

# Моделювання операції орієнтування тарних вантажів на гравітаційних спусках

О.М. Гавва, д.т.н., Л.О. Кривопляс-Володіна, к.т.н., М.С. Лук'яненко, Національний університет харчових технологій, м. Київ

Для раціонального розташування технологічного обладнання на підприємствах харчової промисловості транспортні системи для тарних вантажів розташовують здебільшого на другому рівні виробничої ділянки. Енергоефективним засобом переміщення тарних вантажів із другого рівня на перший, де розташовується обладнання для збільшення вантажних одиниць, є гравітаційні спуски. Конструктивне виконання їх найрізноманітніше – суцільна прямолінійна або криволінійна площина та їх комбінація, роликіві та кулькові доріжки тощо. Під час формування збільшених вантажних одиниць для забезпечення їх динамічної стійкості шар вантажів формують із перев'язкою стиків. Формування такої структури шару потребує змінювати попередню орієнтацію вантажів (розвертання на  $90^\circ$  та зміщення відносно осі попереднього руху вантажу). Здебільшого ці операції виконуються окремим функціональним модулем пакетоформуючої машини [1]. З метою ресурсо- та енергозбереження доцільним є виконання операцій орієнтування тарних вантажів на гравітаційних спусках. На сьогодні розроблено методичку дослідження орієнтування тарних вантажів на рухомих поверхнях транспортних систем та їх рух по різних видах гравітаційних спусків [2]. У відомих наукових працях відсутня інформація про складний плоский рух на гравітаційних спусках.

Метою виконаних досліджень є визначення раціональних геометричних, силових та кінематичних параметрів операцій орієнтування тарних вантажів на гравітаційних спусках. Мінімізуючи енерговитрати на виконання операції, розглянемо конструктивне виконання робочих органів у вигляді прямолінійної гравітаційної площини, нерухомого упора та нерухокої напрямної (рис. 1).

Транспортна система із гравітаційним спуском включає: конвеєр 1 подачі тарних вантажів, що розташовані на другому рівні виробничої ділянки; гравітаційний спуск 2; орієнтуючий робочий орган 3 (упор, напрямна площина); відповідний конвеєр 4, розташований на першому рівні виробничої ділянки або є приймальним конвеєром пакетоформуючої машини. Вантаж 5 послідовно переміщується по трьох складових транспортної системи та відповідно до структури розташування вантажів у шарі взаємодіє з робочими органами орієнтуючих пристроїв.



Для математичного моделювання переміщення вантажу з подавального конвеєра 1 на відповідний конвеєр 4 з його орієнтацією доречно весь процес навести сукупністю окремих етапів, що характеризуються однакою фізикою навантаження на тарний вантаж. Тривалість процесу переміщення дорівнює сумі витрат часу на кожному етапі.

При орієнтуванні вантажу нерухомим упором процес переміщення і орієнтування умовно можна поділити на 8 етапів. Перший етап характеризується перевантаженням вантажу з подавального конвеєра на гравітаційний спуск. Тобто в момент розташування опорної поверхні вантажу на гравітаційному спуску центр мас вантажу буде мати швидкість  $V_0$ . Другий етап характеризується плоско-паралельним прискореним рухом вантажу по гравітаційному спуску до моменту його контакту бічною поверхнею з нерухомим упором. Швидкість центра мас вантажу в момент контакту можна визначити за формулою:

$$\dot{y}_2 = (g \cdot \sin \alpha_0 - f_1 g \cdot \cos \alpha_0) \cdot t_2 + V_0, \quad (1)$$

де  $\alpha_0$  – кут розташування гравітаційного спуску відносно горизонту;  $g$  – гравітаційне прискорення;  $f_1$  – коефіцієнт тертя ковзання опорної поверхні вантажу по площині спуску;  $t_2$  – тривалість переміщення вантажу по гравітаційному спуску до моменту контакту з нерухомим упором. Тривалість  $t_2$  можна визначити з рівняння:

$$y_2 = (g \cdot \sin \alpha_0 - f_1 g \cdot \cos \alpha_0) \cdot t_2^2 / 2 + V_0 \cdot t_2. \quad (2)$$

Якщо прийняти  $y_2 = L_0 - a$ , де  $L_0$  – відстань, на яку переміститься вантаж на другому етапі;  $a$  – довжина вантажу;  $y$  – координата, спрямована вздовж напрямку руху вантажу, то:

$$t_2 = -\frac{V_0}{2(g \cdot \sin \alpha_0 - f_1 g \cdot \cos \alpha_0)} + \sqrt{\left(\frac{V_0}{2(g \cdot \sin \alpha_0 - f_1 g \cdot \cos \alpha_0)}\right)^2 + \frac{L_0 - a}{(g \cdot \sin \alpha_0 - f_1 g \cdot \cos \alpha_0)}}. \quad (3)$$



Третій етап характеризується прямим нецентральною ударом вантажу по нерухомому упору. У момент контакту з упором лінійна швидкість центра мас вантажу дорівнює  $\dot{y}_2$ , а кутова швидкість  $\omega = \dot{\phi} = 0$ . Оскільки удар нецентрально, то лінія дії ударного імпульсу  $S$  проходить на деякій відстані від центра мас вантажу. Це сприяє утворенню миттєвої кутової швидкості, що буде прискорювати розвертання вантажу [2, 3].

Прийmemo припущення: вантаж має форму паралелепіпеда; центр мас розташований у геометричному центрі паралелепіпеда; вантаж є пружно-пластичним тілом; коефіцієнти ковзання і покою є сталими величинами протягом усього переміщення.

Для спрощення математичного моделювання переміщення і орієнтування тарного вантажу на гравітаційному спуску використаємо теорему Ньютона, за якою встановлюються співвідношення швидкостей центра мас вантажу до і після удару через коефіцієнт  $k$  відновлення швидкостей. Коефіцієнт  $k$  визначається експериментально, і його значення залежить від пружних та пластичних властивостей вантажу [2]. Відповідно прийнятим припущенням і теорії нецентрального удару вантажу масою  $m$  по упору масою безмежної величини одержимо [3]:

$$S = m \cdot c^2 \cdot V_2 (1+k) (12 \cdot l^2 \cdot \sin^2 \beta + c^2)^{-1}; \quad (4)$$

$$\dot{\phi}_3 = \omega = 12(1+k) \cdot V_2 \cdot l \cdot \sin \beta \cdot (12 \cdot l^2 \cdot \sin^2 \beta + c^2)^{-1}; \quad (5)$$

$$\dot{x}_3 = 6(1+k) \cdot V_2 \cdot l^2 \cdot \sin 2\beta \cdot (12 \cdot l^2 \cdot \sin^2 \beta + c^2)^{-1}; \quad (6)$$

$$\dot{y}_3 = V_2 \left( 12(1+k) \cdot l^2 \cdot \sin^2 \beta \cdot (12 \cdot l^2 \cdot \sin^2 \beta + c^2)^{-1} - k \right), \quad (7)$$

де  $m$  – маса вантажу;  $c = (a^2 + b^2)^{0.5}$ ;  $b$  – ширина вантажу;  $l = 0,5a \cdot \sec \beta$ ;  $\beta$  – кут між віссю симетрії вантажу і лінією, що проведена із центра мас до упору;  $\dot{x}_3, \dot{y}_3$  – проекції швидкості центра мас вантажу після удару на осі  $x$  та  $y$ .

Ударна дія, що при цьому виникає, викликає деформацію тари і стискування продукту в зоні контакту. Для збереження цілісності вантажу потрібно, щоб величина ударного імпульсу  $S$  була менша за деяке допустиме значення  $[S]$  [2].

Тобто, якщо відома величина допустимого ударного імпульсу  $[S]$  для конкретних вантажів, то обмеження на величину швидкості руху вантажу в момент удару можна записати у вигляді нерівності:

$$\dot{y}_2 \leq \frac{[S] (c^2 + 12l^2 \cdot \sin^2 \beta)}{m \cdot c^2 (1+k)}. \quad (8)$$

За всіх інших рівних умов зменшити  $\dot{y}_2$  можна через: підбір матеріалу гравітаційного спуску, місця розташування упора відносно початку руху вантажу по спуску; кут нахилу гравітаційного спуску  $\alpha_0$ .

Кінетична енергія, одержана вантажем під час удару, поглинається силами тертя між опорною поверхнею вантажу і гравітаційним спуском. Пружні властивості вантажу можуть створювати умови його відскакування від упору після удару. Відскок центра мас можливий лише за умови:

$$\dot{y}_3 < 0, \quad (9)$$

тобто при:

$$\beta < \arctg \sqrt{\frac{k}{3 \cdot \cos^2 \gamma}} = [\beta], \quad (10)$$

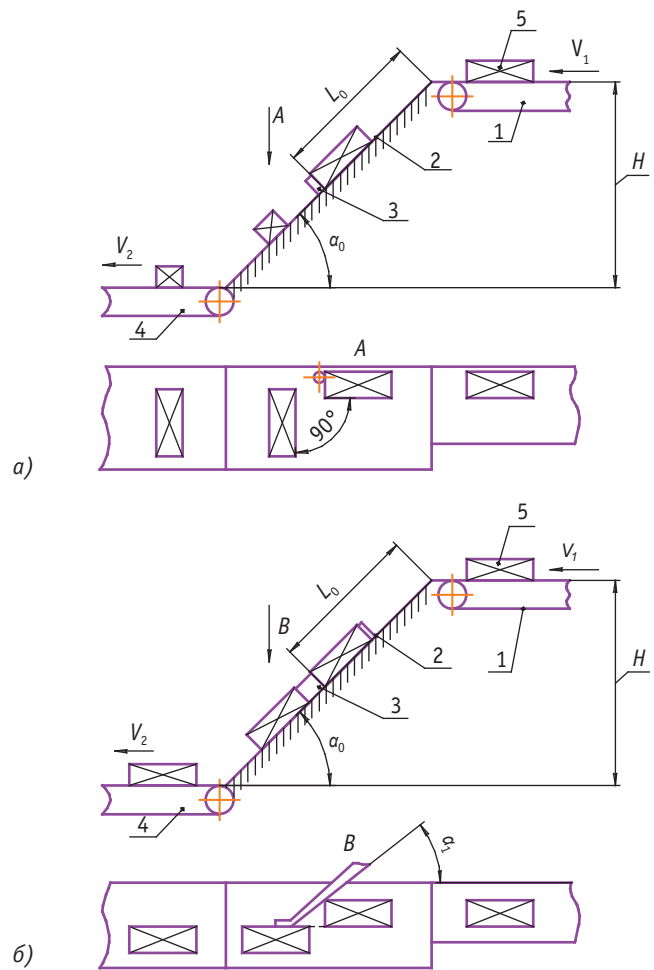


Рис. 1. Схеми орієнтування тарних вантажів нерухомим упором (а), напрямною площиною (б) на гравітаційному спуску

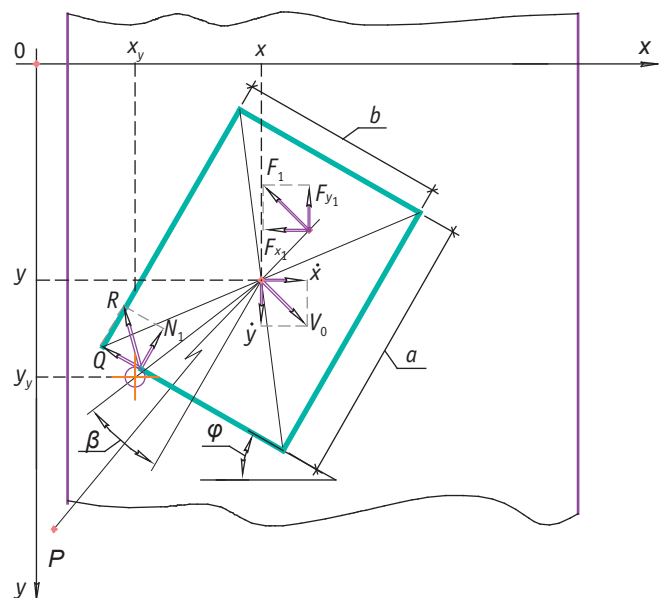


Рис. 2. Схема силового навантаження на четвертому етапі руху вантажу

де  $\gamma = \arctg \frac{b}{a}$ ;  $[\beta]$  – допустиме значення кута  $\beta$  для конкретного вантажу, при якому можливе відскакування центра мас.

Для широко використовуваних тарних вантажів у харчовій промисловості  $k$  знаходиться в межах 0,05–0,2, а тому умова  $[\beta] > \beta$  здебільшого виконується.

За таких умов настає четвертий етап, що характеризується розвертанням вантажу без ковзання по упору (рис. 2). Приймаючи припущення, що радіус поперечного перерізу упора дуже малий, можна вважати, що відстань  $l_i$  і кут  $\beta$  – величини постійні.

На цьому етапі з боку упора на вантаж діють нормальні складові  $N$  і дотична  $Q$  повної реакції  $R$ . При цьому вантаж буде здійснювати складний плоский рух (рис. 2).

Кінематичні і силові параметри руху вантажу можна визначити за виразами:

$$\ddot{x}_4 = l_4 (\ddot{\varphi}_4 \cos(\beta_4 + \varphi_4) - \dot{\varphi}_4^2 \sin(\beta_4 + \varphi_4)); \quad (11)$$

$$\ddot{y}_4 = l_4 (\ddot{\varphi}_4 \sin(\beta_4 + \varphi_4) - \dot{\varphi}_4^2 \cos(\beta_4 + \varphi_4)); \quad (12)$$

$$\ddot{\varphi}_4 = (Q \cdot l_4 \cdot \cos \beta_4 + N_2 \cdot l_4 \cdot \sin \beta_4 - L_{z_4}) \cdot \frac{m c^2}{12}; \quad (13)$$

$$N_2 = (m g \sin \alpha - F_{y_1} - (m \ddot{x}_4 + F_{x_1}) \cdot \operatorname{tg} \varphi_4 - m \ddot{y}_4) \cdot \cos \varphi_4 (2 \cos^2 \varphi_4 - 1)^{-1}; \quad (14)$$

$$Q = (N_2 \cdot \sin \varphi_4 - F_{x_1} - m \ddot{x}_4) \cdot \frac{1}{\cos \varphi_4}, \quad (15)$$

де  $l_4 = ((y_y - y_3)^2 + (x_3 - x_y)^2)^{0,5}$ ;  $x_y, y_y$  – координати упора відносно прийнятої системи координат  $XOY$ ;  $x_3, y_3$  – координати центра мас вантажу по завершенню третього етапу;

$\beta_4 = \left( \arctg \frac{x_3 - x_y}{y_y - y_3} \right) - \varphi_3$ ;  $\varphi_3$  – кут повороту вантажу на третьому етапі, приймаючи умову відсутності відскакування вантажу від упора після удару, можна прийняти:

$$\varphi_3 = 0; r_4 = \frac{1}{\dot{\varphi}_4} (\dot{y}_4^2 + \dot{x}_4^2)^{0,5}; F_{y_1} = F_1 \cdot \dot{y}_4 (\dot{y}_4^2 + \dot{x}_4^2)^{-0,5};$$

$$F_{x_1} = F_1 \cdot \dot{x}_4 (\dot{y}_4^2 + \dot{x}_4^2)^{-0,5}; F_1 = m g \cdot \cos \alpha_0 \cdot f_1 (1 - \exp(-k_1 \cdot r_4 - A_0));$$

$$A_0 = -\ln \left( 1 - \frac{F_0}{m \cdot g \cdot \cos \alpha_0 \cdot f_1} \right);$$

$k_1, k_2$  – апроксимуючі коефіцієнти;

$F_0$  – значення головного вектора сил тертя при  $\rho = 0$ ;

$L_{z_4} = L_0 \left( 1 - \exp \left( -\frac{k_2}{r_4} \right) \right)$ ;  $L_0$  – значення головного моменту сил тертя при  $\rho = 0$ .

Ковзання вантажу по упору не буде до того часу, поки не виконується умова  $Q = f_2 \cdot N_2$ , де  $f_2$  – коефіцієнт ковзання вантажу по поверхні упора.

При виконанні цієї умови починається п'ятий етап руху вантажу, який характеризується розвертанням вантажу при одночасному ковзанні його бічної поверхні по упору (рис. 3). На цьому етапі з боку упора на вантаж діють нормальна складова  $N_2$  і дотична  $F_2$  повної реакції  $R$ . Дотична складова  $F_2$  – це сила тертя ковзання між вантажем і упором, яка дорівнює  $F_2 = f_2 \cdot N_2$ . За цих умов точка прикла-

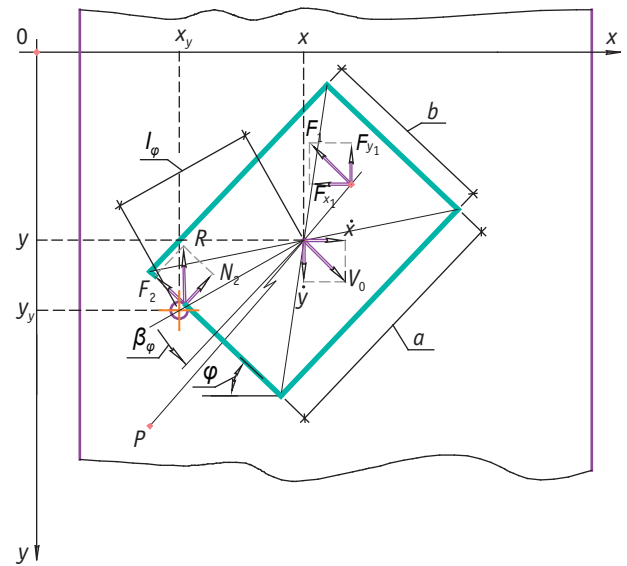


Рис. 3. Схема силового навантаження на п'ятому етапі руху вантажу

дання нормальної реакції  $N_2$  вздовж сторони  $b$  змінюється. Відстань  $l_\varphi$  від лінії дії реакції  $N_2$  до центра мас вантажу можна визначити з такої геометричної залежності:

$$l_\varphi = \sec \varphi_5 (x_5 - x_y - 0,5c \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_5). \quad (16)$$

Кінематичні і силові параметри руху вантажу можна визначити за виразами:

$$\ddot{\varphi}_5 = \left( \frac{l_\varphi}{C_\varphi} (m g \sin \alpha_0 - F_{y_1} - F_{x_1} \cdot \operatorname{tg} \varphi_5 - B_\varphi \cdot m) \cdot (\sin \beta_\varphi + f_2 \cos \beta_\varphi) - L_{z_5} \right) \frac{12}{m c^2} \left( 1 + \frac{12m \cdot A_\varphi}{m \cdot C_\varphi \cdot c^2} \right)^{-1}; \quad (17)$$

$$\ddot{x}_5 = \frac{1}{m} (N_2 (\sin \varphi_5 - f_2 \cdot \cos \varphi_5) - F_{x_1}); \quad (18)$$

$$\ddot{y}_5 = \frac{1}{m} (m g \sin \alpha_0 - F_{y_1} - N_2 (\cos \varphi_5 - f_2 \cdot \sin \varphi_5)); \quad (19)$$

$$N_2 = \frac{1}{C_\varphi} (m g \sin \alpha_0 - F_{y_1} - F_{x_1} \cdot \operatorname{tg} \varphi_5 - A_\varphi m \ddot{\varphi}_5 - B_\varphi m), \quad (20)$$

де

$$A_\varphi = \sec^2 \varphi_5 (x_5 - x_y - 0,5 \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_5),$$

$$B_\varphi = \dot{\varphi}_5^2 (0,5c \cdot \cos \gamma \cdot \sec \varphi_5 + 2 \sec^2 \varphi_5 \cdot \operatorname{tg} \varphi_5 (x_5 - x_y - 0,5c \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_5)) + 2 \dot{\varphi}_5 \cdot \sec^2 \varphi_5 (\dot{x}_5 - 0,5c \cdot \dot{\varphi}_5 \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_5);$$

$$C_\varphi = (\cos \varphi_5 + f_2 \cdot \sin \varphi_5) - \operatorname{tg} \varphi_5 (\sin \varphi_5 - f_2 \cdot \cos \varphi_5).$$

Закінчення п'ятого етапу руху наступить у разі відриву вантажу від упора, при цьому реакція  $N_2$  буде дорівнювати нулю.

Шостий етап характеризується ковзанням вантажу по гравітаційній площині після відриву його від упора (рис. 4). Існування цього етапу руху можливе в тому разі, коли початкові значення швидкості  $\dot{\varphi}$ ,  $\dot{x}$ , не дорівнюють нулю.

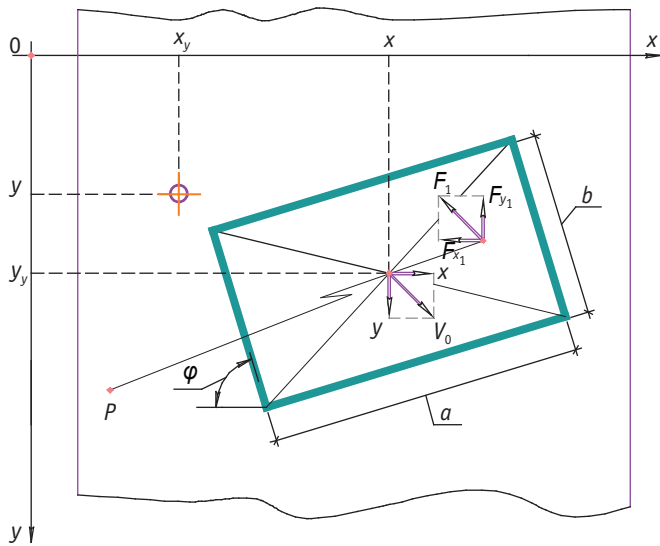


Рис. 4. Схема силового навантаження на шостому етапі руху вантажу

Кінематичні і силові параметри руху вантажу можна визначити за виразами:

$$\ddot{x}_6 = -\frac{\dot{x}_6}{m\sqrt{\dot{x}_6^2 + \dot{y}_6^2}} \cdot F_1; \quad (21)$$

$$\ddot{y}_6 = g \cdot \sin \alpha_0 - \frac{\dot{y}_6}{m\sqrt{\dot{x}_6^2 + \dot{y}_6^2}} \cdot F_1; \quad (22)$$

$$\ddot{\phi}_6 = -\frac{12}{mc^2} \cdot L_{z6}. \quad (23)$$

Закінчення шостого етапу і складного плоского руху вантажу на гравітаційній площині настає при виконанні умов  $\dot{x} = 0$ ,  $\dot{\phi} = 0$ .

У подальшому вантаж у зорієнтованому вигляді рухається плоско-паралельно по гравітаційній площині. Визначення кінематичних параметрів руху вантажу подібно методиці, наведеній на другому етапі. Цей етап можна позначити як сьомий. Завершення сьомого етапу наступить у момент, коли вантаж переміститься по всій довжині гравітаційного спуску і здійснить контакт із відведеним конвеєром. Переміщення вантажу з гравітаційної площини на відведений конвеєр можна характеризувати як восьмий етап. Сукупність тривалостей етапів руху буде складати тривалість операції переміщення і орієнтування вантажу на гравітаційному спуску, тобто  $T = \sum t_i$ .

Операцію переміщення і орієнтування напрямною площиною вантажу можна навести сукупністю таких характерних етапів:

- переміщення вантажу з подавального конвеєра на гравітаційний спуск;
- плоско-паралельне переміщення вантажу по гравітаційній площині до моменту контакту з напрямною;
- косий удар вантажу ребром по напрямній;
- розвертання вантажу з одночасним ковзанням навколо точки контакту вантажу з напрямною площиною;
- удар бічною гранню вантажу по напрямній площині наприкінці розвороту;
- ковзання бічної грані вантажу по напрямній площині;

- розвертання з одночасним ковзанням вантажу бічною гранню відносно кінцевої точки напрямної площини;
- складний плоский рух вантажу по гравітаційній площині після відриву його від напрямної;
- плоско-паралельне переміщення вантажу по гравітаційній площині до моменту контакту з відповідним конвеєром;
- переміщення вантажу з гравітаційного спуску на відповідний конвеєр.

Методологія дослідження руху вантажу на окремих етапах подібна до методів дослідження операцій орієнтування вантажу на гравітаційному спуску нерухомим упором штиревого типу.

### Висновки

На основі проведених досліджень одержано аналітичні залежності, за допомогою яких можна визначити тривалість операцій, кінематичні та силові параметри руху вантажу, геометричні параметри гравітаційного спуску, робочих органів орієнтування та їх раціональне розташування відносно гравітаційної площини. Алгоритм розв'язання одержаних рівнянь передбачає застосування числових методів, тому що більшість рівнянь є нелінійними диференціальними рівняннями. Попередньо проведені експериментальні дослідження підтвердили адекватність припущень і математичних моделей. Подальші дослідження спрямовано на пошук оптимальних параметрів операцій орієнтування тарних вантажів на гравітаційних спусках.

### Література

1. Гавва О.М. Обладнання для обробки транспортних пакетів / О.М. Гавва, А.П. Беспалько, А.І. Волчко. – К.: ІАЦ «Упаковка», 2006. – 96 с.
2. Кривопляс А.П. Пакетоформирующие машины / А.П. Кривопляс, А.А. Кукибный, А.П. Беспалько и др. – М.: Машиностроение, 1982 – 240 с.
3. Гавва О.М. Наукові основи розрахунку параметрів потоково-транспортних систем харчових виробництв – дис. докт. техн. наук. – К.: УДУХТ, 1996. – 534с. ✓

### Моделирование операции ориентирования тарных грузов на гравитационных спусках

А.Н. Гавва, д.т.н., Л.А. Кривопляс-Володина, к.т.н., М.С. Лукьяненко

С целью ресурсо- и энергосбережения целесообразно выполнять операции ориентирования тарных грузов за пределами пакетоформирующей машины на транспортных системах. Особенно это актуально при наличии гравитационных спусков. В статье приведены результаты теоретических исследований, на основе которых получены аналитические зависимости для определения продолжительности операций ориентирования, кинематические и силовые параметры движения груза, геометрические параметры гравитационного спуска, рабочих органов ориентирования и их рациональное расположение относительно гравитационной плоскости.

Ключевые слова: тарный груз; гравитационный спуск; неподвижный упор; направляющая плоскость; главный вектор сил и моментов трения.

### Modeling of orientation operations of tare cargoes at the gravitational slope

O.M. Gavva, Dr., L.O. Krivoplyas-Volodina, Ph.D., M.S. Lukyanenko

Orientation operations of tare cargoes outside the package forming machine at the transport systems is advisable to carry out with the aim of resource and energysaving. This is especially important if we have the gravitational slopes. The article presents the results of theoretical research, on the basis of which it are determined the analytical dependences for determining the time of the orientation operations, kinematic and power parameters of the load movement, the geometric parameters of the gravitational slopes, the working bodies of the orientation and location relative to their rational gravitational plane.

Keywords: tare cargo; gravitational slope; fixed stop; guide plane; main vector of forces and moments of friction.