
X_5 – спагеті “Довгань”;
X_6 – спагеті упакованих в плівку;
X_7 – макарон соломка;
X_8 – ріжок;
X_9 – вермішелі короткі;
X_{10} – вермішелі павутинка;
X_{11} – ріжок “Колосок” з добавками;
X_{12} – вермішелі довгої;
X_{13} – спіралі з добавками;
X_{14} – дужок;
X_{15} – спіралі;
X_{16} – вермішелі короткої з добавками;
X_{17} – вермішелі короткої 1/г;
X_{18} – вермішелі довгої 1/г;
X_{19} – ріжок з добавками;
X_{20} – вермішелі 2/г.

Вихідні дані для складання моделі оптимального плану наведені в таблицях 2.1, 2.2, 2.3, 2.4.

БАЗОВИЙ ВАРІАНТ

В базовому варіанті визначаються обсяги закупівлі сировинних ресурсів у вартісному виразі для забезпечення виробництва продукції в запланованих обсягах та одночасно розраховуються техніко-економічні показники: обсяг товарної продукції, витрати на виробництво, загальний прибуток, рентабельність, витрати на 1 грн. товарної продукції.

Вихідні дані представлені в таблиці 1.1.

При переході до оптимізаційного варіанту необхідно скопіювати вихідні дані з базового варіанту, при цьому в першій таблиці будуть вказані такі величини: оптимальний обсяг виробництва, нижня та верхня межа попиту, коефіцієнт цільової функції, оптова ціна 1 т продукції, собівартість 1 т продукції. Далі таблиці – це обмеження, які ми вводимо.

Таблиця 2.1.

Продукція макаронного виробництва

№	Види продукції	Ціна 1 т, грн.	Собівартість 1 т, грн.	Прибуток на 1 т, грн.	Рентабельність, %	Попит, тонн		Базовий обсяг виробництва	№ печі
						Мінім.	Максим.		
1	Спагеті в\г	1950	1580			5300	9800	6585,673	1
2	Спагеті в\г вітч. кор.	2050	1590			2000	4150	2075,096	1
3	Спагеті в\г імп. кор.	2100	1740			90	170	113,236	1
4	Ріжки з доб.	2500	1646			500	900	0	4
5	Спагеті "Довгань"	2100	1760			340	510	341,61	1
6	Спагеті у плівці	2500	1550			1020	1540	1025,4182	1
7	Макарони "Соломка"	1900	1550			270	412	275,197	1
8	Ріжки	2500	1626			2440	8000	5723,7	2,4
9	Вермішель кор.	1800	1570			140	4500	4337,516	3
10	Вермішель павутинка	1750	1550			75	950	859,439	3
11	Ріжки "Колосок" з доб.	2500	1626			500	900	0	4
12	Вермішель довга	1850	1600			22	50	40,6	1,3
13	Спіраль з доб.	2500	1646			500	900	0	4
14	Дужки	2500	1626			29,67	60	29,67	2
15	Спіраль	1700	1550			700	950	922,002	2,4
16	Вермішель кор. з доб.	2500	1646			500,0	900,0	0,0	4
17	Вермішель кор. 1\г	1650	1550			85,0	110,0	91,4	3
18	Вермішель довга 1\г	1550	1420			16	30,0	25,7	1,3
19	Ріжки 1\г з доб.	2500	1640			500,0	900,0	0,0	4
20	Вермішель 2\г	1450	1350			10,0	14,0	12,7	3
								22459,0	

Таблиця 2.3.

Норми витрат сировини на виробництво продукції

	Спагеті в\г	Спагеті в\г вітч. кор.	Спагеті в\г імп. кор.	Ріжки з доб.	Спагеті "Довгань"	Спагеті у плівці	Макарони "Соломка"	Ріжки	Вермішель кор.	Вермішель павутинка	Ріжки "Колосок" з доб.	Вермішель довга	Спіраль з доб.	Дужки	Спіраль	Вермішель кор. з доб.	Вермішель кор. 1\г	Вермішель довга 1\г	Ріжки 1\г з доб.	Вермішель 2\г
	X_1	**X_2**	**X_3**	**X_4**	**X_5**	**X_6**	**X_7**	**X_8**	**X_9**	**X_{10}**	**X_{11}**	**X_{12}**	**X_{13}**	**X_{14}**	**X_{15}**	**X_{16}**	**X_{17}**	**X_{18}**	**X_{19}**	**X_{20}**
Вихід продукції, кг	94,3	94,3	94,3	94,3	94,3	94,3	96,7	96,7	96,7	94,3	96,7	94,3	96,7	96,7	96,7	96,7	96,7	94,3	96,7	96,7
Борошно вищого гатунку	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100				
Борошно 1 гат																	100	100	100	
Борошно 2 гат.																				100
В-каротін				0,15																
Меланж													10			15,2				
Овочевий порошок											3,0									
Молоко сухе																3,5				
Паста томатна																			10	
Електроенергія	185	185	185	185	185	185	185	140	125	125	140	185	125	140	140	125	125	185	140	125

В нашому варіанті встановлені такі обмеження: по попиту на кожний вид продукції (табл. 2.1), по продуктивності ліній (табл. 2.2), витрати на сировину (розраховуються за табл. 2.3 та 2.4).

Таблиця 2.2.

Річна продуктивність ліній

Лінія № 1	14000
Лінія № 2	7000
Лінія № 3	3500
Лінія № 4	9000

Таблиця 2.4

Ціна на одиницю сировини

№ п/п	Назва сировини	Одиниця виміру	Ціна за одиницю
1	*Вид і сорт борошна:*		
	Борошно вищого гатунку	тонна	817
	Борошно 1 гат	тонна	614
	Борошно 2 гат.	тонна	563
2	*Витрати інших видів сировини:*		
	В-каротін	кг	300
	Меланж	кг	3,6
	Овочевий порошок	кг	3,6
	Молоко сухе	кг	3,5
	Паста томатна	кг	2,4
3	*Витрати на 1 т продукції*		
	Електроенергія	кВт\год	0,24

Пакет EXCEL дозволяє обрахувати оптимізаційний варіант, коли введені всі обмеження. Ми заходимо в меню “Сервіс”, далі “Пошук рішення”. На моніторі з’являється діалогове вікно з трьома рамками. В першій рамці розміщуються адреси клітинок цільової функції, в другій – оптимального випуску продукції, в третій – наших обмежень. Після перевірки правильності адрес наших показників, запускаємо програму на виконання.

В результаті виконання програми повинно з’явитися повідомлення про коректність моделі і правильності розрахунків. Це повідомлення міститься у вікні, яке дозволяє додатково обрахувати три звіти: по результатам, по границям, по стійкості.

Таблична форма представлення моделі в загальному вигляді (табл. 2.5).

Таблиця 2.5

Таблична форма

Цільова функція та обмеження	Коефіцієнти при x_i					Обмеження	
	x_1	x_2	x_3	…	x_n	Знак	Значення
Цільова функція	p_1	p_2	p_3	…	p_n	→ max	
Обмеження:							
По потужності обладнання	a_{11}	a_{12}	a_{13}	…	a_{1n}	≤	A_1
	…	…	…	…		. . .	. . .
	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	…	a_{mn}		A_m
По сировині	B_{l1}	B_{l2}	b_{l3}	…	b_{ln}	≤	B_l
По трудових ресурсах	t_1	t_2	t_3	…	t_n	≤	T
По попиту	1					≤	α_1
	1					≥	β_1
		1				≤	α_2
		1				≥	β_2
			1			≤	α_3
			1			≥	β_3
	…	…	…	…	…	…	. . .
	…	…	…	…	…	…	. . .
					1	≤	α_n
					1	≥	β_n
По обсягу товарної продукції	a_1	a_2	a_3		a_n	≥	S
По обсягу випуску продукції в натуральному виразі	1	1	1	…	1	≥	D

Отримані результати від оптимізації виробничої програми навести в табл.2.6.

Таблиця 2.6

Аналіз результату

	Показники	Одиниці виміру	До оптимізації	Після оптимізації	Відхилення	
					Абсолютне	Відносне, %
1	Випуск всього	т				
	в т.ч.					
	X_1					
	X_2					
	X_3					
	…					
	X_n					
2	Випуск продукції у вартісному виразі	тис. грн.				
3	Витрати на випуск та реалізацію продукції	тис. грн.				
4	Потреби в сировині (борошні)	т				
5	Собівартість випуску продукції	тис. грн.				
6	Прибуток від реалізації	тис. грн.				
7	Витрати на 1 грн. товарної продукції	коп.				
8	Рентабельність	%				
9	Інші показники					

Оптимальний план – це один з можливих варіантів. На його основі проводимо аналіз отриманих результатів.

Приклад виконання лабораторної роботи

По наведеним в таблиці 2.7 вихідним даним побудувати модель оптимальної виробничої програми макаронної фабрики.

1) Річна потужність обладнання – 1000 т
2) Запаси борошна – 180 т

Критерій оптимізації – максимум прибутку.

Модель:

X_1 – шуканий випуск макарон «Київські» в/с за оптимальним планом, т;
X_2 – шуканий випуск макарон «Українські» в/с, т;
X_3 – шуканий випуск макарон Шкільні в/с, т;
X_4 – шуканий випуск макарон Молочні в/с, т;
X_5 – шуканий випуск макарон Томатні 1 с, т;
X_6 – шуканий випуск макарон Яєчні 1 с, т.

Таблиця 2.7

Вихідні дані виробничої програми макароної фабрики

Види продукції	Випуск, т	Опт. ціна за 1 т, грн	Собі вар-тість 1 т	Питомий прибуток на 1 т, грн.	ТП, грн.	Норма витрат	Попит	
							min	max
1.Макарони «Київські» в/с	55	1100	1000	100	60500	0,992	40	80
2.Макарони «Українські» в/с	60	1150	1000	150	69000	0,987	50	95
3. Шкільні в/с	15	1000	950	50	15000	0,978	20	42
4. Молочні в/с	10	1050	1030	20	105000	0,952	10	15
5. Томатні 1 с	5	980	980	-	4900	0,949	5	8
6. Яєчні 1 с	15	990	970	20	14850	0,985	10	18
Всього	160	–	–	–	174750	–	–	–
			159000					

Цільова функція:

$F(x) = 100\ X_1 + 150\ X_2 + 50\ X_3 + 20\ X_4 + 20\ X_6 \rightarrow max$

Обмеження:

– по потужності обладнання

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_6 \leq 1000$

– по випуску ТП

$1100\ X_1 + 1150\ X_2 + 1000\ X_3 + 1050\ X_4 + 980\ X_5 + 990\ X_6 \geq 174750$

– по сировині

$0{,}992X_1 + 0{,}987X_2 + 0{,}978X_3 + 0{,}952X_4 + 0{,}949X_5 + 0{,}985X_6 \le 180$ (т)

– по попиту

$X_1 \ge 40$ $X_2 \ge 50$ $X_3 \ge 20$ $X_4 \ge 10$ $X_5 \ge 5$ $X_6 \ge 10$

$X_1 \le 80$ $X_2 \le 95$ $X_3 \le 42$ $X_4 \le 15$ $X_5 \le 8$ $X_6 \le 18$

Умова невід'ємності:

$X_1 \ge 0$ $X_2 \ge 0$ $X_3 \ge 0$ $X_4 \ge 0$ $X_5 \ge 0$ $X_6 \ge 0$

Далі модель записуємо у табличній формі, вирішуємо на ПЕОМ з використанням **Microsoft Excel** (табл. 2.8).

Таблиця 2.8

Таблична форма

Цільова функція та обмеження	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Обмеження	
							Знак	Величина
Цільова функція	100	150	50	20	0	20	→ max	
Обмеження:								
1. По обладнанню	1	1	1	1	1	1	≤	1000
2. По ТП	1100	1150	1000	1050	980	990	≥	174750
3. По сировині (борошну)	0,998	0,987	0,978	0,952	0,949	0,985	≤	180
4. По попиту «Київські»	1						≥	40
	1						≤	80
«Українські»		1					≥	50
		1					≤	95
«Шкільні»			1				≥	20
			1				≤	42
«Молочні»				1			≥	10
				1			≤	15
«Томатні»					1		≥	5
					1		≤	8
«Яєчні»						1	≥	10
						1	≤	18

Після одержання рішення будуємо зведену таблицю результатів оптимізації виробничої програми макаронної фабрики (табл. 2.9).

Таблиця 2.9

Ефективність оптимізації

	Показники	Одиниці виміру	До оптимізації	Після оптимізації	Відхилення	
					Абс. (+) зб. (–) зм.	%
1	Випуск макаронів всього	т	160	171	+11	6,9
	В т.ч. «Київські»	-“-	55	60	+5	9,1
	«Українські»	-“-	60	68	+8	13,3
	«Шкільні»	-“-	15	17	+2	13,3
	«Молочні»	-“-	10	11	+1	10,0
	«Томатні»	-“-	5	5	–	0
	«Яєчні»	-“-	15	10	–5	–33,3
2	Товарна продукція	тис. грн.	174,75	186,52	+11,77	6,7
3	Потреби в сировині (борошні)	т	157,5	168,3	+10,8	6,9
4	Собівартість випуску продукції	тис. грн.	159,0	169,0	+10,0	6,3
5	Прибуток від реалізації	тис. грн.	15,75	17,52	+1,77	11,2
6	Витрати на 1 грн. товарної продукції	коп.	90,9	90,6	–0,3	–0,3

Аналіз результатів моделювання показує, що після оптимізації загальний випуск продукції може зрости на 11 т в т.ч. по макаронам «Київські» – на 5 т, «Українські» – на 8т, «Шкільні» – на 2 т, «Молочні» – на 1 т при зменшенні обсягів випуску макаронів «Яєчні» – на 5 т.

В зв’язку із збільшенням обсягу випуску продукції обсяг товарної продукції може зрости на 11,77 тис.грн., собівартість товарної продукції – 10,0 тис.грн.

Прибуток від реалізації збільшиться на 1,77 тис.грн., витрати на 1 гривню товарної продукції зменшаться на 0,3 коп.

Потреби в борошні також зростуть на 10,8 т, але вони в межах запасу.

План оптимальний.

Контрольні запитання

1. Записати математичну модель основної задачі лінійного програмування.
2. Як зміниться формулювання основної задачі лінійного програмування при мінімізації цільової функції?
3. Навести приклади економічних задач, які можна звести до задачі лінійного програмування.
4. Сформулювати задачу оптимізації виробничої програми.
5. Записати економіко-математичну модель задачі оптимального випуску однорідної продукції.
6. Що в задачі оптимізації виробничої програми визначає цільова функція?
7. Що в задачі оптимізації виробничої програми визначають обмеження на зміні?
8. Що визначають умови невід'ємності змінних?

Література: [1, с. 371-377; 2, с. 117-190; 3; 6, с. 41-47]

Тема: «Оптимальне планування на підприємствах харчової промисловості»

Лабораторна робота № 3
Оптимізація виробничої програми шоколадного цеху

Задача 1 – досягнення максимального прибутку

1. Розрахувати обсяг ресурсів на свій асортимент.
2. Побудувати модель оптимального річного плану підприємства у загальному вигляді по критерію оптимізації **– максимальний прибуток**.
3. За допомогою отриманих нерівностей чи рівнянь побудувати та записати матрицю коефіцієнтів і функцію цілі.
4. Вирішити задачу на ЕОМ.
5. Заповнити вихідну таблицю та дати економічний аналіз.

Задача 2 – досягнення мінімальної собівартості

1. Розрахувати обсяг ресурсів на свій асортимент.
2. Побудувати модель оптимального річного плану підприємства у загальному вигляді по критерію оптимізації **– мінімальна собівартість**.
3. За допомогою отриманих нерівностей чи рівнянь побудувати та записати матрицю коефіцієнтів і функцію цілі.
4. Вирішити задачу на ЕОМ.
5. Заповнити вихідну таблицю.
6. **Дати порівняльний економічний аналіз задачі 1 та задачі 2.**

Процес рішення оптимізаційної задачі складається з трьох етапів: побудова економіко-математичної моделі, знаходження оптимального рішення задачі, аналіз результатів рішення.

Для побудування абстрактної економіко-математичної моделі асортиментної задачі введемо наступні умовні позначення:

i – індекс виду продукції;

i = 1, 2, ... , n – кількість видів продукції;

X_i – оптимальний випуск продукції і-того виду;

j – індекс виду провідного обладнання;

j = 1, 2, ... , m – кількість одиниць провідного обладнання;

a_{ij} – зв'язуючий коефіцієнт, визначаючий норму витрат часу роботи обладнання *j*-го виду на випуск одиниці продукції і-го виду;

A_j – потужність обладнання j-го виду за плановий період (рік);

$D_i^{\min}, D_i^{\max}$ – відповідно верхня і нижня межа попиту на продукцію і-го виду,

P_j – питомий прибуток від реалізації одиниці продукції і-го виду;

S_i – оптово-відпускна ціна одиниці продукції і-го виду (діюча);

S – вартість порівняльної товарної продукції звітного чи планового року.

Приклад виконання лабораторної роботи

Задача 1

В загальному вигляді модель задачі формулюється наступним чином.

1. Цільова функція – отримати максимальний прибуток від випуску шоколаду при визначених обмеженнях по продуктивності обладнання, собівартості, попиту, загальному випуску:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i \rightarrow \max. \tag{3.1}$$

Обмеження:

1. По провідному обладнанню:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le A_j; \qquad j = 1, 2, \ldots, m. \tag{3.2}$$

2. По випуску товарної продукції:

$$\sum_{i=1}^{n} S_i x_i \ge S; \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{3.3}$$

2. По попиту на окремі види продукції

$$\begin{aligned} x_j &\le D'_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n, \\ x_j &\le D_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n. \end{aligned} \tag{3.4}$$

3. По собівартості продукції:

$$\sum_{j=1}^{n} B_j x_j \le B_j; \qquad j = 1, 2, \ldots, n. \tag{3.5}$$

4. Умови невід’ємності змінних:

$$X_j \ge 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n; \tag{3.6}$$

Робоча модель задачі 1

Вихідні дані для побудування робочої моделі маємо в таблиці 3.1.

1. Цільова функція – отримати максимальний прибуток від випуску шоколаду при визначених обмеженнях по продуктивності обладнання, собівартості, попиту, загальному випуску тощо:

$$F(x) = 1212{,}70\,\mathbf{x_1} + 1715{,}24\,\mathbf{x_2} + 1068{,}31\,\mathbf{x_3} + 1570{,}85\,\mathbf{x_4} + 321{,}84\,\mathbf{x_5} + 1044{,}60\,\mathbf{x_6} + 1793\,\mathbf{x_7} + 667{,}56\,\mathbf{x_8} \rightarrow \max$$

2. Обмеження:

Розрахунок обмежень для системи рівнянь наведено в таблиці 3.2.

1) По сировині:

Цукор

$$500x_1 + 500x_2 + 500x_3 + 500x_4 + 540x_5 + 540\,x_6 + 510x_7 + 400x_8 \le 118640$$

Какао терте

$$450x_1 + 450x_2 + 287x_3 + 287x_4 + 100x_5 + 100\,x_6 + 210x_7 + 200x_8 \le 555726$$

Какао-масло

$$50x_1 + 50x_2 + 150x_3 + 150x_4 + 160x_5 + 200\,x_6 + 150x_7 + 200x_8 \le 311640$$

Молоко

$$60x_3 + 60x_4 + 200x_5 + 200\,x_6 + 90x_7 \le 186000$$

Сіль

$$3x_3 + 3x_4 \le 1674$$

Арахіс

$$200x_8 \le 72000$$

Фундук

$$40x_5 \le 4320$$

2) По випуску продукції:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \ge 1875$$

3) По випуску товарної продукції:

$$3780x_1 + 975x_2 + 3942x_3 + 1300x_4 + 5076x_5 + 1625x_6 + 20{,}03x_7 + 3060x_8 \ge 21078{,}03$$

4) По собівартості продукції:

$$9587{,}3x_1 + 11284{,}76x_2 + 9731{,}69x_3 + 11429{,}15x_4 + 10478{,}16x_5 + 11955{,}4x_6 + 12874x_7 + 9532{,}44x_8 \le 19334{,}45$$

Таблиця 3.1

Вихідні дані

№ п/п	Вид продукції	Оптова ціна грн./т	Собівар-тість, грн./т	Норма витрат сировини, кг/т							Попит, т	
				Цукор	Какао терте	Какао-масло	Молоко	Сіль	Арахіс	Фундук	мінімум	максимум
1	"Світоч" дес. 100	10800	9587,30	500	450	50	0	0	0	0	300	400
2	"Світоч" дес. 20	13000	11284,76	500	450	50	0	0	0	0	50	100
3	"Світоч" особл. 100	10800	9731,69	500	287	150	60	3	0	0	300	430
4	"Світоч" особл. 20	13000	11429,15	500	287	150	60	3	0	0	70	130
5	"Світоч" мол. 100	10800	10478,16	540	100	160	200	0	0	0	400	540
6	"Світоч" мол. 20	13000	11955,40	540	100	160	200	0	0	0	100	150
7	"Казковий" 15	14667	12874,00	510	210	150	90	0	0	40	80	100
8	"Світоч" арах. 100	10200	9532,44	400	200	200	0	0	200	0	250	350

Таблиця 3.2

Розрахунок обмежень

		Товарна продукція, тис.грн.	Собі вартість товарної прод. тис.грн	Запаси сировини в кг							Середній попит	Птомий прибуток, грн./т	Прибуток, тис.грн.
				Цукор	Какао терте	Какао-масло	Молоко	Сіль	Арахіс	Фундук			
1	"Світоч" дес. 100	3780	3356	210000	189000	21000	0	0	0	0	350	1212,70	424,445
2	"Світоч" дес. 20	975	846	45000	40500	4500	0	0	0	0	75	1715,24	128,643
3	"Світоч" особл. 100	3942	3552	219000	125706	65700	26280	1314	0	0	365	1068,31	389,933
4	"Світоч" особл. 20	1300	1143	60000	34440	18000	7200	360	0	0	100	1570,85	157,085
5	"Світоч" мол. 100	5076	4925	304560	56400	90240	112800	0	0	0	470	321,84	151,26
6	"Світоч" мол. 20	1625	1494	81000	15000	24000	30000	0	0	0	125	1044,60	130,575
7	"Казковий" 15	1320,03	1159	55080	22680	16200	9720	0	0	4320	90	1793,00	161,37
8	"Світоч" арах. 100	3060	2860	144000	72000	72000	0	0	72000	0	300	667,56	200,268
		21078,03	**19334**	**1118640**	**555726**	**311640**	**186000**	**1674**	**72000**	**4320**	**1875**		**1743,584**

5) По максимальному та мінімальному попиту:

$$x_1 \le 400, \qquad x_1 \ge 300,$$
$$x_2 \le 100, \qquad x_2 \ge 50,$$
$$x_3 \le 430, \qquad x_3 \ge 300,$$
$$x_4 \le 130, \qquad x_4 \ge 70,$$
$$x_5 \le 540, \qquad x_5 \ge 400,$$
$$x_6 \le 150, \qquad x_6 \ge 100,$$
$$x_7 \le 100, \qquad x_7 \ge 80,$$
$$x_8 \le 350, \qquad x_8 \ge 250.$$

6) По невід'ємних змінних:

$$x_1 \ge 0,$$
$$x_2 \ge 0,$$
$$x_3 \ge 0,$$
$$x_4 \ge 0,$$
$$x_5 \ge 0,$$
$$x_6 \ge 0,$$
$$x_7 \ge 0,$$
$$x_8 \ge 0.$$

Для реалізації задачі на ЕОМ будуємо робочу матрицю (табл. 3.3), використовуючи вище наведену робочу модель.

Таблиця 3.3

Матриця

	Показники	***Вид продукції***								***Обмеження***	
		"Світоч" дес. 20	"Світоч" дес. 20	"Світоч" особл. 100	"Світоч" особл. 20	"Світоч" мол. 100	"Світоч" мол. 20	"Казковий" 15	"Світоч" арах. 100	знак	величина
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8		
	Функція цілі	1212,70	1715,24	1068,31	1570,85	321,84	1044,60	1793,00	667,56	→	max
	Обмеження:										
	По сировині:										
1	Цукор	500	500	500	500	540	540	510	400	≤	1118640
2	Какао терте	450	450	287	287	100	100	210	200	≤	555726
3	Какао-масло	50	50	150	150	160	200	150	200	≤	311640
4	Молоко	0	0	60	60	200	200	90	0	≤	186000
5	Сіль	0	0	3	3	0	0	0	0	≤	1674
6	Арахіс	0	0	0	0	0	0	0	200	≤	72000
7	Фундук	0	0	0	0	0	0	40	0	≤	4320
8	**По випуску продукції**	1	1	1	1	1	1	1	1	≥	1875
9	**Товарна продукція**	37800	9750	39420	13000	50760	16250	13200,3	30600	≥	21078,03
10	**Собівартість**	9587,3	11284,76	9731,69	11429,15	10478,16	11955,4	12874	9532,44	≤	19334,45

Продовження таблиці 3.3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
11	**По попиту**	1								≤	400
12			1							≤	100
13				1						≤	430
14					1					≤	130
15						1				≤	540
16							1			≤	150
17								1		≤	100
18									1	≤	350
19		1								≥	300
20			1							≥	50
21				1						≥	300
22					1					≥	70
23						1				≥	400
24							1			≥	100
25								1		≥	80
26									1	≥	250
27	**По невід’ємних змінних**	1								≥	0
28			1							≥	0
29				1						≥	0
30					1					≥	0
31						1				≥	0
32							1			≥	0
33								1		≥	0
34									1	≥	0

Отримані результати від оптимізації виробничої програми лінії виробництва шоколадних виробів записуємо в таблицю 3.4.

Таблиця 3.4

Результати оптимізації виробничої програми

Показник	Одиниці виміру	До оптимізації	Після оптимізації	Відхилення	
				абсолютне	відносне
1. Обсяг випуску продукції у натуральному виразі:		1875			
"Світоч" дес. 100	т	350			
"Світоч" дес. 20	т	75			
"Світоч" особл. 100	т	365			
"Світоч" особл. 20	т	100			
"Світоч" мол. 100	т	470			
"Світоч" мол. 20	т	125			
"Казковий" 15	т	90			
"Світоч" арах. 100	т	300			
2. Товарна продукція	тис.грн	210780			
3. Собівартість	тис.грн	19334			
4. Прибуток	тис.грн	1744			
5. Рентабельність продукції	%	9,02			
6. Витрати на 1 грн. ТП	грн	0,09			
7. Використання сировини:	кг	2250000			
Цукор	кг	1118640			
Какао терте	кг	555726			
Какао-масло	кг	311640			
Молоко	кг	186000			
Сіль	кг	1674			
Арахіс	кг	72000			
Фундук	кг	4320			

Розрахунок моделі виконують за порядком, наведеним у лабораторній роботі № 1.

У висновку треба описати, як оптимізація дозволила поліпшити основні економічні показники.

Задача 2

В загальному вигляді модель задачі формулюється наступним чином.

1. Цільова функція – отримати **мінімальну собівартість** випуску шоколаду при визначених обмеженнях по продуктивності обладнання, собівартості, попиту, загальному випуску:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} S_i x_i \rightarrow \min. \qquad (3.7)$$

Обмеження:

1. По провідному обладнанню:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le A_j; \qquad j = 1, 2, \ldots, m. \qquad (3.8)$$

2. По випуску товарної продукції:

$$\sum_{i=1}^{n} S_i x_i \ge S; \quad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (3.9)$$

3. По попиту на окремі види продукції

$$x_j \le D'_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$
$$x_j \le D_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n. \qquad (3.10)$$

4. Прибуток за середнім попитом:

$$\sum_{j=1}^{n} P_j x_j \le P_j; \qquad j = 1, 2, \ldots, n. \qquad (3.12)$$

5. Умови невід'ємності змінних:

$$x_j \ge 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n; \qquad (3.13)$$

Робоча модель задачі 2

1. Цільова функція – отримати **мінімальну собівартість** випуску шоколаду при визначених обмеженнях по сировині, продуктивності обладнання, попиту, загальному випуску тощо:

$$F(x) = 3355{,}6\,\mathbf{x_1} + 846{,}4\,\mathbf{x_2} + 3552{,}1\,\mathbf{x_3} + 1142{,}9\,\mathbf{x_4} + 4924{,}7\,\mathbf{x_5} + 1494{,}4\,\mathbf{x_6} + 1158{,}7\,\mathbf{x_7} + 2860\,\mathbf{x_8} \rightarrow \min$$

2. Обмеження:

1) По сировині:

Цукор

$$500x_1 + 500x_2 + 500x_3 + 500x_4 + 540x_5 + 540\,x_6 + 510x_7 + 400x_8 \le 118640$$

Какао терте

$$450x_1 + 450x_2 + 287x_3 + 287x_4 + 100x_5 + 100\,x_6 + 210x_7 + 200x_8 \le 555726$$

Какао-масло

$50x_1 + 50x_2 + 150x_3 + 150x_4 + 160x_5 + 200x_6 + 150x_7 + 200x_8 \le 311640$

Молоко

$60x_3 + 60x_4 + 200x_5 + 200x_6 + 90x_7 \le 186000$

Сіль

$3x_3 + 3x_4 \le 1674$

Арахіс

$200x_8 \le 72000$

Фундук

$40x_5 \le 4320$

2) По випуску продукції:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \ge 1875$

3) По випуску товарної продукції:

$3780x_1 + 975x_2 + 3942x_3 + 1300x_4 + 5076x_5 + 1625x_6 + 20{,}03x_7 + 3060x_8 \ge 21078{,}03$

4) Прибуток за середнім попитом:

$424{,}445x_1+128{,}643x_2+389{,}933x_3+157{,}085x_4+151{,}26x_5+130{,}575x_6+161{,}37x_7+200{,}268x_8 \ge 1743{,}584$

5) По максимальному та мінімальному попиту:

x_1	$\le$	400,	x_1	$\ge$	300,
x_2	$\le$	100,	x_2	$\ge$	50,
x_3	$\le$	430,	x_3	$\ge$	300,
x_4	$\le$	130,	x_4	$\ge$	70,
x_5	$\le$	540,	x_5	$\ge$	400,
x_6	$\le$	150,	x_6	$\ge$	100,
x_7	$\le$	100,	x_7	$\ge$	80,
x_8	$\le$	350,	x_8	$\ge$	250.

6) По невід’ємних змінних:

$x_1 \ge 0,$
$x_2 \ge 0,$
$x_3 \ge 0,$
$x_4 \ge 0,$
$x_5 \ge 0,$
$x_6 \ge 0,$
$x_7 \ge 0,$
$x_8 \ge 0.$

Для реалізації задачі на ЕОМ будуємо робочу матрицю (табл. 3.5), використовуючи вище наведену робочу модель.

Таблиця 3.5

Матриця

	Показники	***Вид продукції***								***Обмеження***	
		"Світоч" дес. 20	"Світоч" дес. 20	"Світоч" особл. 100	"Світоч" особл. 20	"Світоч" мол. 100	"Світоч" мол. 20	"Казковий" 15	"Світоч" арах. 100	знак	величина
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8		
	Функція цілі	3355,6	846,4	3552,1	1142,9	4924,7	1494,4	1158,7	2860	→	min
	Обмеження:										
	По сировині:										
1	Цукор	500	500	500	500	540	540	510	400	≤	1118640
2	Какао терте	450	450	287	287	100	100	210	200	≤	555726
3	Какао-масло	50	50	150	150	160	200	150	200	≤	311640
4	Молоко	0	0	60	60	200	200	90	0	≤	186000
5	Сіль	0	0	3	3	0	0	0	0	≤	1674
6	Арахіс	0	0	0	0	0	0	0	200	≤	72000
7	Фундук	0	0	0	0	0	0	40	0	≤	4320
8	**По випуску продукції**	1	1	1	1	1	1	1	1	≥	1875
9	**Товарна продукція**	37800	9750	39420	13000	50760	16250	13200,3	30600	≥	21078,03
10	**Прибуток**	424,445	128,643	389,93	157,085	151,2648	130,575	161,37	200,268	≥	1743,58

Продовження таблиці 3.5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
11	**По попиту**	1								≤	400
12			1							≤	100
13				1						≤	430
14					1					≤	130
15						1				≤	540
16							1			≤	150
17								1		≤	100
18									1	≤	350
19		1								≥	300
20			1							≥	50
21				1						≥	300
22					1					≥	70
23						1				≥	400
24							1			≥	100
25								1		≥	80
26									1	≥	250
27	**По невід’ємних змінних**	1								≥	0
28			1							≥	0
29				1						≥	0
30					1					≥	0
31						1				≥	0
32							1			≥	0
33								1		≥	0
34									1	≥	0

Отримані результати від оптимізації виробничої програми лінії виробництва шоколадних виробів записуємо в таблицю 3.6

Таблиця 3.6

Результати оптимізації виробничої програми

Показник	Одиниці виміру	До оптимізації	Після оптимізації	Відхилення	
				абсолютне	відносне
1. Обсяг випуску продукції у натуральному виразі:	т	1875			
"Світоч" дес. 100	т	350			
"Світоч" дес. 20	т	75			
"Світоч" особл. 100	т	365			
"Світоч" особл. 20	т	100			
"Світоч" мол. 100	т	470			
"Світоч" мол. 20	т	125			
"Казковий" 15	т	90			
"Світоч" арах. 100	т	300			
2. Товарна продукція	тис.грн	210780			
3. Собівартість	тис.грн	19334			
4. Прибуток	тис.грн	1744			
5. Рентабельність продукції	%	9,02			
6. Витрати на 1 грн. ТП	грн	0,09			
7. Використання сировини:	кг	2250000			
Цукор	кг	1118640			
Какао терте	кг	555726			
Какао-масло	кг	311640			
Молоко	кг	186000			
Сіль	кг	1674			
Арахіс	кг	72000			
Фундук	кг	4320			

Розрахунок моделі виконують за порядком, наведеним у лабораторній роботі № 1.

У висновку треба описати як оптимізація дозволила поліпшити основні економічні показники.

Дати порівняльний економічний аналіз задачі 1 та задачі 2 за результатами оптимізації. Визначити кращу модель.

Контрольні запитання

1. Основні поняття теорії прийняття рішень: керівні дії, альтернатива, стратегія, керування, критерії оптимальності, дослідження операцій.
2. Схема процесу прийняття рішення.
3. Циклічність процедури прийняття рішення.
4. Який план вважається оптимальним на підприємстві?
5. Які критерії оптимальності використовуються в економічних моделях?
6. Які обмеження використовуються в економічних моделях?
7. Сформулюйте економічну постановку задачі розрахунку оптимальної виробничої програми підприємства.
8. Побудуйте математичну модель задачі оптимальної виробничої програми підприємства.
9. Наведіть порядок визначення оптимальної виробничої програми підприємства із застосуванням електронних таблиць Excel.

Література: [1, с. 387-377; 2, с. 117-190; 5, с. 59; 6, с. 41-47]

Тема: «Оптимальне планування на підприємствах харчової промисловості»

Лабораторна робота № 4
Оптимізація виробничої програми молочного заводу

Задача

У табл. 4.1 дані асортимент виробів, що випускаються в розрізі основних показників роботи підприємства. Побудувати модель оптимальної річної програми підприємства в загальному, табличному та аналітичному вигляді за критерієм оптимізації – максимум прибутку.

Розрахувати обсяг ресурсів на свій асортимент, який задається варіантом. Побудувати матрицю коефіцієнтів. Виконати розв'язання задачі на ПК. Виконати економічний аналіз отриманих результатів.

Таблиця 4.1

Вихідні дані для оптимізації молочного виробництва

Асортимент продукції	Річна потужність обладнання, т за рік		Розцінка виробітку 1т, грн.	Оптова ціна 1 тони, грн.	Собівартість 1 тони, грн.	Норми витрат молока, т/т	Попит, т	
	тетра-пак	пляшки					мінімальний	максимальний
1.Молоко тетра-пак, з м.д.ж.3,2%	50000		3,5	3500	2700	0,975	1000	2000
2.Молоко тетра-пак, з м.д.ж.2,5%	50000		3,5	2800	2400	0,922	2000	4000
3.Молоко 1л, з м.д.ж.2,5%		30000	15,4	3600	3000	0,922	1000	2000
4.Молоко 1л., з м.д.ж.3,2%		30000	15,4	2600	2500	0,975	1200	1500
5.Молоко 0,5л, з м.д.ж.2,5%		30000	15,4	2500	2100	0,922	600	800
6.Молоко 0,5л, з м.д.ж.3,2%		30000	15,4	2700	2200	0,975	850	1000
7.Молоко топлене 0,5л		30000	15,4	2900	2700	1,052	5000	6000
8.Кефір1л, з м.д.ж.2,5%		30000	15,4	2700	2500	0,981	600	700
9.Кефір 1л, з м.д.ж.3,2%		30000	15,4	2800	2600	0,985	100	120
10.Ряжанка 1л		25000	15,4	2900	2500	1,044	150	200
11.Простокваша 1л		25000	15,4	3000	2800	1,038	800	900
12.Вершки 1л		25000	15,4	3900	3100	2,310	280	320

Товарна продукція (план) – 50000 тис грн. Можливі сировинні ресурси по закріпленій зоні заводу –7100 т, річний фонд оплати праці – 300 тис. грн. на рік.

Для виконання роботи потрібно обрати асортимент продукції для оптимізації. Після цього потрібно обрати мету рішення задачі на основі якої буде будуватись функція цілі. Функцією цілі може бути максимізація вартості або кількості виробленої продукції або загального прибутку від виробництва або мінімізація витрат на виробництво продукції. Для побудови задачі також потрібно обрати ресурси за якими будуть будуватись обмеження і визначити максимальний можливий річний запас цього ресурсу на підприємстві. У вигляді ресурсів можна розглядати потужність, сировину, основні види матеріалів, фонд зарплати, фонд часу роботи обладнання або робочих, трудомісткість виконаних робіт тощо. В моделі потрібно враховувати також обмеження за попитом.

Для побудування моделі асортиментної задачі введемо наступні умовні позначення:

i – індекс виду продукції;

i = 1, 2, ... , n – кількість видів продукції;

X_i – оптимальний випуск продукції і-того виду;

a_{ij} – норма витрат і-того виду ресурсу на одиницю j-того виду продукції;

A_i – обсяг запасів ресурсу (молока);

j – індекс виду провідного обладнання;

j = 1, 2, ... , m – кількість одиниць провідного обладнання;

b_{ij} – потужність обладнання j-го виду для і-го виду продукції;

B_j – потужність обладнання j-го виду за плановий період (рік);

D_i^{min}, D_i^{max} – відповідно верхня і нижня межа попиту на продукцію і-го виду;

P_j – питомий прибуток від реалізації одиниці продукції і-го виду;

C_i – питома собівартість і-го виду продукції;

C – собівартість продукції звітного чи планового року;

S_i – оптово-відпускна ціна одиниці продукції і-го виду (діюча);

S – вартість порівняльної товарної продукції звітного чи планового року.

R_i – розцінка виробітку 1т, і-го виду продукції, грн.;

R – фонд оплати праці робочих-відрядників.

Робоча модель

1. **Функція цілі** – максимуми прибутку:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i \rightarrow \max.$$

Обмеження:

1. По провідному обладнанню:

$$\sum_{j=1}^{m} b_{ij} x_j \le B_j; \qquad j = 1, 2, \dots, m.$$

2. По випуску товарної продукції:

$$\sum_{i=1}^{n} S_i x_i \ge S; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

3. По попиту на окремі види продукції

$$x_j \le D'_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$

$$x_j \le D_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n.$$

4. По фонду оплати праці робочих:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i x_i \ge R; \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

5. По собівартості продукції:

$$\sum_{j=1}^{n} C_j x_j \le C_j; \quad j = 1, 2, \ldots, n.$$

6. Умови невід'ємності змінних:

$$x_j \ge 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Отримані результати від оптимізації виробничої програми записуємо в таблицю 4.2.

Розрахунок моделі виконують за порядком, наведеним у лабораторній роботі № 1. У висновку треба описати як оптимізація дозволила поліпшити основні економічні показники.

Таблиця 4.2

Результати оптимізації виробничої програми

Найменування показника	Значення показника		Відхилення	
	До оптимізації	Після оптимізації	Абсолютне	Відносне
1. Випуск продукції, т				
X_1				
X_2				
X_3				
X_4				
2. Товарна продукція, тис. грн.				
3. Собівартість випуску продукції, тис. грн.				
4. Прибуток, тис. грн.				
5. Рентабельність продукції, %				
6. Витрати на 1 грн. ТП, грн.				
7. Потреби в сировині (молоко), т				
8. Використання фонду оплати праці, тис. грн.				

Контрольні запитання

1. Які методи існують при вирішенні задач лінійного програмування?
2. Поясніть принципову суть симплекс-методу.
3. Сформулюйте економічну постановку задачі розрахунку оптимальної виробничої програми підприємства.
4. Побудуйте математичну модель задачі оптимальної виробничої програми.
5. Які обмеження використовуються в економічних моделях?
6. Які критерії оптимальності використовуються в економічних моделях?
7. Який план вважається оптимальним на підприємстві?
8. Наведіть порядок визначення оптимальної виробничої програми підприємства із застосуванням електронних таблиць Excel.

Література: [1, с. 354-362, 371-376; 2, с. 117-190; 5, с. 59; 6, с.41-47].

Тема: «Оптимальне планування на підприємствах харчової промисловості»

Лабораторна робота № 5
Оптимізація виробничої програми ковбасного виробництва

Задача

У табл. 5.1 дані асортимент виробів, що випускаються в розрізі основних показників роботи підприємства.

Побудувати модель оптимальної річної програми підприємства в загальному, табличному та аналітичному вигляді за критерієм оптимізації – максимум прибутку.

Розрахувати обсяг ресурсів на свій асортимент, який задається варіантом.

Побудувати матрицю коефіцієнтів. Виконати розв'язання задачі на ПК.

Виконати економічний аналіз отриманих результатів.

Таблиця 5.1

Вихідні дані для оптимізації ковбасного виробництва

Асортимент продукції, найменування ковбаси	Норми витрат сировини, т/т		Оптова ціна 1 тонни, грн	Собівартість 1 тонни, грн	Трудомісткість 1 тонни люд./год.	Норми часу роботи обладнання, год./т	Попит	
	яловичина	свинина					мінімальний	максимальний
1.Останкінська	0,7	0,25	5170	4500	57,5	3,8	500	700
2.Лікарська	0,7	0,25	4870	4320	57,5	3,8	600	900
3.Шахтарська	0,7	0,25	3850	3360	57,5	3,8	1000	1200
4.Чайна	0,7	0,25	3320	3010	57,5	3,8	300	500
5.Сосиски молочні	0,5	0,5	4160	3865	55,5	5,2	100	200
6.Сосиски яловичі	0,7	0,25	4050	3800	55,5	5,2	400	500
7.Сосиски шкільні	0,5	0,5	3980	3750	55,5	5,2	300	400
8.Сардельки яловичі	0,7	0,25	4240	3970	55,7	5,2	120	160
9.Одеська п/к	0,3	0,3	6600	5400	74,2	42,4	500	700
10.Московська в/к	0,3	0,3	10270	8500	74,2	42,4	700	800
11.Сервелат в/к	0,3	0,3	10500	8950	74,2	42,4	450	550
12.Московська с/к	0,2	0,5	21000	15600	81,0	158,3	50	70

Врахувати обсяг ресурсів на свій асортимент. Наявність на підприємстві ресурсів така: яловичини – 2000 т; свинини – 750 т; загальна трудомісткість – 190000 люд-год.; час роботи обладнання – 20000 год. на рік.

Приклад виконання задачі оптимізації виробничої програми підприємства (цеху, дільниці)

Для побудови плану виробництва різних видів продукції на підприємстві потрібно керуватись наявністю, обсягами і нормами використання різних видів ресурсів на одиницю продукції. Також потрібно враховувати розмір попиту на окремі види продукції і ефективність їх виробництва (ціна, прибуток, рентабельність або собівартість одиниці продукції).

Формулювання моделі задачі розрахунку оптимальної виробничої програми підприємства: потрібно визначити оптимальну виробничу програму підприємства по випуску різних видів продукції на основі наявних ресурсів з метою досягнення максимального ефекту від випуску продукції.

Для побудови економіко-математичної моделі задачі введемо такі позначення:

x_j – обсяг виробництва j-того виду продукції.

i – індекс виду ресурсу, i=1,2,...,n;

j – індекс виду продукції, j=1,2,...,m;

a_{ij} – норма використання і-того виду ресурсу на одиницю j-того виду продукції;

A_i – обсяг запасів і-того виду ресурсу;

B_j – величина договірних поставок j-того виду продукції;

C_j – ефективність (ціна або прибуток, тоді функція цілі максимізується , або собівартість – тоді мінімізується) виробництва одиниці продукції j-того виду;

Враховуючи введені позначення, математична модель набуде вигляду:

$F(x) = \sum_{j=1}^{m} c_j x_j \rightarrow \max(\min)$ в залежності від вибору c_j .

Обмеження:

1) по використанню наявних ресурсів

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_j \leq A_i ;$$

2) по випуску деяких видів продукції

$x_j <$ або $\geq B_j$, $j = 1,2,...,n;$

3) умова невід'ємності даних

$x_j >= 0$, $j = 1,2,...,n.$

Приклад виконання лабораторної роботи

В табл. 5.2 подано дані щодо асортименту виробів, який випускається, в розрізі основних показників роботи підприємства.

Потрібно: побудувати модель оптимальної виробничої річної програми підприємства за критерієм – максимум прибутку; врахувати обсяг ресурсів на свій асортимент. Наявність ресурсів така: яловичини – 2000 т; свинини – 750 т; загальна трудомісткість – 190000 люд-год.; час роботи обладнання – 20000 год. на рік.

Таблиця 5.2

Вихідні дані для оптимізації ковбасного виробництва

Найменування ковбаси	Норми витрат сировини, т/т		Ціна 1 тонни грн.	Витрати на 1 т, грн.	Трудо-місткість 1 т, люд./год.	Норми часу роб. облад., год./т	Випуск продукції до оптиці-зації, т	Макси-маль-ний попит
	Ялови-чина	Свини-на						
1.Останкінська	0,6	0,35	5170	4500	58,4	4,0	500	700
2.Лікарська	0,5	0,45	4870	4320	54,6	4,0	600	900
3.Шахтарська	0,7	0,25	3850	3360	55,2	3,8	1000	1200
4.Чайна	0,8	0,15	3320	3010	57,5	3,8	300	500

Розв’язання

Спочатку побудуємо математичну модель задачі, для цього визначимо спочатку змінні: X_j – випуск продукції j-того виду. В даній моделі чотири змінні X_1, X_2, X_3 і X_4 – це відповідно випуск ковбас “Останкінська”, “Лікарська”, “Шахтарська” і “Чайна”.

Для того, щоб побудувати функцію цілі – максимум річного прибутку – потрібно визначити прибуток з виробітку 1 т всіх видів продукції:

“Останкінська”: 5170 – 4500 = 670 грн.;

“Лікарська”: 4870 – 4320 = 550 грн.;

“Шахтарська”: 3850 – 3360 = 490 грн.;

“Чайна”: 3320 – 3010 = 310 грн.

Функція цілі максимум прибутку запишеться так:

$F(x) = 670X_1 + 550X_2 + 490X_3 + 310X_4 \rightarrow \max$

Обмеження задачі:

– за яловичиною:

$0,6X_1 + 0,5X_2 + 0,7X_3 + 0,8X_4 \leq 2000;$

– за свининою:

$0,35X_1 + 0,45X_2 + 0,25X_3 + 0,15X_4 \leq 750;$

– за трудомісткістю:

$58,4X_1 + 54,6X_2 + 55,2X_3 + 57,2X_4 \leq 190000;$

– за часом роботи обладнання:

$4X_1 + 4X_2 + 3,8X_3 + 3,8X_4 \leq 20000;$

– за попитом:

$X_1 \leq 700;\ X_2 \leq 900;\ X_3 \leq 1200;\ X_4 \leq 500;$

– умова невід’ємності даних:

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0.$

Вирішуємо задачу за допомогою симплекс-методу в Excel з використанням інструменту “Пошук рішення” в меню “Сервіс”. Для цього побудуємо на листі Excel табл. 5.3.

Таблиця 5.3

Матриця коефіцієнтів для рішення задачі оптимізації виробничої програми підприємства

Найменування змінних	Значення змінних	Функція цілі	Обмеження							
			За яловичиною	За свининою	За трудомісткістю	За часом роботи обладнання	За попитом на			
							X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	500	670	0,6	0,35	58,4	4,0	1			
X_2	600	550	0,5	0,45	54,6	4,0		1		
X_3	1000	490	0,7	0,25	55,2	3,8			1	
X_4	300	310	0,8	0,15	57,5	3,8				1
Формули обмежень і функції цілі										
Знак обмеження		max	≤	≤	≤	≤	≤	≤	≤	≤
Запас ресурсу			**2000**	**750**	**190000**	**20000**	**700**	**900**	**1200**	**500**

Отримали таке рішення задачі: X_1=700 т; X_2=280 т; X_3=1200 т; X_4=500 т.

Після того як рішення отримано, потрібно надрукувати звіт про результати, звіт по стійкості, звіт по обмеженням.

Проведемо аналіз результатів за допомогою табл. 5.4.

Таблиця 5.4

Економічна ефективність оптимального рішення

Найменування показника	Значення показника		Відхилення	
	До оптимізації	Після оптимізації	Абсолютне	Відносне
1. Випуск продукції, т				
“Останкінська”	500	700	200	40
“Лікарська”	600	280	–320	–53,33
“Шахтарська”	1000	1200	200	20
“Чайна”	300	500	200	66,67
2. Вартість випущеної продукції, грн.	10353000	11262600	909600	8,79
3. Вартість витрат на випущену продукцію, грн.	9105000	9896600	791600	8,69
4. Прибуток, грн.	1248000	1366000	118000	9,46
5. Рентабельність продукції, %	13,7	13,8	0,10	–
6. Витрати на одиницю продукції, грн.	0,8795	0,8787	–0,0008	–0,09
7.Використання ресурсів:				
– яловичина, т	2000	1800	–200	–10,00
–свинина, т	750	750	0	0,00
–трудомісткість, люд-год.	190000	151158	–38842	–20,44
– час роботи обладнання, год.	20000	10380	–9620	–48,10

Вартість продукції до і після оптимізації розраховуємо, як суму добутків ціни 1 т і відповідної кількості продукції до і після оптимізації. Аналогічно розраховуємо собівартість випуску продукції до і після оптимізації як суму добутків собівартості 1 т продукції і відповідної кількості продукції до і після оптимізації.

Економічний аналіз отриманих результатів

Дану оптимізацію виробничої програми можна вважати доцільною, так як прибуток зростає на 9,6% і складе 1366 тис. грн., також рентабельність продукції зросте на 0,1 %, а витрати на одиницю продукції знизяться на 0,008 коп., що говорить про підвищення ефективності виробництва.

Серед ресурсів повністю використовується лише свинина, тобто цей ресурс є лімітним на підприємстві. Якщо збільшити запас свинини, то можливо збільшити випуск продукції на підприємстві.

Контрольні запитання

1. Поняття про математичне програмування та лінійне програмування.
2. Загальна модель задачі лінійного програмування.
3. Принципи побудови оптимізаційних моделей.
4. Задачі оптимізації виробничої програми. Цільова функція, обмеження на зміні, умови невід'ємності змінних.
5. Наведіть порядок визначення оптимальної виробничої програми підприємства із застосуванням електронних таблиць Excel.

Література: [1, с. 354-362, 371-376; 2, с. 117-190; 5, с. 59; 6, с.41-47].

Тема: «Задачі організації виробництва»

Лабораторна робота № 6
Транспортна задача

Знайти оптимальний розв'язок транспортної задачі, якщо задані витрати на перевезення одиниці вантажу від постачальників **A_1, A_2, A_3** до споживачів **B_1,B_2, B_3, B_4**.

Запаси постачальників і потреби споживачів за даними таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

Запаси постачальників і потреби споживачів

N° вар.	Витрати на перевезення одиниці вантажу												Запаси постачальників			Потреби споживачів			
	A_1				**A_2**				**A_3**										
	B_1	**B_2**	**B_3**	**B_4**	**B_1**	**B_2**	**B_3**	**B_4**	**B_1**	**B_2**	**B_3**	**B_4**	**A_1**	**A_2**	**A_3**	**B_1**	**B_2**	**B_3**	**B_4**
1.	1	2	3	4	4	3	5	6	4	3	6	2	15	45	60	20	30	45	10
2.	5	2	3	4	4	3	5	7	4	3	6	2	25	40	65	10	35	40	15
3.	5	2	3	4	4	3	4	5	4	7	5	4	35	20	35	25	30	55	20
4.	2	9	6	7	3	5	4	2	3	5	4	9	30	10	25	45	15	60	10
5.	7	6	5	6	2	4	3	1	5	3	6	8	25	55	40	30	25	15	35
6.	5	1	4	6	9	3	2	6	8	7	9	5	10	25	45	65	40	10	20
7.	3	5	2	4	6	1	8	9	7	5	3	2	50	85	20	75	15	25	70
8.	6	9	4	3	1	5	6	8	5	7	1	4	20	60	45	80	25	30	45
9.	5	1	4	6	9	3	2	6	8	7	9	5	25	40	65	10	35	40	15
10.	8	3	9	4	7	2	1	5	6	4	8	2	55	20	40	15	75	35	20
11.	1	2	3	4	4	3	5	6	4	3	6	2	25	55	40	30	25	15	35
10.	2	9	6	7	3	5	4	2	3	5	4	9	50	85	20	75	15	25	70
13.	7	6	5	6	2	4	3	1	5	3	6	8	10	25	45	65	40	10	20
14.	6	9	4	3	1	5	6	8	5	7	1	4	30	10	25	45	15	60	10
15.	4	2	3	5	4	3	5	7	4	3	6	2	25	40	65	10	35	40	15
16.	5	8	6	9	1	2	4	7	3	5	8	5	65	15	20	35	40	75	10
17.	4	6	9	4	5	7	6	8	4	9	3	2	20	85	45	15	35	65	55
18.	2	5	3	6	8	5	9	6	4	5	2	1	50	40	35	10	75	45	40
19.	7	5	3	1	5	9	8	6	2	4	5	7	35	40	15	20	35	30	10
20.	2	5	8	4	6	5	7	5	3	1	5	9	25	50	70	85	30	40	65
21.	8	2	4	6	5	3	1	5	7	5	9	5	55	45	25	65	15	25	40
22.	2	4	2	3	6	8	8	4	4	2	2	6	25	30	10	75	10	50	20
23.	9	5	6	4	7	5	1	5	2	3	4	6	85	65	50	80	25	10	45
24.	7	4	6	8	4	2	6	7	5	3	1	5	60	75	20	10	30	30	25
25.	8	5	4	6	8	5	2	1	3	5	6	7	40	80	25	15	40	25	65
26.	3	5	2	4	6	1	8	9	7	5	3	2	20	10	55	30	35	65	20

І. Постановка транспортної задачі

Метою **транспортної задачі** є таке планування перевезень вантажу від постачальників до споживачів, щоб забезпечити мінімальні транспортні витрати.

Введемо позначення:

x_{ij} – змінні, які підлягають розшуку та виражають кількість вантажу, який перевозиться від ***i-го*** постачальника до ***j-го*** споживача ($i=1...m, j=1...n$);

c_{ij} – вартість перевезення одиниці вантажу від i-го постачальника до ***j*-го** споживача;

a_i – кількість одиниць вантажу у ***i-го*** постачальника;

b_j – кількість одиниць вантажу, яка потрібна ***j-му*** споживачу.

Транспортна задача може бути сформульована як частковий випадок задачі лінійного програмування і вирішена симплекс-методом.

Кількість одиниць вантажу у постачальників відповідає попиту **з** боку споживачів, що відображається в умові балансу

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \ . \tag{6.1}$$

Така економіко-математична модель транспортної задачі називається **закритою** та **з** урахуванням умови (8.1) вона має вид:

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min ; \tag{6.2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i (i = 1...m); \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j (j = 1...n); \tag{6.3}$$

$$x_{ij} \geq 0 (i = 1...m, i = 1...n) \ . \tag{6.4}$$

Дана транспортна задача є **збалансованою.**

У наведених виразах формула (6.2) відповідає цільовій функції з мінімізації транспортних витрат. Формули (6.3) є обмеженнями задачі:

- перша формула характеризує те, що весь вантаж від постачальників має бути вивезеним;
- друга формула відтворює той факт, що попит споживачів задовільнений.

Формула (6.4) є умовою невід'ємності змінних.

ІІ. Приклад рішення транспортної задачі за допомогою електронних таблиць

Задача. В Київський області 3 цукрових заводи (**В**) отримують від 5 сільськогосподарських підприємств (**А**) сировину. Скласти такий план перевезень від постачальників до споживачів, щоб вартість перевезень була мінімальною, вантаж від постачальників був вивезеним, а потреби заводів у сировині були задовільнені (табл. 6.2).

Таблиця 6.2

Вихідні дані для транспортної задачі

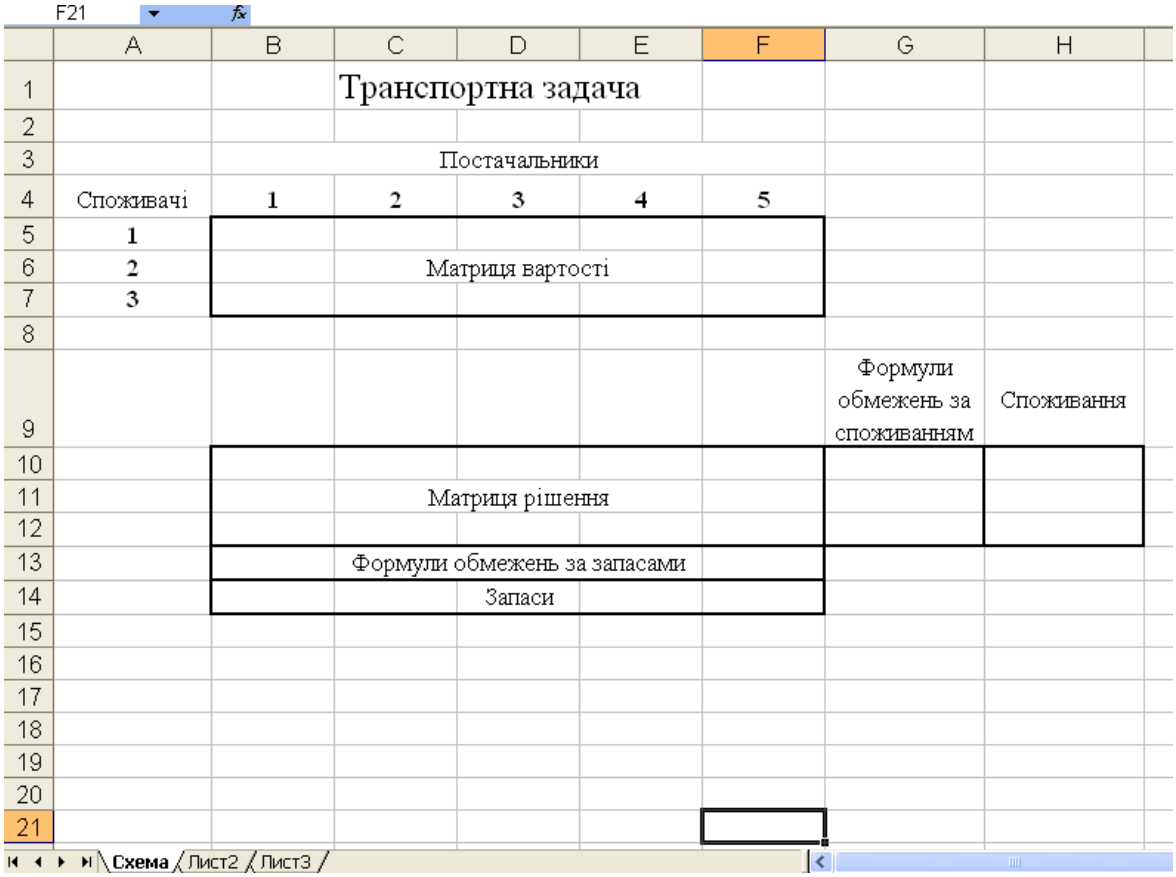
Витрати на перевезення одиниці вантажу

A_1			A_2			A_3			A_4			A_5		
B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3
20	15	35	25	20	35	30	25	25	20	30	30	15	20	25

Продовження таблиці 6.2

Запаси постачальників					Потреби споживачів		
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	B_1	B_2	B_3
100	220	110	170	120	220	240	260

Розглянемо загальну схему розміщення даних в середовищі Excel для рішення транспортної задачі (мал. 6.1).



Малюнок 6.1.

Рішення транспортної задачі на ПК проводиться за таким алгоритмом:

1. Заповнюємо шапку та заготовки рядків і стовпців як на мал. 6.2.
2. Заповнюємо електронну таблицю: блоки «Запаси», «Споживання» та «Матрицю вартості».
3. Записуємо економіко-математичну модель згідно з похідними даними:

$$F(x) = 20x_{11} + 25x_{12} + 30x_{13} + 20x_{14} + 15x_{15} + 15x_{21} + 20x_{22} + 25x_{23} + 30x_{24} + 20x_{25} + 35x_{31} + 35x_{32} + 25x_{33} + 30x_{34} + 25x_{35} \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 220, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 240, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 260, \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 100, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 220, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 110, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 170, \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} = 120; \end{cases}$$

$$x_j \geq 0 \ (i=1\ldots5;\ j=1\ldots3).$$

4. В клітинку G16 за допомогою **Майстра функцій** записуємо формулу цільової функції **=СУММПРОИЗВ(B5:F7;B10:F12)**.
5. У клітинки D13÷F13 записуються формули сумування змінних по стовпцям, що відповідає запасам постачальників **=СУММ(B10:B12).**
6. У клітинки G10÷G12 записуються формули сумування змінних по рядках, що відповідає потребі споживачів **=СУММ(B10:F10) (**мал. 6.2).

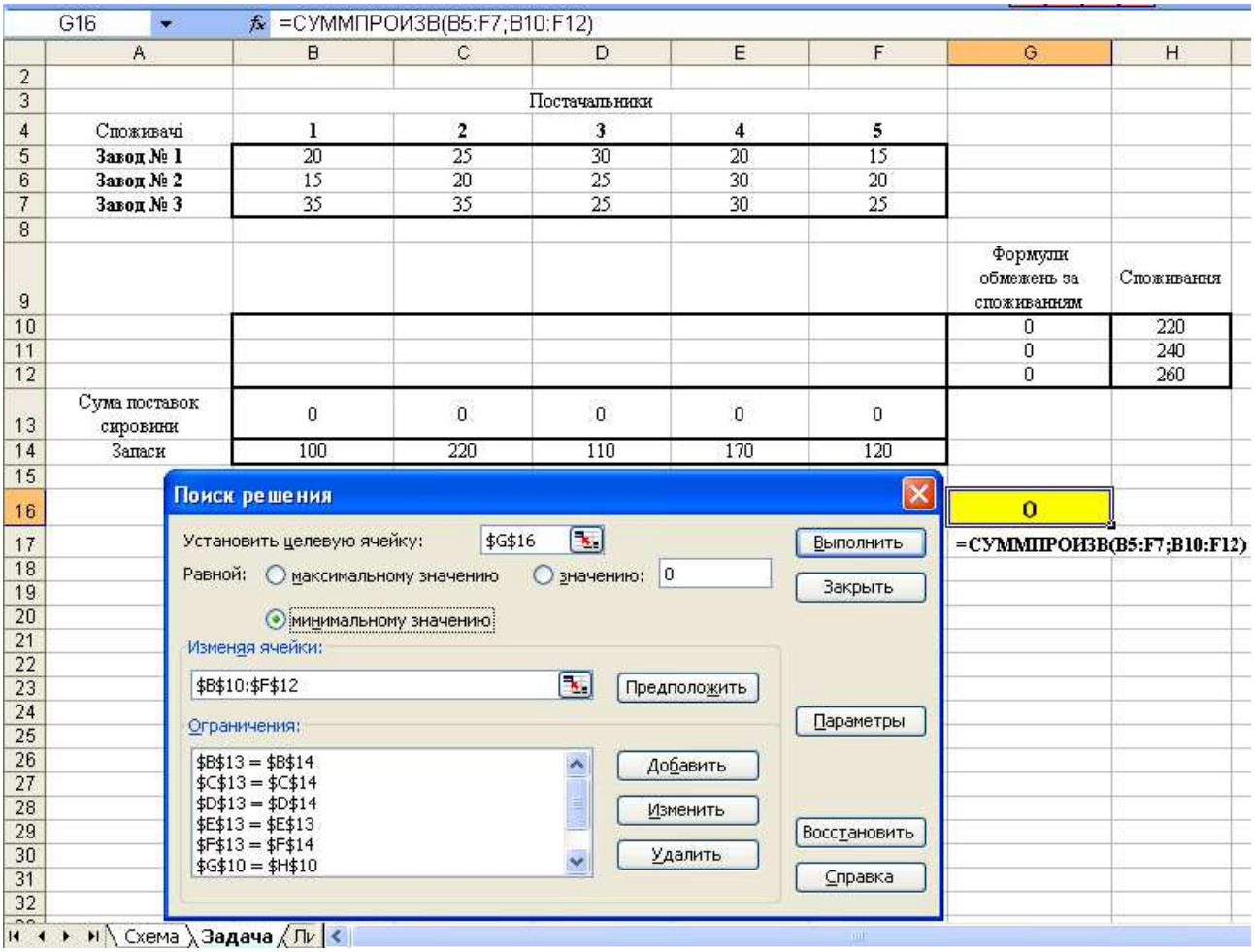
K27

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Транспортна задача					
2								
3				Постачальники				
4	Споживачі	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		
5	**Завод № 1**	20	25	30	20	15		
6	**Завод № 2**	15	20	25	30	20		
7	**Завод № 3**	35	35	25	30	25		
8								
9							Формули обмежень за споживанням	Споживання
10							=СУММ(B10:F10)	220
11							0	240
12							0	260
13	Сума поставок сировини	=СУММ(B10:B12)	0	0	0	0		
14	Запаси	100	220	110	170	120		
15								
16				Цільова функція F(x) → min			0	
17							=СУММПРОИЗВ(B5:F7;B10:F12)	
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								

Схема | Задача

Малюнок 6.2.

7. Відмітити клітинку G16 (цільова функція) та активізувати режим Сервис/Поиск решения (мал. 6.3).



Малюнок 6.3.

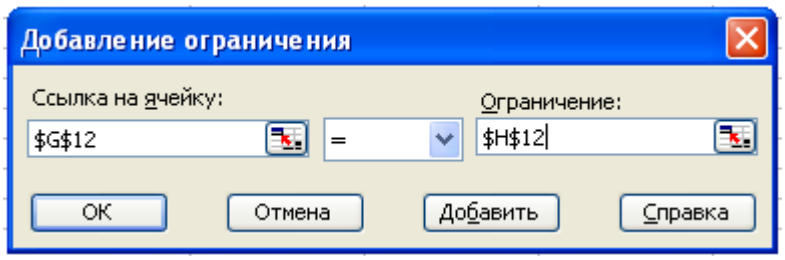
8. Заповнити рядок **Установить целевую ячейку**.

9. Включити один з варіантів оптимізації. Для нашої задачі – **Мінімальному значенню**.

10. Заповнити рядок **Изменяя ячейки** посиланням на блок B10:F12.

11. Заповнити вікно **Ограничения** обмеженнями за рядками і стовпцями змінних, що відповідає запасам постачальників та потребам споживачів (мал. 6.4).

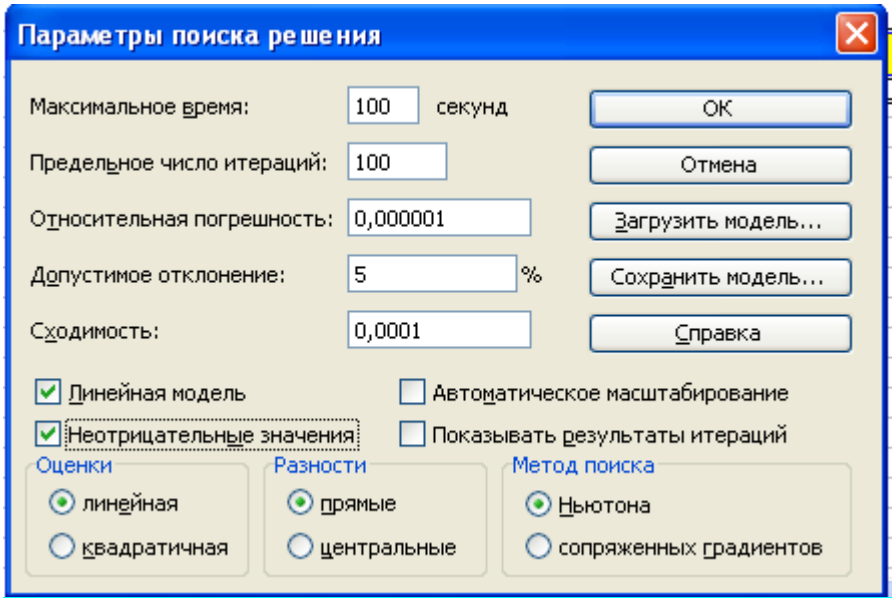
12. У рядку **Знак** вибрати знак « = ».



Малюнок 8.4.

13. Заповнення рядків вікна **Добавить** закінчити натиском кнопки ОК.

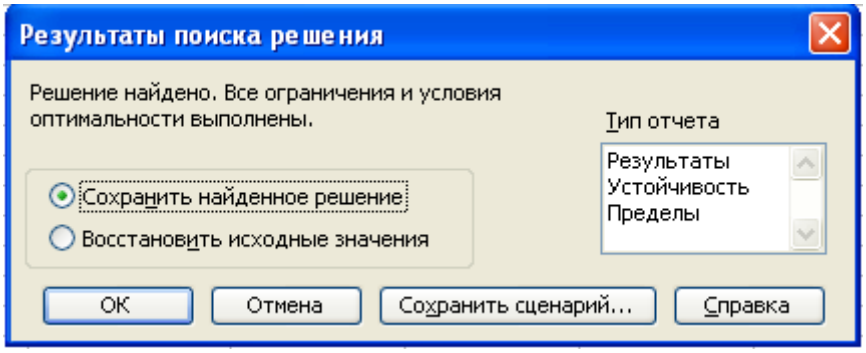
14. Натиснути кнопку **Параметры** та вибрати режим **Линейная модель** і **Неотрицательные значения**, натиснути кнопку ОК (мал. 6.5).



Малюнок 6.5.

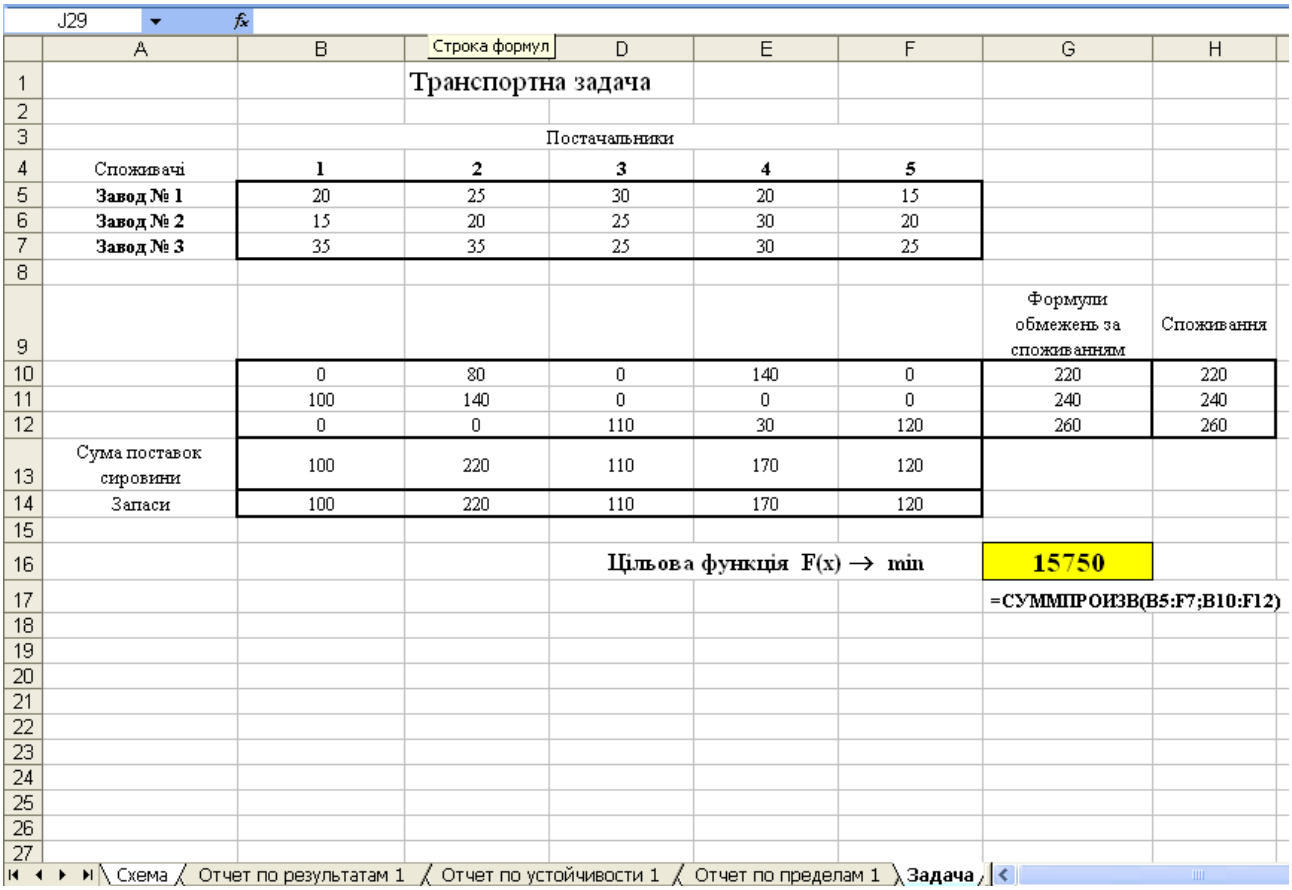
15. Далі натискаємо кнопку **Выполнить**.

16. Після виконання обчислень на екрані з'явиться вікно **Результаты поиска решений**, в ньому відображено результат роботи: Решение найдено Все ограничения и условия оптимальности выполнены (мал. 6.6).



Малюнок 6.6.

Рішення транспортної задачі має вигляд (мал. 6.7):



	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Транспортна задача					
2								
3			Постачальники					
4	Споживачі	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		
5	**Завод № 1**	20	25	30	20	15		
6	**Завод № 2**	15	20	25	30	20		
7	**Завод № 3**	35	35	25	30	25		
8								
9							Формули обмежень за споживанням	Споживання
10		0	80	0	140	0	220	220
11		100	140	0	0	0	240	240
12		0	0	110	30	120	260	260
13	Сума поставок сировини	100	220	110	170	120		
14	Запаси	100	220	110	170	120		
15								
16				Цільова функція F(x) → min			15750	
17							=СУММПРОИЗВ(B5:F7;B10:F12)	

Малюнок 6.7.

III. Економічна інтерпретація математичного розв'язку транспортної задачі

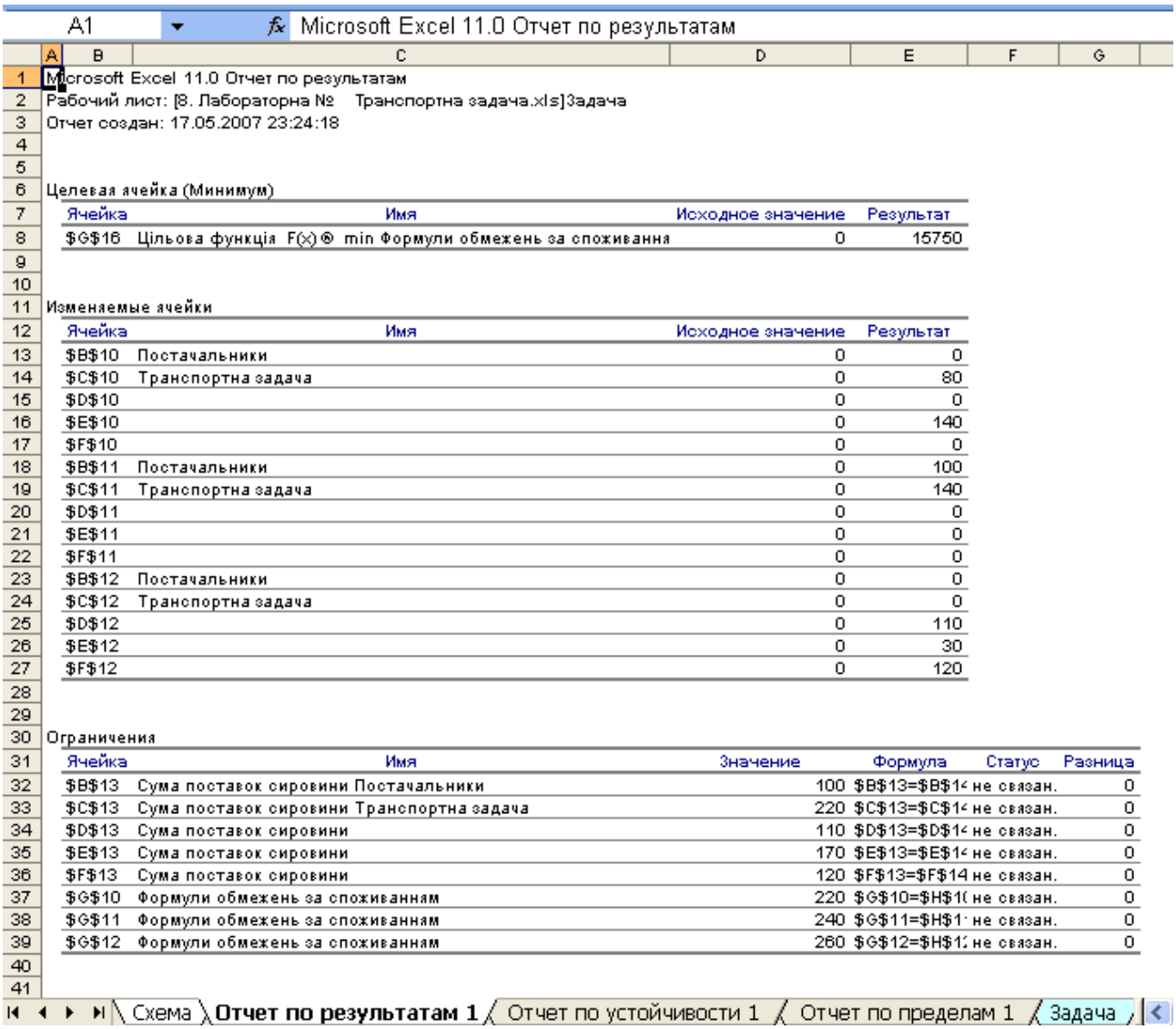
Мінімальна вартість перевезень від постачальників до споживачів (15750 грн.) буде отримана за умови, якщо буде перевезено сировину:

На завод № 1
від господарства № 2 – 80 одиниць,
від господарства № 4 – 140 одиниць.

На завод № 2
від господарства № 1 – 100 одиниць,
від господарства № 2 – 140 одиниць.

На завод № 3
від господарства № 3 – 110 одиниць,
від господарства № 4 – 30 одиниць,
від господарства № 5 – 120 одиниць.

У **звіті по результатам** (мал. 6.8) порівнюються базовий і оптимальний обсяги виробництва. Тут вказані коефіцієнти цільової функції загалом до і після оптимізації, а також обмеження. Навпроти кожного обмеження є статус. Якщо статус зв'язаний, то це означає що ресурс вже використаний повністю і немає можливості збільшити його. Якщо статус не зв'язаний, то це означає що відповідного показника є більше, ніж потрібно, частина його не використана.



A1 — Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам
Рабочий лист: [8. Лабораторна № Транспортна задача.xls]Задача
Отчет создан: 17.05.2007 23:24:18

Целевая ячейка (Минимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$G$16	Цільова функція F(x)® min Формули обмежень за споживання	0	15750

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$B$10	Постачальники	0	0
$C$10	Транспортна задача	0	80
$D$10		0	0
$E$10		0	140
$F$10		0	0
$B$11	Постачальники	0	100
$C$11	Транспортна задача	0	140
$D$11		0	0
$E$11		0	0
$F$11		0	0
$B$12	Постачальники	0	0
$C$12	Транспортна задача	0	0
$D$12		0	110
$E$12		0	30
$F$12		0	120

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
$B$13	Сума поставок сировини Постачальники	100	$B$13=$B$14	не связан.	0
$C$13	Сума поставок сировини Транспортна задача	220	$C$13=$C$14	не связан.	0
$D$13	Сума поставок сировини	110	$D$13=$D$14	не связан.	0
$E$13	Сума поставок сировини	170	$E$13=$E$14	не связан.	0
$F$13	Сума поставок сировини	120	$F$13=$F$14	не связан.	0
$G$10	Формули обмежень за споживанням	220	$G$10=$H$10	не связан.	0
$G$11	Формули обмежень за споживанням	240	$G$11=$H$11	не связан.	0
$G$12	Формули обмежень за споживанням	260	$G$12=$H$12	не связан.	0

Схема | **Отчет по результатам 1** | Отчет по устойчивости 1 | Отчет по пределам 1 | Задача

Малюнок 6.8.

Аналіз **<u>за звітом по стійкості</u>** (мал. 6.9)**.**

Показник нормована вартість, показує як зміниться цільова функція при примусовому збільшенні на одиницю j-го виду споживання. Цей звіт показує, що транспортування сировини на завод № 1 та на завод № 2 є вигідним.

A1 Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости

Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости
Рабочий лист: [8. Лабораторна № Транспортна задача.xls]Задача
Отчет создан: 17.05.2007 23:24:18

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
$B$10	Постачальники	0	0	20	1E+30	0
$C$10	Транспортна задача	80	0	25	0	10
$D$10		0	15	30	1E+30	15
$E$10		140	0	20	0	0
$F$10		0	0	15	1E+30	0
$B$11	Постачальники	100	0	15	0	1E+30
$C$11	Транспортна задача	140	0	20	10	0
$D$11		0	15	25	1E+30	15
$E$11		0	15	30	1E+30	15
$F$11		0	10	20	1E+30	10
$B$12	Постачальники	0	5	35	1E+30	5
$C$12	Транспортна задача	0	0	35	1E+30	0
$D$12		110	0	25	15	1E+30
$E$12		30	0	30	0	0
$F$12		120	0	25	0	1E+30

Ограничения

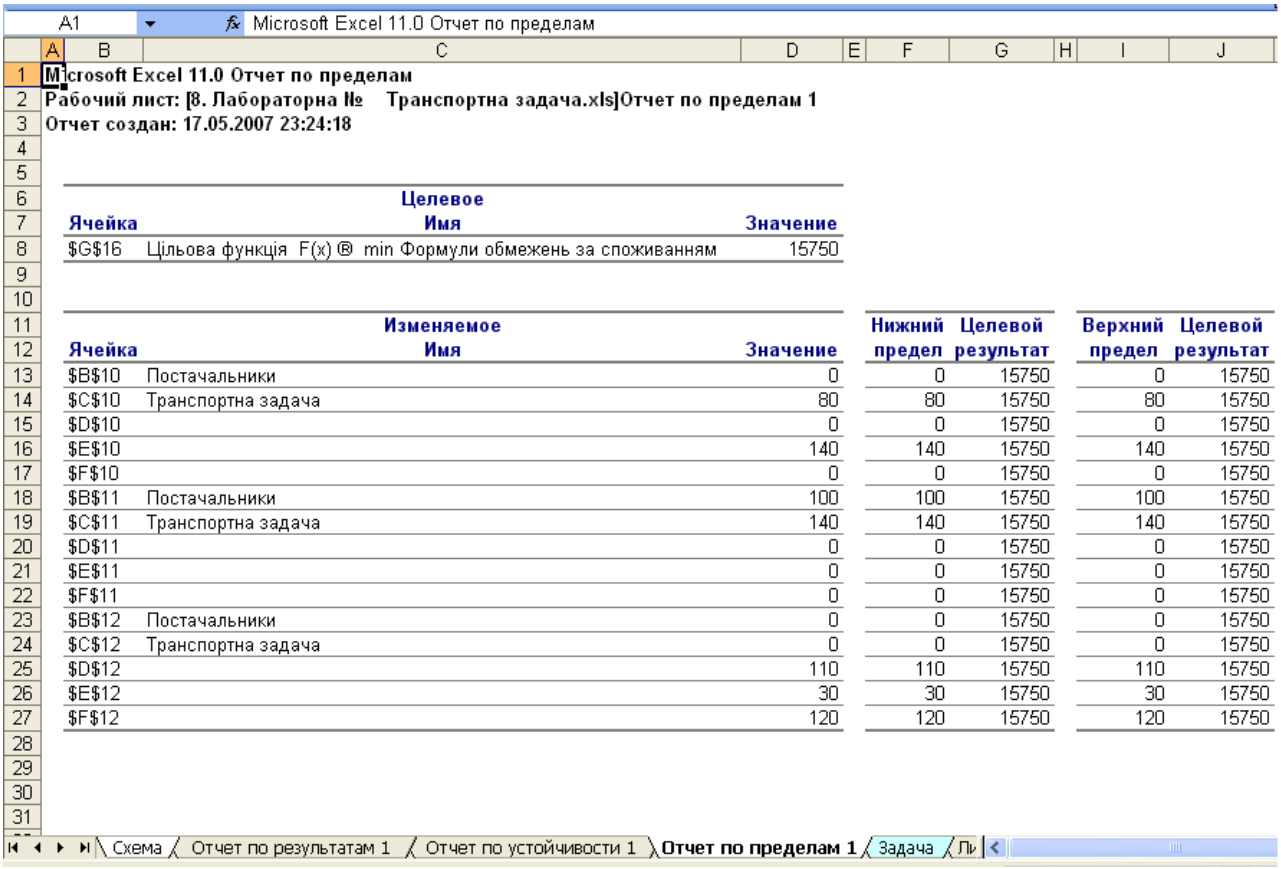
Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
$B$13	Сума поставок сировини Постачальники	100	0	100	140	0
$C$13	Сума поставок сировини Транспортна зад.	220	5	220	140	0
$D$13	Сума поставок сировини	110	-5	110	30	0
$E$13	Сума поставок сировини	170	0	170	0	1E+30
$F$13	Сума поставок сировини	120	-5	120	30	0
$G$10	Формули обмежень за споживанням	220	20	220	0	140
$G$11	Формули обмежень за споживанням	240	15	240	0	140
$G$12	Формули обмежень за споживанням	260	30	260	0	30

Схема | Отчет по результатам 1 | **Отчет по устойчивости 1** | Отчет по пределам 1 | Зада

Малюнок 6.9.

Звіт по границям (мал. 6.10).

У ньому показано, у яких межах може змінюватися постачання сировини, що ввійшла в оптимальне рішення, при збереженні структури оптимального рішення:



Microsoft Excel 11.0 Отчет по пределам

Microsoft Excel 11.0 Отчет по пределам
Рабочий лист: [8. Лабораторна № Транспортна задача.xls]Отчет по пределам 1
Отчет создан: 17.05.2007 23:24:18

Ячейка	Имя	Целевое Значение
$G$16	Цільова функція F(x) ® min Формули обмежень за споживанням	15750

Ячейка	Имя	Изменяемое Значение	Нижний предел	Целевой результат	Верхний предел	Целевой результат
$B$10	Постачальники	0	0	15750	0	15750
$C$10	Транспортна задача	80	80	15750	80	15750
$D$10		0	0	15750	0	15750
$E$10		140	140	15750	140	15750
$F$10		0	0	15750	0	15750
$B$11	Постачальники	100	100	15750	100	15750
$C$11	Транспортна задача	140	140	15750	140	15750
$D$11		0	0	15750	0	15750
$E$11		0	0	15750	0	15750
$F$11		0	0	15750	0	15750
$B$12	Постачальники	0	0	15750	0	15750
$C$12	Транспортна задача	0	0	15750	0	15750
$D$12		110	110	15750	110	15750
$E$12		30	30	15750	30	15750
$F$12		120	120	15750	120	15750

Схема | Отчет по результатам 1 | Отчет по устойчивости 1 | Отчет по пределам 1 | Задача

Малюнок 6.10.

Контрольні запитання

1. Які методи існують при вирішенні задач лінійного програмування?
2. Навести приклад економічної інтерпретації двійчастої задачі?
3. Пояснити суть транспортної задачі.
4. Цільова функція, обмеження на зміні, умови невід'ємності змінних.
5. Записати економіко-математичну модель транспортної задачі.
6. Яка модель транспортної задачі називається закритою?
7. Яка модель транспортної задачі називається відкритою?
8. Назвіть методи реалізації транспортної задачі.
9. Наведіть порядок рішення транспортної задачі із застосуванням електронних таблиць Excel

Література: [1, с. 436-455, 385-392; 2, с. 69-72; 3, с. 120-137; 4, с. 102-128; 5, с. 50, 53-54, 63-65; 6, с.9-11, 60-63, 75-87].

Тема: «Задачі планування економіки та організації виробництва»

Лабораторна робота № 7

Задачі оптимального використання потужностей

Задача. На пивзаводі випускається кілька видів пива (табл. 7 1). Задано норму витрат часу на виробництво 1 дал пива кожного виду по провідних відділеннях: варочному, бродильному, лагерному, розливу. Ресурс устаткування заданий у вигляді фонду робочого часу обладнання (годин на місяць).

Потрібно:

1. Побудувати модель оптимізації плану пивзаводу на місяць в табличному й аналітичному видах за критерієм – максимум випуску пива в натуральному виразі.

2. Отримані нерівності перетворити в еквівалентні рівності й побудувати матрицю коефіцієнтів;

3. Знайти розв’язок та зробити висновки.

Таблиця 7.1

Вихідні дані

Асоримент		Попит, дал		Оптова ціна, грн./дал	Норми витрат часу, год/дал			
		min	max		Варниця	Бродильне відділення	Лагерний підвал	Розлив
1	Жигульовське емк.	200	1000	1,13	0,30	0,40	0,40	0,50
2	Жигульовське пляшкове	500	2500	1,628	0,36	0,44	0,44	0,51
3	Московське	200	3000	2,39	0,38	0,61	0,81	0,51
4	Ризьке	200	3000	2,33	0,37	0,48	0,81	0,51
5	Українське	100	1500	2,05	0,37	0,61	0,65	0,51
6	Подільське	200	1000	2,61	0,35	0,60	0,52	0,51
7	Львівське	100	2000	1,81	0,35	0,50	0,55	0,51
8	Слов'янське	100	2000	2,31	0,39	0,52	0,54	0,51
Ресурс обладнання, год/міс					7100	6900	6800	7200

Приклад виконання лабораторної роботи

Задача. На пивзаводі випускається 3 виду пива. Задано норму витрат часу на виробництво 1 дал пива кожного виду по провідних відділеннях: варочному, бродильному, лагерному, розливу. Ресурс устаткування заданий у вигляді фонду робочого часу обладнання (годин на місяць). І асортимент користується попитом в 3,7 рази вище, ніж II й III взяті разом, а II – в 2,3 рази більше, ніж III.

Потрібно:

1. Побудувати модель оптимізації плану пивзаводу на місяць в табличному й аналітичному видах за критерієм – максимум випуску пива в натуральному виразі.

2. Отримані нерівності перетворити в еквівалентні рівності й побудувати матрицю коефіцієнтів;

3. Знайти розв'язок та зробити висновки.

Похідні дані записуємо в табл. 7.2.

Таблиця 7.2

Похідні дані

Асортимент		Оптова ціна, грн./дал	Норми витрат часу, год/дал			
			Варниця	Бродильне відділення	Лагерний підвал	Розлив
1.	Жигульовське пляшкове	1,628	0,36	0,44	0,44	0,51
2.	Українське	2,05	0,37	0,61	0,65	0,51
3.	Подільське	2,61	0,35	0,60	0,52	0,51
Ресурс обладнання, год/міс			705	630	675	710

Функція цілі: $F(X) = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$

Обмеження по обладнанню:

$0{,}36x_1 + 0{,}37x_2 + 0{,}35x_3 \le 705 \cdot 3$

$0{,}44x_1 + 0{,}61x_2 + 0{,}6x_3 \le 630 \cdot 3$

$0{,}44x_1 + 0{,}65x_2 + 0{,}52x_3 \le 875 \cdot 3$

$0{,}51x_1 + 0{,}51x_2 + 0{,}51x_3 \le 710 \cdot 3$

Обмеження по попиту:

$x_1 - 3{,}7(x_2 + x_3) = 0,$

$x_2 - 2{,}3x_3 = 0.$

Обмеження по невід'ємності елементів:

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0.$

За допомогою отриманих нерівностей та рівнянь побудуємо та запишемо матрицю коефіцієнтів і функцію цілі (табл. 7.3).

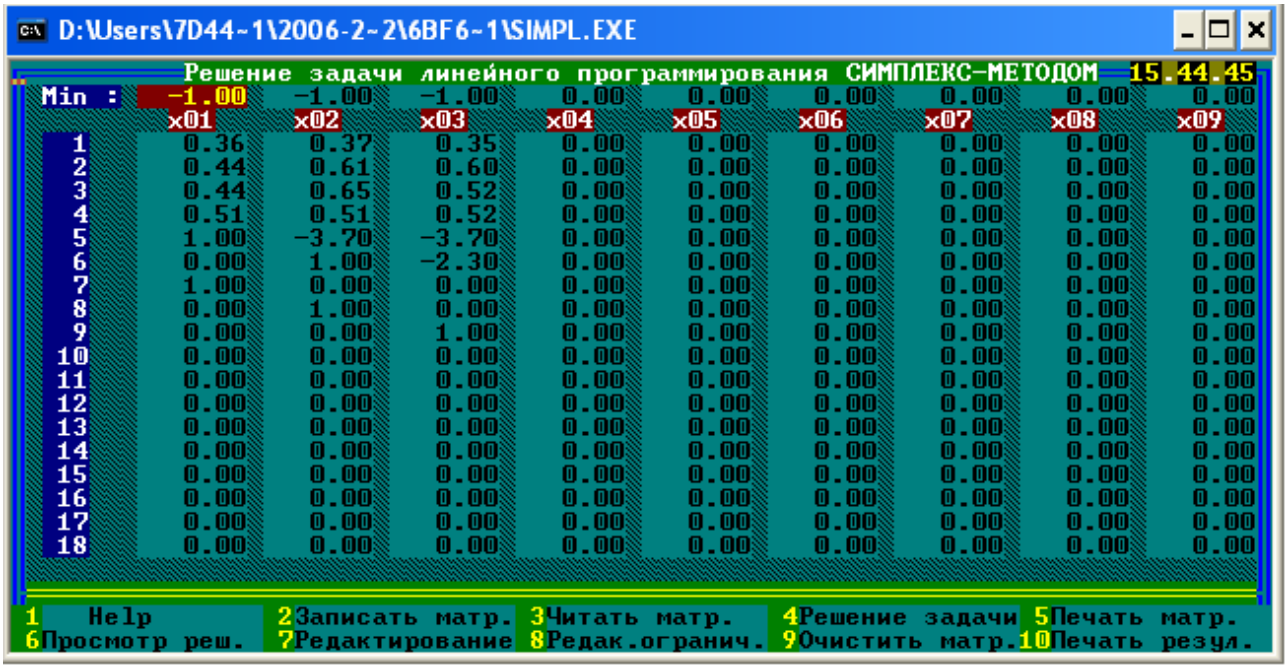
Таблиця 7.3

Матриця коефіцієнтів

Назва обмежень	Асортимент			Обмеження	
	x_1	x_2	x_3	Знак	Величина
Цільова функція	**1**	**1**	**1**	**→**	**max**
По обладнанню	0,36	0,37	0,35	≤	705·3
	0,44	0,61	0,6	≤	603·3
	0,44	0,65	0,52	≤	675·3
	0,51	0,51	0,52	≤	710·3
По попиту	1	–3,7	–3,7	=	0
	0	1	–2,3	=	0
По невід'ємності елементів	1			≥	0
		1		≥	0
			1	≥	0

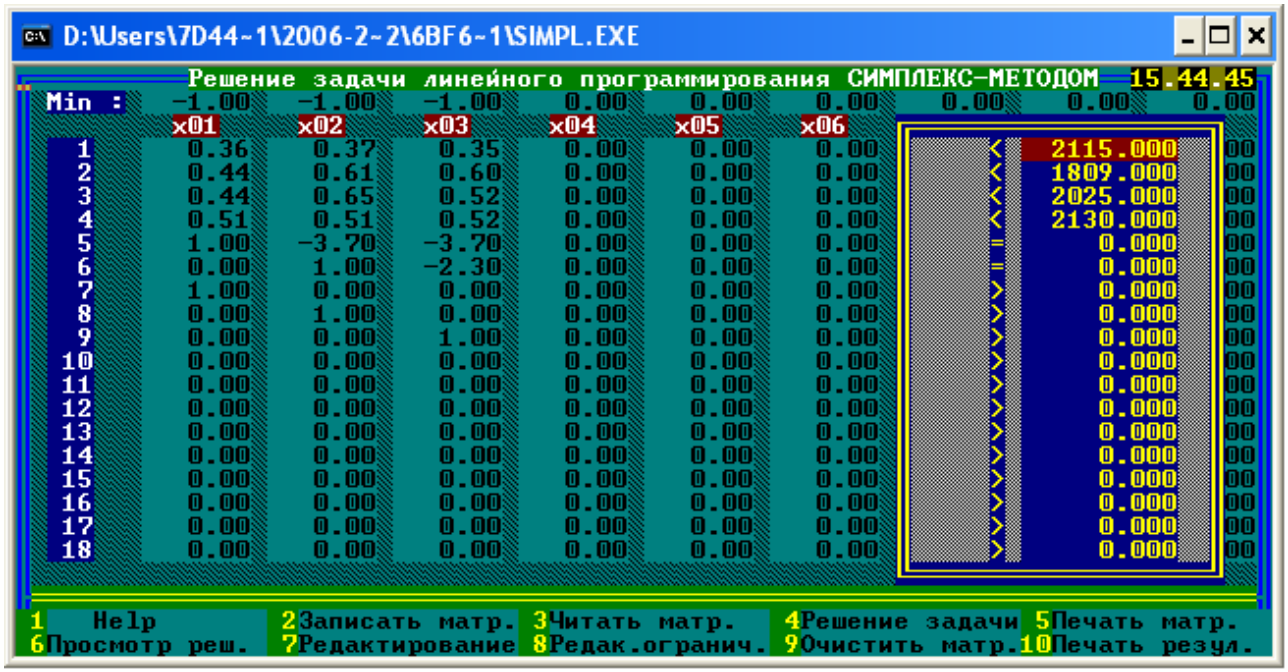
Порядок розв’язання задачі за допомогою програми SIMPL.EXE

Завантажуємо програму SIMPL.EXE. Для активізації програми натискаємо кнопку F7. У першому рядку записуємо функцію цілі. Далі вносимо ліву частину матриці (мал. 7.1).



Малюнок 7.1.

Для внесення обмежень натискаємо кнопку F8 і заповнюємо таблицю обмежень. Після заповнення таблиці обмежень і знаків обмежень слід натиснути кнопку «Esc» (мал. 7.2).

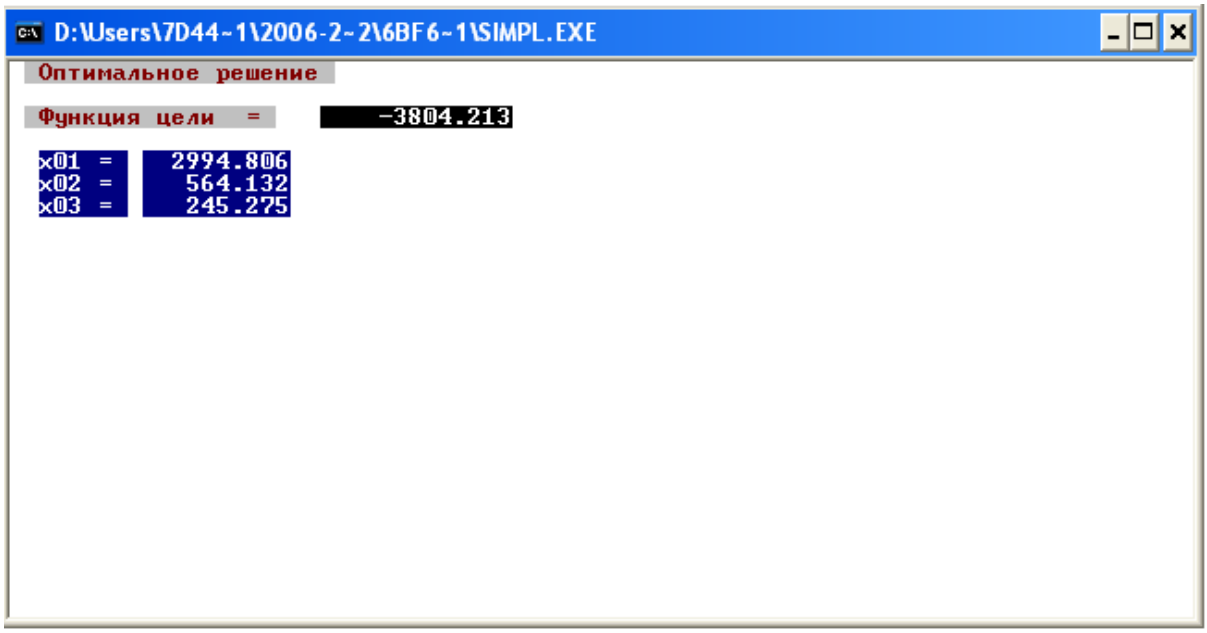


Малюнок 7.2.

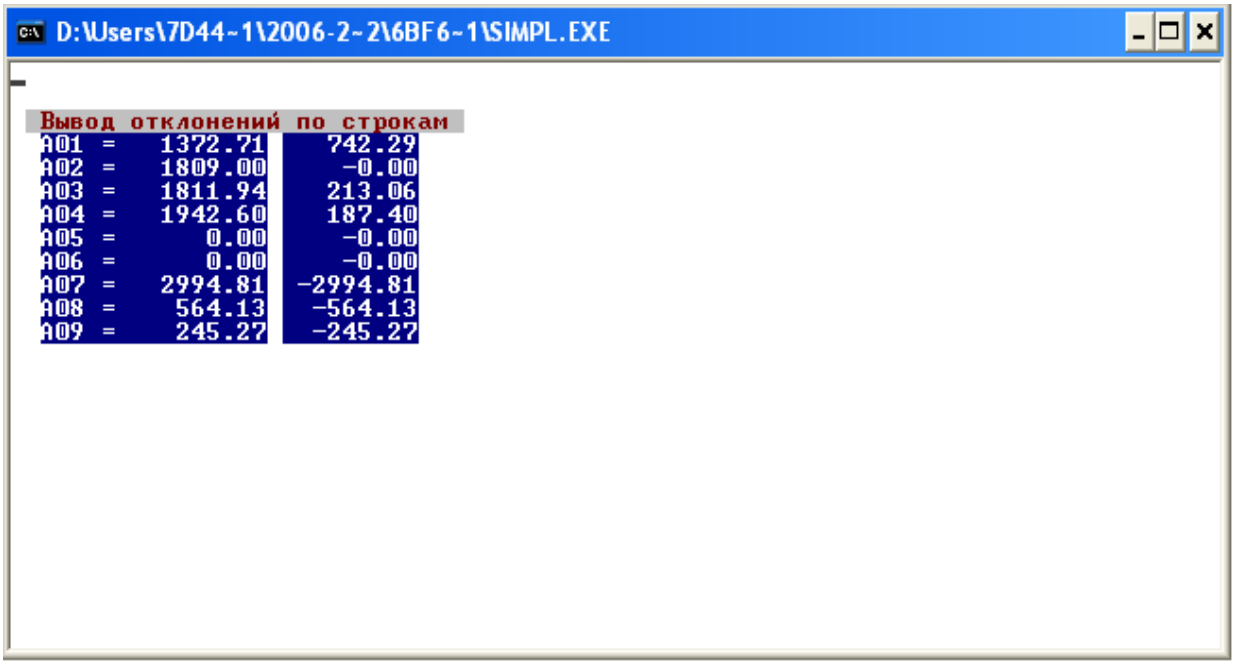
Щоб зберегти матрицю потрібно натиснути кнопку F2 і набрати на клавіатурі ім'я файлу.

Вирішуємо задачу – натискаємо кнопку F4, на питання: «Вирішувати з висновком проміжних результатів?» варто нажати на клавіатурі кнопку “Y” .

В результаті отримаємо таблиці: «Оптимальне рішення» й «Вивід відхилень по рядках» (мал. 7.3 та мал. 7.4).



Малюнок 7.3.



Малюнок 7.4.

Примітка. Використовуйте допомогу в нижній частині програми.

Висновки.

Максимум випуску продукції – 3084,213 дал досягається при випуску пива «Жигульовське пляшкове» – 2994,806 дал, пива «Українське» – 564,132 дал, пива «Подільське» – 245,275 дал.

«Вузьке місце» на пивзаводі – бродильне відділення (відхилення =0). Це означає, що при максимальному випуску продукції буде використаний весь резерв потужності обладнання бродильного відділення.

Контрольні запитання

1. У чому полягає загальна задача лінійного програмування?
2. Сформулювати задачу оптимального використання потужностей.
3. Що в задачі оптимального використання потужності визначає цільова функція?
4. Що в задачі оптимального використання потужності визначають обмеження на зміні?
5. Що в задачі оптимального використання потужності визначають умови невід'ємності змінних?
6. Записати економіко-математичну модель оптимального використання потужностей.

Література: [1, с. 358-361; 2, с. 93-116; 3, с. 66; 4, с. 30-32, 45-54; 5, с.45-48, 51-52; 6, с.8, 31].

Тема: «Задачі планування економіки та організації виробництва»
Лабораторна робота № 8
Задачі оптимального використання ресурсів

Оптимізація виробничої програми

Згідно завдання з таблиці 8.1 навести перелік з 4-х видів продукції, що складають асортимент пивзаводу. Потужність обладнання 16000 дал/рік.

Потрібно:

1. Побудувати модель оптимального плану підприємства в табличному і аналітичному вигляді.
2. Провести розрахунки на ПК і отримати інформацію по оптимальному асортименту при максимальному використанні всіх видів ресурсів.
3. Виходячи з того, що звичайне планове завдання дорівнює середньому попиту на кожний вид продукції зробити порівняльну таблицю з оптимальним планом і показати вплив оптимізації на основні економічні показники підприємства.

Функція цілі – максимум випуску товарної продукції за наявними ресурсами: $F(X) \rightarrow \max$.

Приклад виконання лабораторної роботи

Задача. В таблиці 8.2 наведено перелік з 4-х видів продукції, що складають асортимент пивзаводу.

Потрібно:

1. Побудувати модель оптимального плану підприємства в табличному і аналітичному вигляді.
2. Провести розрахунки на ПК і отримати інформацію по оптимальному асортименту при максимальному використанню всіх видів ресурсів.
3. Зробити порівняльну таблицю з оптимальним планом і показати вплив оптимізації на основні економічні показники підприємства.

Функція цілі – максимум випуску товарної продукції за наявними ресурсами: $F(X) \rightarrow \max$.

Потужність обладнання – 8000 дал/рік.

Розв'язання.

1. <u>Базовий випуск продукції</u>: ТП = Оптова ціна $\frac{\min + \max}{2}$

$$\frac{200 + 2300}{2} = 2150; \qquad \frac{70 + 90}{2} = 80;$$

$$\frac{100 + 400}{2} = 250; \qquad \frac{50 + 150}{2} = 100.$$

Таблиця 8.1

Вихідні дані

№ п/п	Вид продукції	Оптова ціна грн./дал	Собівартість, грн./дал	Зв'язуючі коеф.	Норма витрат сировини, кг/тис.дал					Попит, тис.дал	
					Солод	Хміль	Січка рисова	Цукор	Борошно ячмінне	мінімум	максимум
1	Оболонь, світле	13,80	10,50	1,13	1352	32,8	0	99,2	201,6	2000	2300
2	Оболонь, оксамит	14,20	11,80	1,20	1365	35,6	0	102,6	275,3	1500	1800
3	Ячмінний колос	11,90	9,90	1,13	1365	31,8	0	55,6	260,9	430	520
4	Наддніпрянське	11,45	10,08	1,11	1280	29,6	0	59,8	248,7	750	680
5	Новомосковське	10,74	9,86	1,13	1265	28,5	0	53,1	233,6	210	250
6	Голосіївське	10,22	9,11	1,13	1212	26,5	0	51,1	214,9	190	250
7	Київське	10,65	9,15	1,00	1150	21,9	188,4	94,1	0	110	150
8	Слов’янське	9,80	8,40	1,00	1189	20,2	266,8	49,8	0	140	200
9	Чернігівське	9,40	8,90	1,00	1123	20,4	173,9	59,3	173,9	50	80
10	Оболонь, фірмове	14,50	12,35	1,25	1601	43,5	0	104,8	328,6	1200	1600

1) 1,44 · 2150 = 3096;
2) 2,94 · 80 = 235,2;
3) 2,9 · 250 = 725;
4) 2,84 · 100 = 284;

ΣТП = 4340,2 (у.о./рік).

2. Питомий прибуток = оптова ціна – с/в

1) 1,44 – 1,149 = 0,291;
2) 2,94 – 1,917 = 1,023;
3) 2,90 – 1,896 = 1,004;
4) 2,84 – 2,055 = 1,785;

Σ питомого прибутку = 0,921·2150 + 1,023·80 + 1,004·250 + 0,785·100 = = 1036,99 (тис.дал/рік).

3. Собівартість:

1) 1,149 · 2150 = 2470,35;
2) 1,917 · 80 = 153,36;
3) 1,896 · 250 = 474;
4) 2,055 · 100 = 205,5;

Σс/в = 3303,21 (у.о./рік).

4. Запаси по сировині.

Солод (т): Загальний запас по солоду = 3576,29 (т).

1) 1,352 · 2150 = 2906,8;
2) 1,383 · 80 = 110,64;
3) 1,601 · 250 = 400,25;
4) 1,586 · 100 = 158,6;

Хміль(кг): Загальний запас хмелю = 61220(кг).

1) 21,85 · 2150 = 46977,5;
2) 22,3 · 80 = 1784;
3) 32,45 · 250 = 81125;
4) 43,46 · 100 = 4346;

Січка(кг): Загальний запас січки = 73780(кг).

1)188,4 · 250 = 47100;
2)266,8 · 100 = 26680;

Цукор(кг): Загальний запас по цукру = 148108(кг).

1) 54,3 · 2150 = 116745;
2) 55,1 · 80 = 4408;
3) 94,1 · 250 = 23545;
4) 34,3 · 100 = 3430;

Борошно(кг): Загальний запас борошна = 754571(кг).

1) 338,1 · 2150 = 726915;
2) 345,7 · 80 = 27656;

Таблиця 8.2

Вихідні дані для приклада

№ п/п	Вид продукції	Оптова ціна, у.о./дал	Собівартість, у.о./дал	Зв'язуючі коефіцієнт по обладнанню	Норма витрат сировини, кг/тис.дал					Попит, тис.дал/рік	
					Солод, т/тис.дал	Хміль	Січка рисова	Цукор	Борошно ячмінне	мінімум	максимум
1	Жігульовське ємкосне	1,44	1,149	1	1,352	21,85	–	54,3	338,1	2000	2300
2	Жігульовське пляшкове пастеризоване	2,94	1,917	1,23	1,383	22,3	–	55,1	345,7	70	90
3	Київське пляшкове	2,9	1,896	1,18	1,601	32,45	188,4	94,1	–	100	400
4	Слав'янське пляшкове	2,84	2,055	1,14	1,586	43,46	266,8	34,3	–	50	150
Ресурси та показники на весь асортимент		**4340,2**	**3303,21**	**8000**	**3576,29**	**61220**	**73780**	**148108**	**754571**		

Функція цілі – максимум випуску товарної продукції за наявними ресурсами:

$F(X) = 1{,}44x_1 + 2{,}94\,x_2 + 2{,}9x_3 + 2{,}84x_4 \rightarrow \max$

Обмеження:

1. По продуктивності обладнання:

$x_1 + 1{,}23\,x_2 + 1{,}18x_3 + 1{,}14x_4 \leq 8000$

2. За питомим прибутком:

$0{,}291x_1 + 1{,}023\,x_2 + 1{,}004x_3 + 0{,}785x_4 \geq 1036{,}99$

3. По собівартості продукції:

$1{,}149x_1 + 1{,}917\,x_2 + 1{,}896x_3 + 2{,}055x_4 \leq 3303{,}21$

4. По сировині:

а) по солоду: $1{,}352x_1 + 1{,}383\,x_2 + 1{,}601x_3 + 1{,}586x_4 \leq 3578{,}29$

б) по хмелю: $21{,}85x_1 + 22{,}3\,x_2 + 32{,}45x_3 + 43{,}46x_4 \leq 61220$

в) по січці: $188{,}4x_3 + 266{,}8x_4 \leq 73780$

г) по цукру: $54{,}3x_1 + 55{,}1\,x_2 + 94{,}1x_3 + 34{,}3x_4 \leq 148108$

д) по борошну: $338{,}1x_1 + 345{,}7\,x_2 \leq 754571$

5. По попиту:

$2000 \leq x_1 \leq 2300$

$70 \leq x_2 \leq 90$

$100 \leq x_3 \leq 400$

$50 \leq x_4 \leq 150$

6. За умовою невід'ємності елементів:

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

$x_3 \geq 0$

$x_4 \geq 0$

На базі аналітичної форми складаємо матрицю коефіцієнтів і функцію цілі (табл. 8.3).

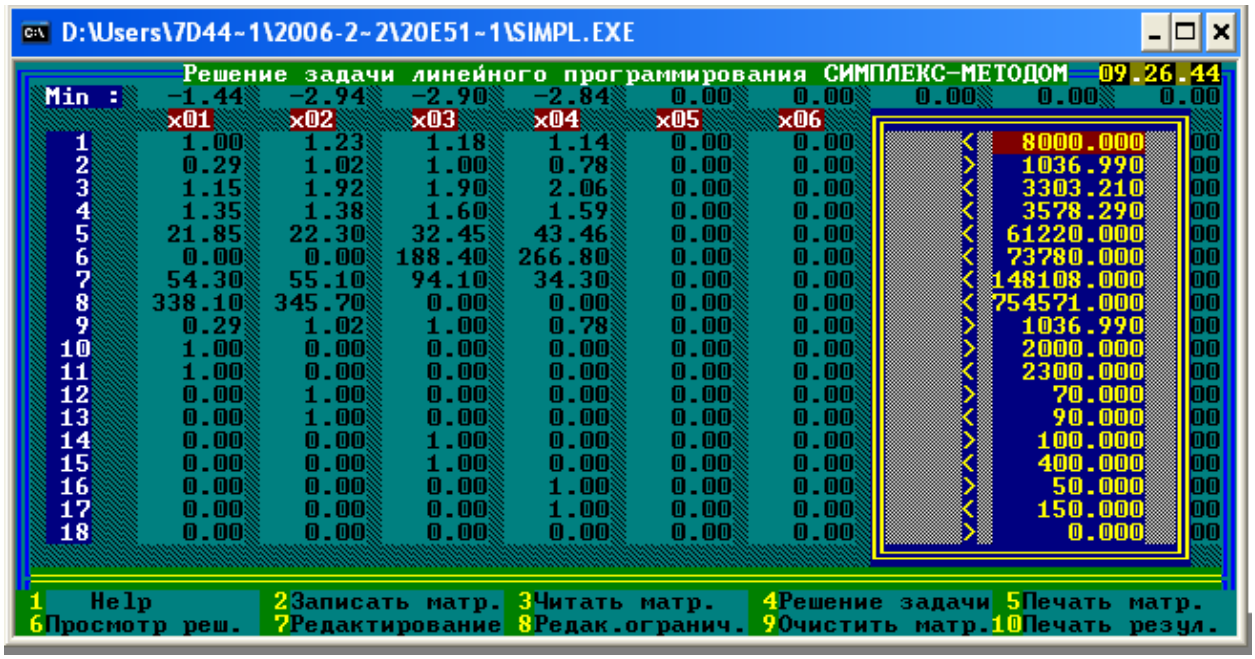
Таблиця 8.3

Матриця коефіцієнтів

Цільова функція та обмеження	x_1	x_2	x_3	x_4	Обмеження	
					Знак	Величина
Цільова функція	1,44	2,94	2,9	2,84	→ max	
Обмеження:						
1. По обладнанню	1	1,23	1,18	1,14	≤	8000
2. По питомому прибутку	0,291	1,023	1,004	0,785	≥	1036,99
3. По собівартості	1,149	1,917	1,896	2,055	≤	3303,21
4. По сировині:						
по солоду	1,352	1,383	1,601	1,586	≤	3578,29
по хмелю	21,85	22,3	32,45	43,46	≤	61220
по січці	0	0	188,4	266,8	≤	73780
по цукру	54,3	55,1	94,1	34,3	≤	148108
по борошну	338,1	345,7	0	0	≤	754571
5. По попиту: Жігульовське ємкісне	1				≥	2000
	1				≤	2300
Жігульовське пляшкове пастеризоване		1			≥	70
		1			≤	90
Київське пляшкове			1		≥	100
			1		≤	400
Слов’янське пляшкове				1	≥	50
				1	≤	150

Порядок розв’язання задачі за допомогою програми SIMPL.EXE

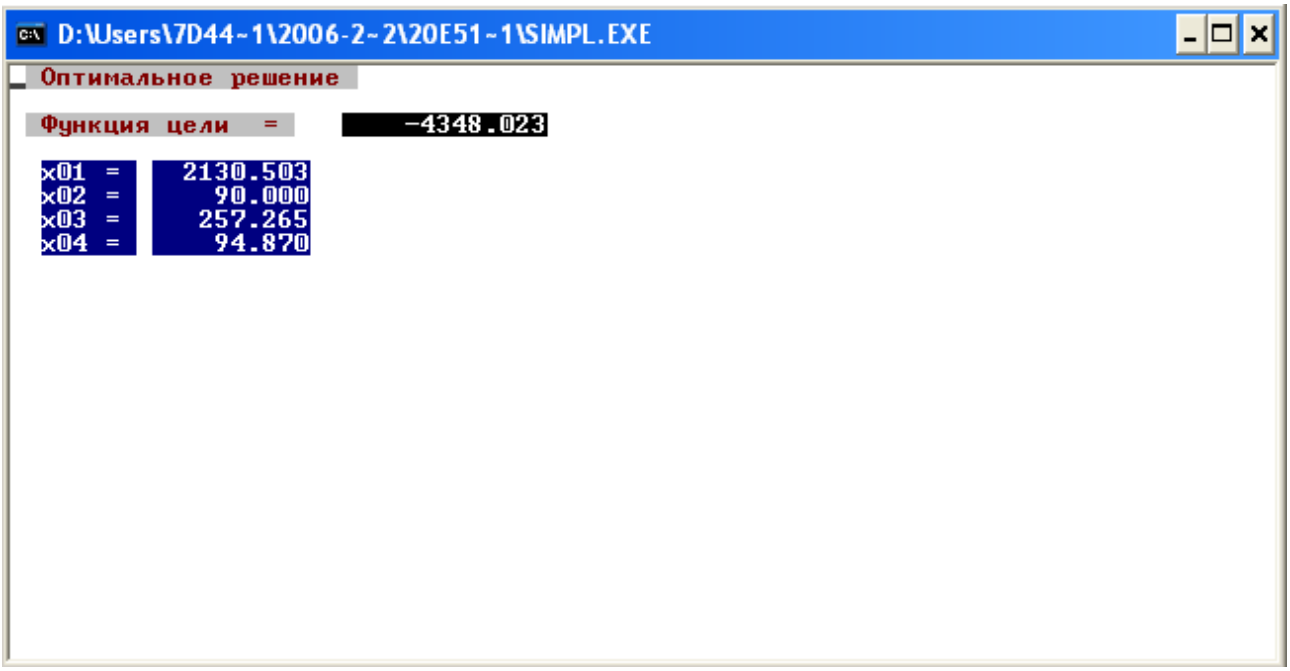
Завантажуємо програму SIMPL.EXE. Активізуємо програму – натискаємо кнопку F7. У першому рядку записуємо функцію цілі. Далі вносимо ліву частину матриці, натискаємо кнопку F8, заповнюємо таблицю обмежень (мал. 8.1).



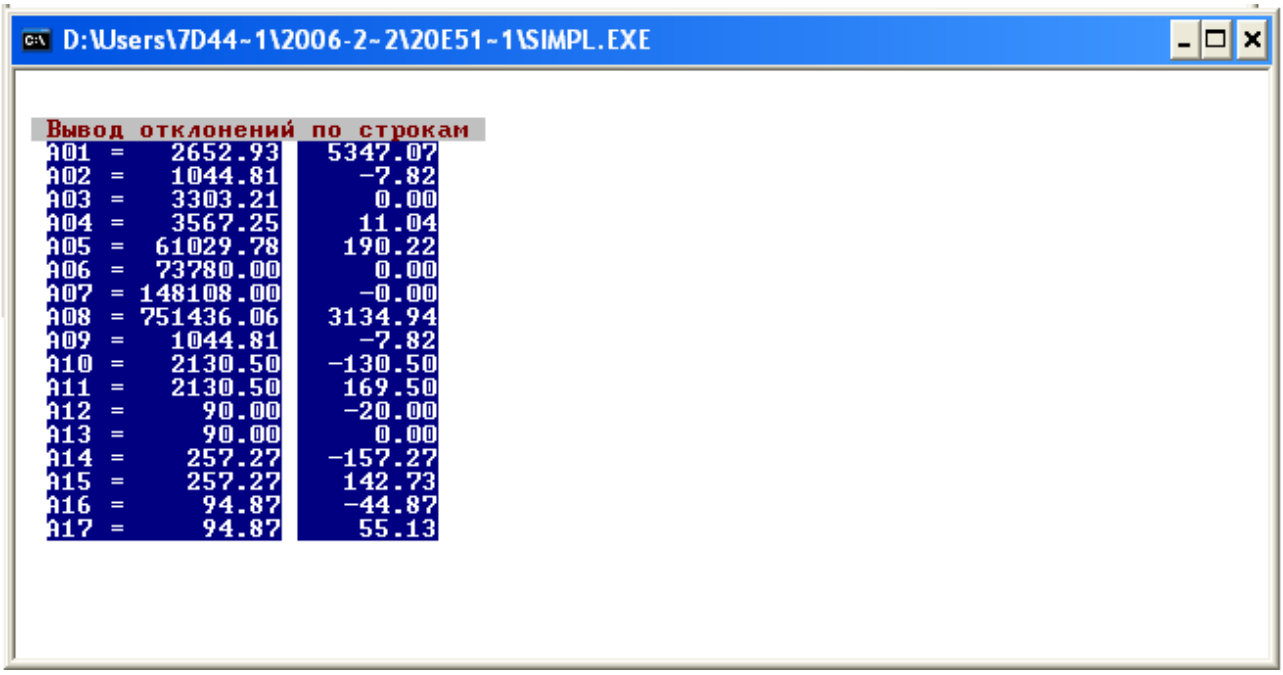
Малюнок 8.1

Щоб зберегти матрицю потрібно натиснути кнопку F2 і набрати на клавіатурі ім'я файлу.

Вирішуємо задачу – натискаємо кнопку F4. На питання: «Вирішувати з висновком проміжних результатів?» відповідаємо “Y”. В результаті отримаємо таблиці: «Оптимальне рішення» та «Вивід відхилень по рядках» (мал. 8.2 та мал. 8.3).



Малюнок 8.2



Малюнок 8.3

Зведена таблиця результатів моделювання оптимальної виробничої програми представлена у таблиці 8.4.

Таблиця 8.4

Результати моделювання оптимальної виробничої програми

Показники	Одиниці виміру	До оптимізації	Після оптимізації	Відхилення	
				Абс. (+) зб. (–) зм.	%
1. Випуск всього	тис. дал	2580	2572,638	–7,362	–0,29
Жігульовське ємкісне	-“-	2150	2130,503	–19,497	–0,91
Жігульовське пляшкове пастеризоване	-“-	80	90	10	12,50
Київське пляшкове	-“-	250	257,265	7,265	2,91
Слов’янське пляшкове	-“-	100	94,87	–5,13	–5,13
2. Товарна продукція	у.о.	4340,2	4348,023	7,823	0,18
3. По собівартості	у.о.	3303,21	3303,21	0	0
4. Потреби в сировині:					
по солоду	т	3578,29	3567,25	–11,04	–0,31
по хмелю	кг	61220	61029,78	–190,22	–0,31
по січці	кг	73780	73780	0	0
по цукру	кг	148108	148108	0	0
по борошну	кг	754571	751436,06	–3134,94	–0,42
5. Прибуток від реалізації	у.о.	1036,99	1044,813	7,823	0,75
6. Витрати на 1 грн. товарної продукції	коп.	0,76	0,75970	–0,00137	–0,18
7. Рентабельність	%	31,39	31,63	0,24	–

Висновки.

За результатами оптимізації виробничої програми оптимальне використання ресурсів досягається за умови зменшення випуску продукції в натуральному вигляді на 7,362 тис. дал за рахунок зменшення випуску пива Жігульовського ємкісного на 19,497 тис. дал та Слов'янського пляшкового на 5,15 тис.дал, а також збільшення випуску пива Жігульовське пляшкове пастеризоване на 10 тис. дал та Київського пляшкового на 7,265 тис.дал. При цьому товарна продукція збільшиться на 7,823 у.о. (на 0,18%). В результаті оптимального використання сировини зменшаться витрати солоду на 11,04 т (0,31%), хмелю на 190,22 кг (0,31%), а також борошна на 3134,94 кг (0,42%). Прибуток від реалізації пива збільшиться на 7,823 у.о. (на 0,75%). Витрати на 1 грн. товарної продукції зменшаться на 0,18%. Рентабельність збільшиться на 0,24%.

Контрольні запитання

1. Який склад математичної моделі задачі лінійного програмування?
2. Сформулювати задачу оптимального використання ресурсів.
3. Що визначає цільова функція в задачах оптимального використання ресурсів?
4. Обмеження на зміни в задачах оптимального використання ресурсів?
5. Умови невід'ємності змінних в задачах оптимального використання ресурсів?
6. Записати економіко-математичну модель задачі оптимального використання ресурсів.

Література: [1, с. 354-358, 400-430; 3, с. 66-79; 4, с. 15-23, 24, 45-54; 5, с. 45-47,51; 6, с.31-39].

ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. *Бугір М.К.* Математика для економістів: Посібник. – К.: ВЦ «Академія», 2003. – 520 с.

2. *Воронин В.Г.* Экономико-математические методы и модели планирования и управления в пищевой промышленности. – М.: Агропромиздат, 1986. – 303 с.

3. *Катренко А.В.* Дослідження операцій: Підручник. – Львів: «Магнолія Плюс», 2005. – 549 с.

4. *Крутовецький В.Я.* Дослідження операцій. Дослідження операцій: Навч. посібник. – К.: ВД «Професіонал», 2005. – 264 с.

5. *Лугінін О.Є, Білоусова С.В., Білоусов О.М.* Економетрія: Навч. посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 254 с.

6. *Чемерис А., Юринець Р., Мищишин О.* Методи оптимізації в економіці: Навчальний посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 152 с.

Додаткова

1. *Воронин В.Г., Денискин В.В., Сирота С.М.* Экономико-математические методы планирования на предприятиях пищевой промышленности. – М.: Легк. и пищ. пром-сть, 1981.

2. *Грубер Й.* Економетрія. Том 2. Економічні прогнозні та оптимізаційні моделі: Навчальний посібник. – К.: Нічлава, 1999. – 296 с.

3. *Математические* методы и модели в планировании и управлении: Метод. указания по курсу /Уклад. В.С.Флон, А.П.Шереметинский. – КТИПП, 1984.

4. *Теория* прогнозирования и принятия решений. /Под ред. С.А Саркисяна. – М.: Высш. шк., 1998. – 351 с.

5. *Толбатов Ю.А.* Математична статистика та задачі оптимізації в алгоритмах і програмах. – К.: Вища шк., 1994.