# ПРО НАБОРИ САМОСПРЯЖЕНИХ ОПЕРАТОРІВ, СУМА ЯКИХ КРАТНА СКАЛЯРНОМУ

**Островська О.В.**

*НУХТ, Київ, Україна*

Ряд недавніх робіт (див., наприклад, [1] та наведену бібліографію) присвячено вивченню наборів самоспряжених операторів $A_1, \ldots, A_n$ у сепарабельному комплексному гільбертовому просторі $H$, спектри яких лежать в заданих скінченних множинах, $\sigma(A_i) \subset M_i = \{0 < \alpha_1^{(i)} < \ldots \alpha_{k_i}^{(i)}\}$, $i = 1, \ldots, n$, та сума яких є скалярним оператором $\lambda I$.

Визначимо вектор $u = (\alpha_1^{(1)}, \ldots, \alpha_{k_1}^{(1)}, \ldots, \alpha_1^{(n)}, \ldots, \alpha_{k_n}^{(n)}, \lambda)$, який називатимемо вагою. Ми досліджуємо властивості наборів $A_1, \ldots, A_n$ залежно від вибору $u$. Для вивчення таких наборів ми використовуємо функтори Кокстера $\Phi^+$, $\Phi^-$, побудовані в [2,3]. Застосовуючи функтор Кокстера до деякого набору операторів $A_1, \ldots, A_n$ у просторі $H$, що відповідає вазі $u$, отримуємо інший набір $A'_1, \ldots, A'_n$ у іншому просторі $H'$, що відповідає деякій іншій вазі $u'$. Будемо казати, що набір *точний*, якщо $\sigma A_i = M_i$, $i = 1, \ldots, n$; казатимемо, що незвідний набір *регулярний*, якщо під дією довільних степенів функторів $\Phi^+$, $\Phi^-$ він залишається точним.

З вагою $u$ природним чином асоціюється зірчастий граф $\Gamma$ [1]. Якщо $\Gamma$ — граф Динкіна чи розширений граф Динкіна, сруктура відповідних наборів операторів досліджена досить детально, тому ми вважатимемо, що $\Gamma$ містить деякий розширений граф Динкіна як власний підграф.

Нехай $t_1 < t_2 = t_1^{-1}$ — розв'язки рівняння [1, формула 6]. Побудуємо лінійні функціонали $\Omega_1, \Omega_2$ на множині ваг: $\Omega_1 = (a_1^{(1)}, \ldots, a_{k_1}^{(1)}, \ldots, a_1^{(n)}, \ldots, a_{k_n}^{(n)}, -1)$, $a_j^{(l)} = (1 - t_2^{j+1})/(1 - t_2^{l+1})$, $j = 1, \ldots, k_l$; $l = 1, \ldots, n$; $\Omega_2$ визначається аналогічно з заміною $t_2$ на $t_1$.

**Теорема.** *При* $\Omega_1(u) < 0$ *або* $\Omega_2(u) > 0$ *кожен незвідний набір* $A_1, \ldots, A_n$ *не є регулярним.*

[1] S. Albeverio, V. Ostrovskyi, and Yu. Samoilenko, *On function on graphs and representations of a certain class of ∗-algebras*, J. Algebra **308** (2007), 567–582.

[2] С. А. Кругляк, В. И. Рабанович, and Ю. С. Самойленко, *О суммах проекторов*, Функц. Анал. Прилож. **36** (2002), no. 3, 20–25.

[3] С. А. Кругляк and А. В. Ройтер, *Локально-скалярные представления графов в категории гильбертовых пространств*, Функц. Анал. Прилож. **39** (2005), вып. 2, 13–30.